示例 8:

相對一點的旋轉對稱

目　　標：理解多邊形的旋轉對稱

學習階段：3

學習單位：變換及對稱

所需材料：(1) 印有多邊形及標誌的顏色紙樣

(2) 電腦軟件以展示多邊形及符號的旋轉
(3) 動態幾何軟件如 *Geometer's Sketchpad*（簡稱 *Sketchpad*）及 2D_Sym 內的檔案
(4) 印有各種多邊形圖樣及字母的工作紙

預備知識：(1) 線性反射的概念(或在第三學習階段稱為反射對稱)
(2) 正多邊形、等邊多邊形及等角多邊形的意義

活動內容：

1. 教師將日常生活的標誌如 "汽車輪胎" 或字母"S"掛在黑板上(圖 1)。學生須判斷有關標誌是否對稱。教師與學生重溫小學已學的軸對稱概念並引伸至第三學習階段的反射對稱概念。教師並引導學生認識上述標誌具有旋轉對稱而非反射對稱性質。

圖 1

2. 教師透過轉動2D_Sym檔案內的圖形來進一步解釋旋轉對稱概念(圖2)。輕按"旋轉"按鈕，圖形會轉動直至影像與原有圖樣重合。學生透過數出按"旋轉"按鈕的數目，從而知道重合的次數。

圖2

3. 教師把一正方形貼在黑板上並與學生討論正方形繞中心點旋轉一周時，有多少次與原來圖形重合。透過轉動正方形來驗證學生的猜想並總結以下結論：「一個正方形的旋轉對稱屬4折式。」。

4. 教師把一個正五邊形貼在黑板上，並重複如(3)的活動和討論。透過提問與示範，教師引導學生得出結論：「一個正五邊形的旋轉對稱屬5折式。」

5. 教師提出以下問題：「一個n邊形繞中心點的旋轉對稱是否一定是n折式?」。教師分派多邊形及工作紙1給學生，並要求他們透過操作這些多邊形來驗證有關問題的真確性。

6. 教師邀請學生展示他們對個別多邊形的答案。其後，教師可用提供的2D_Sym內的檔案來示範各多邊形的旋轉情況(圖3)並總結工作紙的答案。

圖 3

7. 學生須討論在什麼條件下第5點的推論才會變得正確。教師可邀請學生提出推論的反例，並要求他們修訂推論為：「一個**正**n邊形繞中心點的旋轉對稱是n折式」。然後討論這個推論為什麼正確。

8. 教師可進一步與學生驗證「任意等邊多邊形屬n折式旋轉對稱」是否真確。

9. 教師與學生總結有關發現。對於這課題有濃厚興趣的學生，教師可派發工作紙2給他們作為增潤活動。

工作紙 1: 多邊形的旋轉對稱

數數以下各多邊形在旋轉一周時的重疊數目及按類別填寫於對應的方格內：

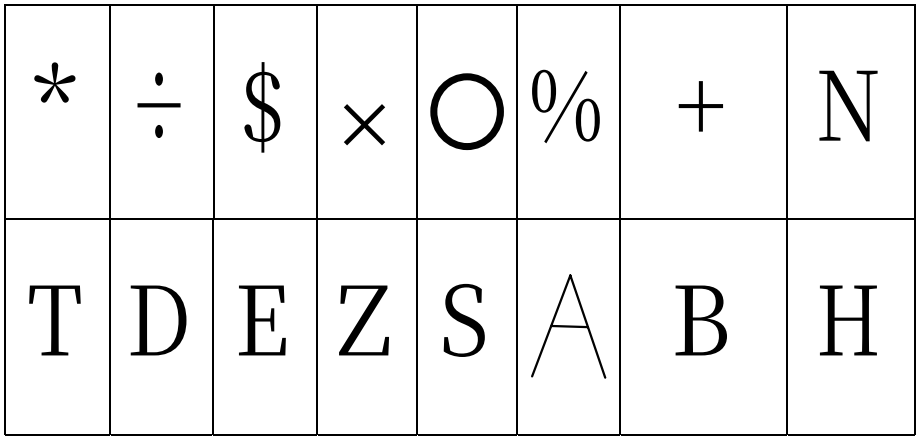
直角三角形	等邊三角形	等腰三角形	任意三角形
沒有附加特徵的平行四邊形		沒有附加特徵的四邊形	
正方形	長方形	菱形	鳶形
等腰梯形		*等邊六邊形	*等角六邊形
正八邊形	正七邊形	*等邊八邊形	*等角八邊形
正五邊形	正六邊形	*等邊五邊形	*等角五邊形

旋轉對稱	多邊形
沒有旋轉對稱性質	
2 折式旋轉對稱	
3 折式旋轉對稱	
4 折式旋轉對稱	
5 折式旋轉對稱	
6 折式旋轉對稱	

*較具挑戰性的題目

工作紙 2 ： 字母及符號的旋轉對稱

數數以下各符號或字母在旋轉一周時的重疊數目及填寫於下表內：



旋轉對稱	符號/字母
沒有旋轉對稱性	
2 折式旋轉對稱	
4 折式旋轉對稱	
6 折式旋轉對稱	

教師注意事項：

1. 所有學生在小學階段應已學習在平面圖形的軸對稱觀念。教師有需要解釋在第三學習階段時，平面及立體圖形改用反射對稱名稱而非軸對稱的原因。因為軸對稱在立體圖形是與旋轉對稱意義相連，為了使詞彙的使用有更一致的意義及更易於理解對稱圖形與相連的運動，因而選用反射對稱這個詞彙。

2. 教師須注意有部分國家會使用詞彙「反射對稱」而非「軸對稱」。在中國內地亦以中心對稱圖來表示平面的2重旋轉對稱圖形。

3. 雖然在小學旋轉對稱圖形是列為增潤活動，教師須留意有部分學生可能已學過旋轉對稱圖形的概念。因此，教師可不進行點1及2的活動而直接進入多邊形的旋轉對稱問題。至於其他學生，教師有必要向他們講述旋轉對稱的概念，包括旋轉中心、二折式旋轉對稱、三折式旋轉對稱等詞彙。

4. 上述名詞的描述如下：

   一平面圖形如果能夠繞著一中心點(稱為**旋轉中心**)旋轉，而旋轉後所得圖形與原先圖形重合，則該圖形可稱為具旋轉對稱性質。當圖形在旋轉一週內，**有n次**出現相同的影像，該圖形屬**n折式旋轉對稱**(或**n重旋轉對稱**)(圖4)。但如果 n = 1，該圖形則不具有旋轉對稱性質。

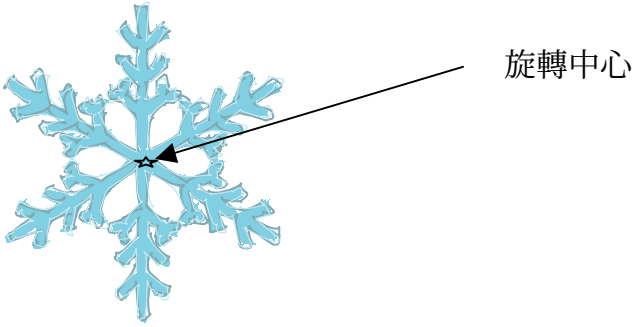


圖4

5. 教師可用附錄乙來預備多邊形或用 *Sketchpad* 應用檔 eqlater5.gsp, eqlater6.gsp 和 eqlater8.gsp 來製作對應的等邊多邊形或 eqang5.gsp, eqang6.gsp 和 eqang8.gsp 來製作等角多邊形。

6. 工作紙 1 的答案如下：

旋轉對稱	多邊形
沒有旋轉對稱性	直角三角形，等腰三角形，任意三角形，等腰梯形，鳶形，四邊形，等邊五邊形，等角五邊形，等邊六邊形，等角六邊形，等邊八邊形，等角八邊形
2 折式旋轉對稱	沒有附加特徵的平行四邊形，菱形，長方形
3 折式旋轉對稱	等邊三角形
4 折式旋轉對稱	正方形
5 折式旋轉對稱	正五邊形
6 折式旋轉對稱	正六邊形
7 折式旋轉對稱	正七邊形
8 折式旋轉對稱	正八邊形

7. 教師可於附件中取英文字母或標誌的式樣。工作紙 2 的答案建議如下：

i) 不屬於旋轉對稱：A, B, D, E, T
ii) 2 折式旋轉對稱：S, H, %, Z, ÷
iii) 4 折式旋轉對稱：+, x
iv) 6 折式旋轉對稱：*

8. 字母 “○” 有無限條對稱軸，即「無限重對稱」。一組同心圓亦有這樣的性質。

9. 教師須引導學生得出「正n邊形具有n折式旋轉對稱性質」的結論。

10. 有關點7及8的討論，學生應能夠理解「正多邊形」是決定旋轉對稱的關鍵條件。不規則多邊形即使是等邊，亦不一定具有旋轉對稱性質。等邊三角形和等邊四邊形都具有旋轉對稱的性質（分別為3折和2折式對稱），而其他等邊多邊形一般都沒有旋轉對稱的性質 (圖5)。

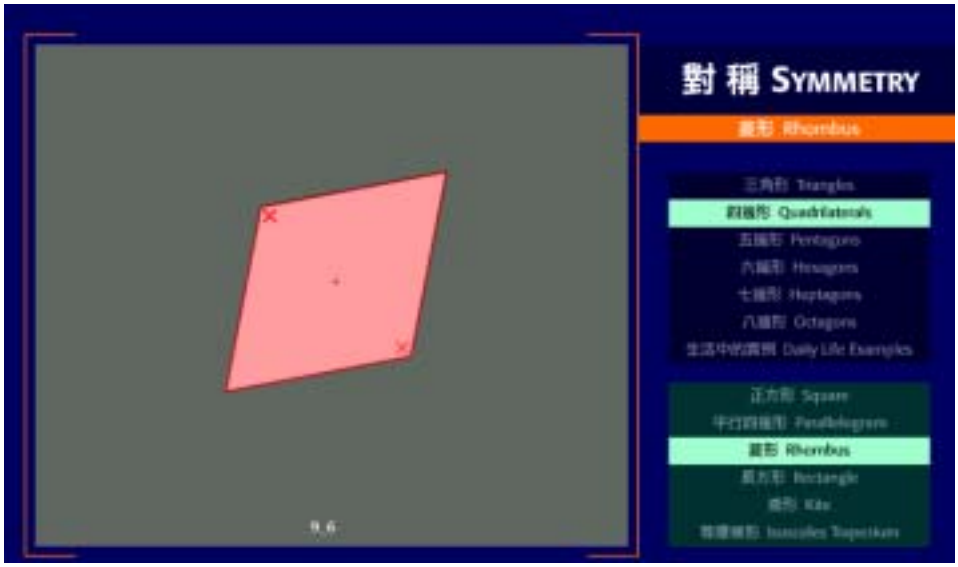


圖5

11. 至於能力較高的學生，教師可要求他們進一步探究等角多邊形的旋轉對稱問題。

附件

符號或字母的式樣

剪開以下符號，並旋轉它們以找出它們重合的數目：

*	÷	$	×
○	%	+	N
T	D	E	Z
S	A	B	H