



示例 22：

不同類型的平行四邊形的性質

目標：探究不同類型的特殊四邊形如菱形、長方形及正方形的性質

學習階段：3

學習單位：四邊形

所需教材：動態幾何軟件如 *Geometer's Sketchpad* (簡稱 *Sketchpad*) 及檔案 *Parllgmc.gsp*

預備知識：(1) 平行四邊形及特殊四邊形的定義的基礎知識
(2) 平行線及角的意義
(3) 全等三角形的概念

活動內容：

1. 教師提問學生有關平行四邊形、菱形、長方形及正方形的定義。
2. 教師展示 *Sketchpad* 檔案 *Parllgmc.gsp* (圖 1) 及簡略解釋在圖中不同度量的意思。

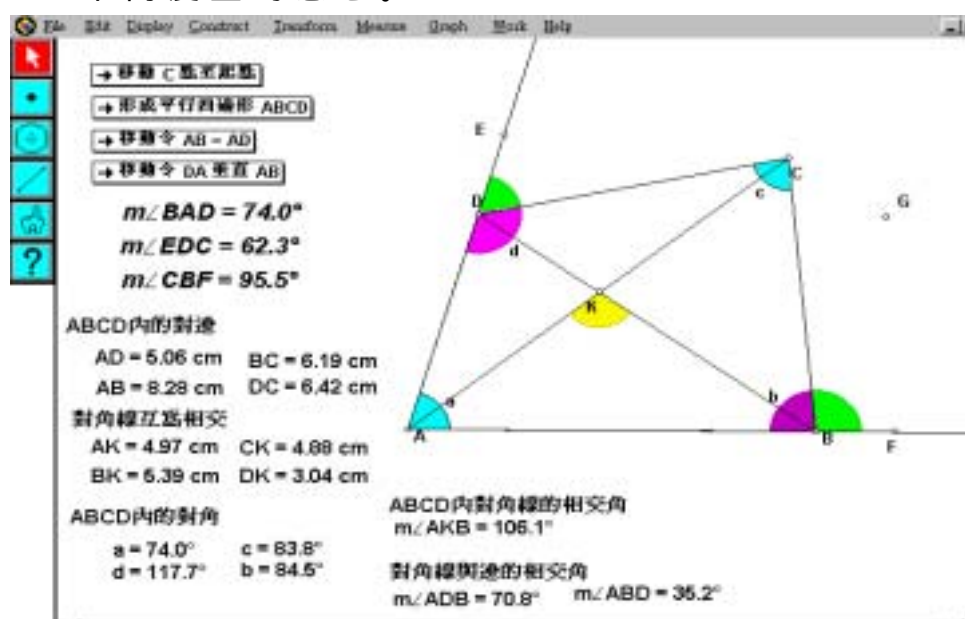


圖 1

- 教師拖曳 C 點令四邊形 $ABCD$ 變成樣似平行四邊形(圖 2), 並要求學生觀察不同度量的改變。學生須討論哪些度量能用作檢查 $ABCD$ 是否平行四邊形。教師其後引導學生總結由平行四邊形的定義引伸, BAD EDC 及 CBF 的度量已足夠驗算有關結論。

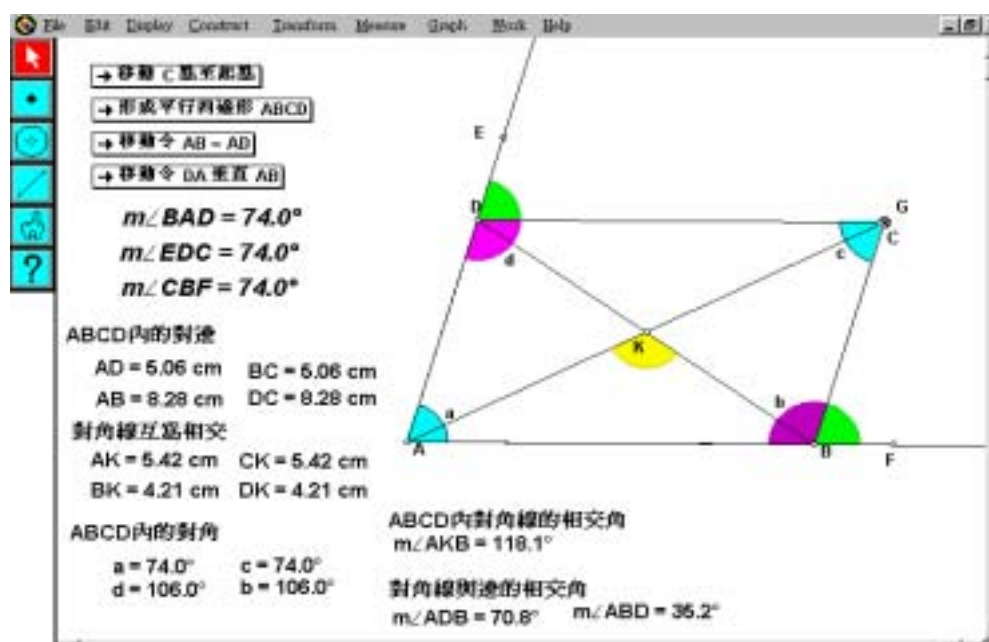


圖 2

- 教師與學生討論在拖曳 C 點令 $ABCD$ 變為平行四邊形時, 以下度量的改變:
 - 四邊形 $ABCD$ 的對邊
 - 對角線
 - 對角
 - 對角線的相交角
 - 對角線與邊的相交角

學生在教師的引導下, 得出「當 $ABCD$ 是平行四邊形時, 它的對邊及對角分別相等, 以及對角線平分」的結論。

- 教師提問學生當拖曳 A B C 或 D 點而形成不同形狀的平行四邊形時, 以上發現是否仍然成立。學生由此總結出「任意平行四邊形的對邊相等, 對角相等和對角線互相平分。」
- 教師分發 *Sketchpad* 檔案 *Parllgmc.gsp* 及工作紙給學生, 並要

求他們以自己的方法來製作菱形，及探究一些特殊平行四邊形如菱形的性質。其後，學生解釋他們的製作方法及總結出以最少步驟形成菱形的方法及理由，即由提供的 *Sketchpad* 檔案按鍵的次序如下：「 $\rightarrow$ 移動令 $AB = CD$ 」，「 $\rightarrow$ 形成平行四邊形 $ABCD$ 」。

- 教師著學生觀察除了平行四邊形的性質外，菱形還有什麼其他性質(圖 3)。他們須要將發現寫在工作紙上，並拖曳 A 、 B 或 D 點以查核有關猜想是否在任意菱形上成立。教師由此引導學生總結出「任意菱形擁有所有平行四邊形的性質和對角線互相垂直的性質。」

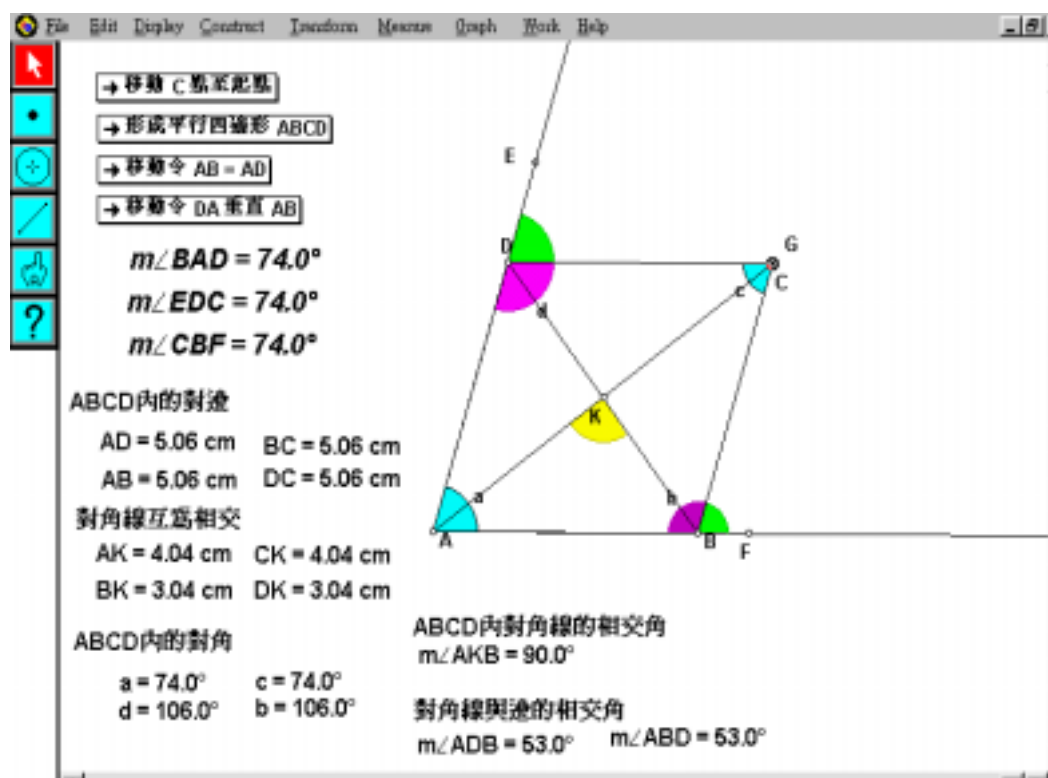


圖 3

- 學生探究其他特殊平行四邊形包括正方形(圖 4)及長方形(圖 5)的性質，並將發現寫在工作紙上。這些發現包括：
 - 在 *Sketchpad* 檔案的製作步驟(即按鍵的次序)
 - 度量的變化
 - 平行四邊形的一般性質和特殊平行四邊形的特有性質。
 - 學生須要改變 A 、 B 、 C 或 D 頂點的位置以形成不同的形狀，及檢查(c)的發現是否仍然成立。

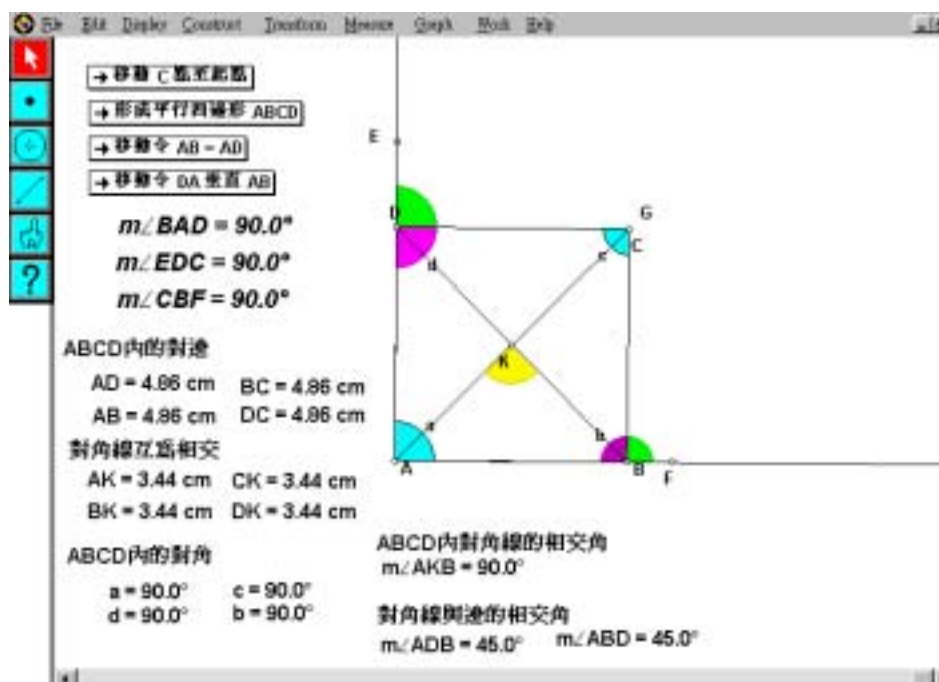


圖 4

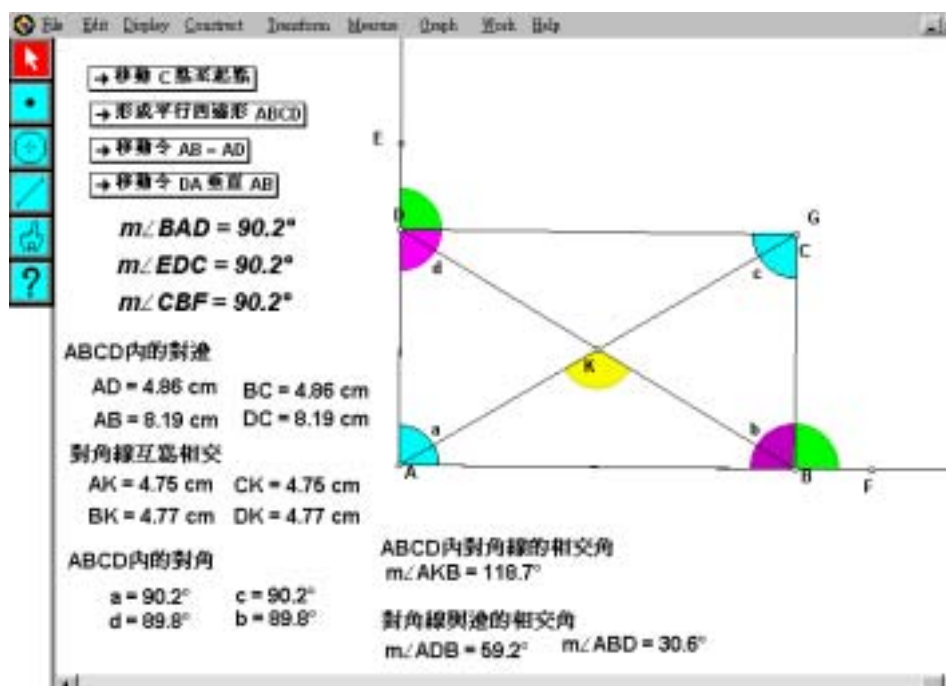


圖 5

9. 教師邀請學生發表他們的發現，並引導學生總結正方形、長方形等特殊平行四邊形的性質。

工作紙：特殊平行四邊形的性質

在以下各平行四邊形內，在它們對應性質的空格內填上「✓」號。

性質	平行四邊形	長方形	正方形	菱形
1.四個直角				
2.對角相等				
3.相連角互補				
4.四邊相等				
5.兩對不同相連邊相等				
6.對邊相等				
7.對邊平行				
8.一對邊相等				
9.對角線相等				
10.對角線互相垂直				
11.對角線平分				

長方形的製作步驟：_____

正方形的製作步驟：_____

菱形的製作步驟：_____

教師注意事項：

1. 教師須在上堂前預先製作 *Sketchpad* 檔案或使用提供的 *Parllgmc.gsp* 應用檔，但如果學生已十分熟悉 *Sketchpad* 軟件，教師可要求學生自行製作應用檔。檔案內「 $\rightarrow$ 形成平行四邊形 $ABCD$ 」，「 $\rightarrow$ 移動令 $AB = CD$ 」及「 $\rightarrow$ 移動令 DA 垂直 AB 」的按鍵是為幫助那些難於適當操控滑鼠的學生而設計的。對於那些已能靈活運用電腦的學生，教師可要求他們拖曳 C 點而不須提供以上按鍵。
2. 這個活動可以作為學生自行探究的活動。然而，教師須提供給學生充足操控電腦的提示及給予他們足夠時間來探究特殊四邊形的性質。
3. 「 $\rightarrow$ 移動 C 至起點」，「 $\rightarrow$ 形成平行四邊形 $ABCD$ 」，「 $\rightarrow$ 移動令 $AB = CD$ 」及「 $\rightarrow$ 移動令 DA 垂直 AB 」是移動物件的按鍵，目的是幫助學生移動一個或以上點到指定位置。

以下為各按鍵的作用：

- 「 $\rightarrow$ 移動 C 至起點」：移動 A 、 B 、 C 或 D 頂點至原有起點。
- 「 $\rightarrow$ 形成平行四邊形 $ABCD$ 」：移動頂點 C 令 $AB \parallel CD$ 及 $AD \parallel BC$ 。
- 「 $\rightarrow$ 移動令 $AB = CD$ 」：移動頂點 B 令 $AB = CD$ 。
- 「 $\rightarrow$ 移動令 DA 垂直 AB 」：移動頂點 D 令 $AD \perp AB$ 。

除此，學生亦須留意按鍵的先後次序會影響所形成的圖案。例如，若先按「 $\rightarrow$ 形成平行四邊形 $ABCD$ 」鍵，再按

- 「 $\rightarrow$ 移動令 $AB = CD$ 」鍵，所得出的圖形有別於以相反次序獲得的圖形。教師須提醒學生這個只是程式上的限制。若以其他製作方法，兩者次序所劃出的圖形應沒有任何分別。
4. 學生在這活動須要觀察到所得關係不單在某指定形狀的特殊平行四邊形成立，而是在不同形狀的特殊平行四邊形上都成立。因此，拖曳點 A 、 B 或 D 是這活動非常重要的步驟。對於能力較高的學生，教師可跳過前述引導發現的步驟，而要求他們自行探究。
 5. 由於軟件的限制，學生有時較難拖曳 C 點，令 BAD 、 EDC 及 CBF 變為相等。因此，教師須提醒學生這個活動只能提供直觀猜想的經驗及引導學生認識這個方法的局限性。教師從而引導學生認識以演繹方法研究以上性質的重要性。