



示例 23：

正方形的構作

目標：應用正方形的不同性質以資訊科技繪畫正方形

學習階段：3

學習單位：四邊形

所需教材：動態幾何軟件，例如 *Geometer's Sketchpad* (簡稱 *Sketchpad*)

預備知識：(1) 特殊四邊形的性質如平行四邊形、長方形、正方形、菱形、梯形等
(2) 變換的基本概念如平移、反射及旋轉
(3) 資訊科技作幾何圖形的基本技巧

活動內容：

1. 教師向學生介紹活動，並複習一些基本電腦幾何繪圖技巧，例如，繪畫平行線、垂直線、圓等。
2. 教師與學生討論構作正方形的兩個方法(圖 1 及圖 2)。

方法 1：

- (i) 作一線段 AB 及刻上中點 M 。
- (ii) 以 M 為圓心， AM 為半徑，繪畫一以線段 AB 為直徑的圓形。
- (iii) 經過點 M ，作一垂直於 AB 的垂線 L 。
- (iv) 以 C 和 D 標示線 L 和圓的相交點。
- (v) 將圓上的四點 A 、 D 、 B 與 C 相連，便可得到一個四邊形。

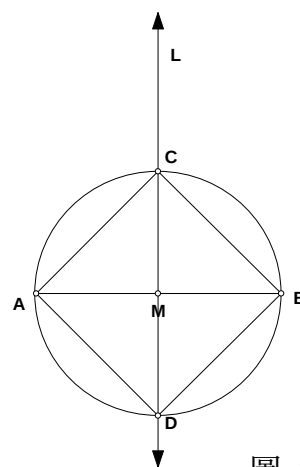


圖 1

方法 2：

- (i) 作一線段 AB 。
- (ii) 於端點 A 和 B 上，分別作垂直於 AB 的垂線 L_1 和 L_2 。
- (iii) 於 L_1 上刻上點 P 。
- (iv) 作一平分 $\angle PAB$ 的線。此線將與 L_2 相交於點 C 。
- (v) 經過 C ，作一垂直於 L_2 的垂線。這線將與 L_1 相交於點 D 。這樣，便可形成正方形 $ABCD$ 。

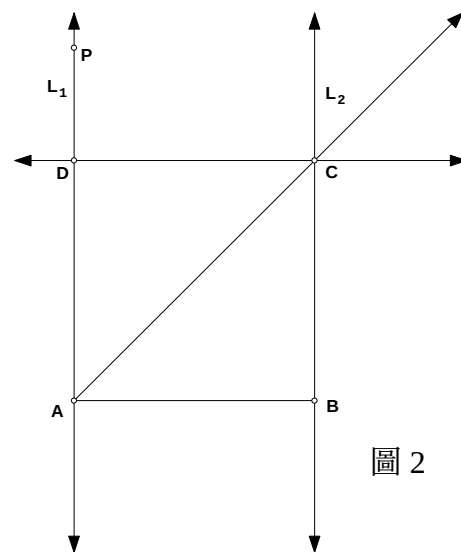


圖 2

3. 教師要求學生判斷圖形是否正方形，並說出理由以支持他們的陳述。
4. 教師引導學生觀察在構作正方形的過程中，無須全部採用正方形的性質，從而討論判定正方形的起碼條件。
5. 要求學生以正方形的性質來構作正方形。教師亦可讓能力稍遜學生依據以下提示(圖 3 及圖 4)來作圖。

方法 3：

- (i) 作一線段 AB 。
- (ii) 以 A 為圓心， AB 為半徑，作一圓。
- (iii) 經過點 A ，作一垂直 AB 的垂線。
- (iv) 以 C 標示圓與垂線的相交點。
- (v) 經過點 C ，作一平行 AB 的線。
- (vi) 經過點 B ，作一平行 AC 的線。
- (vii) 於步驟 (v) 與 (vi) 所得的線相交於點 D ，這樣， $ABDC$ 便成一正方形。

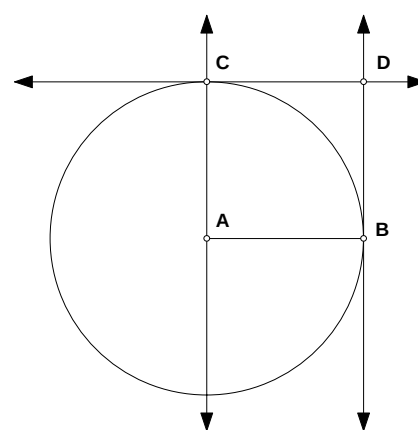


圖 3

方法 4：

- (i) 作一線段 AB 。
- (ii) 將 AB 繞點 A 以逆時針方向旋轉 90° 。
- (iii) 將點 B 的影像標示為 C 。
- (iv) 將 AC 繞點 C 以逆時針方向旋轉 90° 。
- (v) 將點 C 的影像標示為 D 。
- (vi) 將 CD 繞點 D 以逆時針方向旋轉 90° ，這樣， $ABDC$ 便成一正方形。

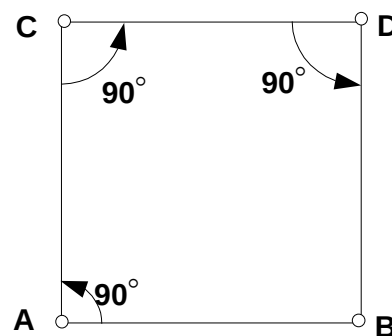


圖 4

6. 教師邀請學生示範他們的繪圖及解釋作圖的方法。其他學生亦可提出對作圖方法的意見及討論以哪個方法構作正方形最有效(即哪個方法使用最少的步驟)。
7. 最後，教師與學生討論及總結在構作過程中，採用了正方形那些性質。學生將各作圖所採取的性質填寫於工作紙作為家課。

工作紙：正方形的性質

就每個構作正方形的方法，指出使用了那些正方形的性質。

方法	正方形性質	圖像
1		
2		
3		
4		

教師注意事項：

1. 雖然這個問題主要在電腦環境進行，它是一條十分有趣的開放式問題。學生可以不同的方法作出一個簡單圖形——正方形，而且電腦能提供讓一個學生自由把玩正方形性質的環境。教師須給予學生以軟件探索的足夠時間。如果時間不容許，教師可改為讓學生回家作圖或在放學後以學校電腦作圖，然後在堂上進行有關討論。
2. 如果學生不懂使用 *Sketchpad* 軟件，教師可給予學生使用由香港科技大學發展及在 2001 年派發給學校的光碟「如何應用 *WinGeom*, *WinPlot*, *Sketchpad* 於教學上」。這隻光碟提供使用軟件的示範。
3. 教師可分別使用隨附光碟內的 *Sketchpad* 檔案 *Square1.gss*、*Square2.gss*、*Square3.gss* 及 *Square4.gss* 示範構作方法 1 至 4。教師亦可參閱附件提供的製作方法自行構作有關圖形。
4. 在各建議構作正方形的方法中，使用有關正方形的性質表列如下：

方法	正方形性質	備註
1.	兩條對角線相等，互相垂直及平分。	這三種方法與使用圓規和直尺構作正方形的步驟類似。
2.	兩隻直角及對角線平分對角。	
3.	對邊平行及鄰邊相等，且互相垂直。	
4.	四隻直角及四邊相等。	由於正方形具有反射及旋轉對稱性質，這方法展示了如何以變換方法作圖。

建議作圖的操作程序(以 *Sketchpad 3.0* 版為背景)：

方法 1

1. 點按 **Segment** 按鈕  並拖曳，繪畫一水平線段。
2. 點按 **Label** 按鈕  和標示線段的端點為 A 與 B 。
3. 選取線段 AB 。點按 **Construct** 按鈕和選擇 **Point At Midpoint**。
4. 點按 **Label** 按鈕和標示中間點。連續點按兩下標示，便可更改名為 M 。
5. 點按 **Selection Arrow** 按鈕  並同時按下鍵盤上的 **Shift** 鍵，選擇點 A 和 M 。點按 **Construct** 按鈕和選擇 **Circle By Centre And Point**。
6. 按下 **Shift** 鍵，選擇點 M 和線段 AB 。點按 **Construct** 按鈕和選擇 **Perpendicular Line** 作一直線，經過點 M 及垂直 AB 。
7. 點按 **Label** 按鈕和以 L 標示直線。
8. 點按 **Selection Arrow** 按鈕，並同時按下 **Shift** 鍵，選取圓和線 L 。點按 **Construct** 按鈕和選擇 **Point At Intersection**。
9. 點按 **Label** 按鈕，以 C 和 D 標示相交點。
10. 點按 **Selection Arrow** 按鈕，並同時按下 **Shift** 鍵，選擇點 A 、 D 、 B 和 C 。按 **Construct** 按鈕和選擇 **Segment**。便形成正方形 $ADBC$ 。

方法 2

1. 重複方法 1 之步驟 1 和 2。
2. 點按 **Selection Arrow** 按鈕，並同時按下 **Shift** 鍵，選擇點 A 和線段 AB 。點按 **Construct** 按鈕及選擇 **Perpendicular Line**，作一直線經過點 A 並垂直 AB 。
3. 按下 **Shift** 鍵，選擇點 B 和線段 AB 。點按 **Construct** 按鈕和選擇 **Perpendicular Line**，作一直線經過點 B 並垂直 AB 。
4. 點按 **Label** 按鈕，以 L_1 和 L_2 標示分別位於點 A 和 B 的垂直線。
5. 點按 **Point** 按鈕，標記於 L_1 線上的一點為 P 。
6. 點按 **Selection Arrow** 按鈕，並同時按下 **Shift** 鍵，選擇點 P 、 A 和 B 。點按 **Construct** 按鈕和選擇 **Angle Bisector**。
7. 按下 **Shift** 鍵，選擇角平分線和 L_2 。按 **Construct** 按鈕和選擇 **Point At Intersection**。

8. 以 C 標示相交點。
9. 點按 **Selection Arrow** 按鈕，並按下 **Shift** 鍵，選擇點 C 和 L_2 。
按 **Construct** 按鈕和選擇垂直線。
10. 標記步驟 9 所得的線和 L_1 的相交點。
11. 以 D 標示此相交點。正方形 $ABCD$ 便形成。

方法 3 至 4 的其他有關作圖程序：

(I) 以點 A 為圓心， AB 為半徑作一個圓

點按 **Selection Arrow** 按鈕，並按下 **Shift** 鍵，選擇點 A 和 B 。
按 **Construct** 按鈕和選擇 **Circle By Centre And Point**。

(II) 把線段 AB 以 A 為中心點旋轉 90°

1. 點按 **Selection Arrow** 按鈕，選擇點 A 。按 **Transform** 按鈕和選擇 **Mark Centre**，這樣點 A 便成為旋轉中心點。
2. 按下 **Shift** 鍵，選擇線段 AB 和點 B ，按 **Transform** 按鈕和選擇 **Rotate**，在視窗方格中輸入 90° 並按 **OK**。

(III) 點 A 沿線段 BC 反射

1. 點按 **Selection Arrow** 按鈕，選擇線段 BC ，按 **Transform** 按鈕和選擇 **Mark Mirror**，這樣線段 BC 便為反射軸。
2. 選擇點 A ，按 **Transform** 按鈕和選擇 **Reflect**。這樣，便產生點 A 的影像。