



示例 24 :

中點定理

目 標：探究三角形的中點定理

學習階段：3

學習單位：四邊形

所需教材：動態幾何軟件如 *Geometer's Sketchpad* (簡稱 *Sketchpad*)

預備知識：平行線，相似三角形

活動內容：

1. 教師與學生簡略地重溫相似三角形的性質及本活動的目的。
2. 教師派發工作紙予學生。學生須要在電腦上繪畫一個三角形並進行有關中點定理的探究活動。
3. 教師要求學生向全班匯報其發現。教師可將結論總結為中點定理。
4. 教師要求學生分組並提出該定理的正式證明。教師可引導學生利用相似三角形來作出簡單證明。以下為一些建議的討論問題。
 - (a) $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADE$ 有何關係？你能否利用已知資料來證明這些關係呢？
 - (b) 能否找出 DE 與 BC 的關係？
 - (c) DE 是否平行於 BC ？為甚麼？
 - (d) 能否找出 $\angle ADE$ 與 $\angle ABC$ 的關係？
5. 教師邀請部分學生向全班匯報其正式證明。如有需要，教師可就學生的證明給予意見。

工作紙：中點定理

1. 開啟新的 *Sketchpad* 檔案。
2. 繪畫一個三角形。將其命名為 $\triangle ABC$ 。
3. 分別在邊 AB 及 AC 作中點 D 及 E 。
4. 畫線段 DE (看圖 1)。

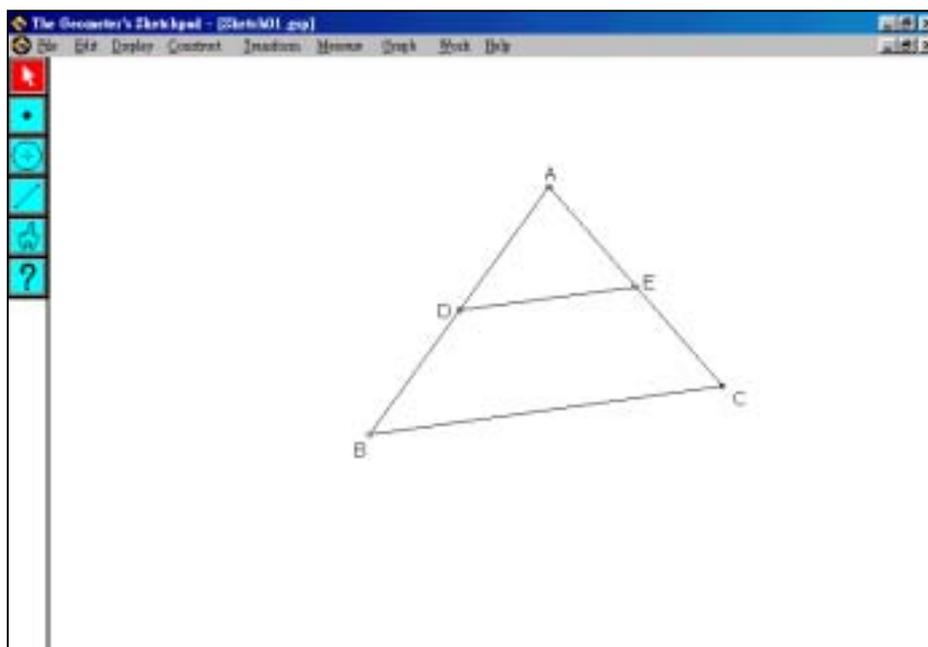


圖 1

5. 分別拖曳 A 點, B 點及 C 點以觀察其變化。將五組數據記錄在表 1。

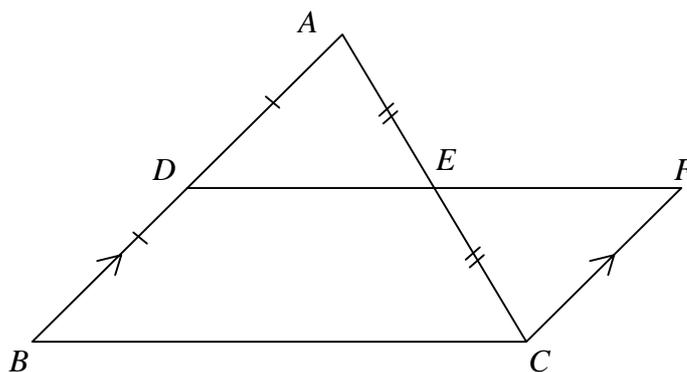
組別	DE	BC	$\angle ADB$	$\angle ABC$	$\angle AED$	$\angle ACB$
1						
2						
3						
4						
5						

表 1

6. DE 與 BC 有何關係? 請將你的發現寫於下面。

教師注意事項：

1. 本示例的前部分是作為以探究方式去建立中點定理的互動證明。期望學生能自行探究該定理。
2. 有關定理的證明建議是利用定理「兩邊成比例，一夾角」。教師可引入其他經典的證明，其簡述如下。教師可進一步解釋為甚麼這證明與本活動所建議的不同。
 - (a) 通過 C 點畫一線平行於 BA 及與 DE 的延長線相交於 F 點。
 - (b) 證明 $\triangle ADE \cong \triangle CFE$ 。
 - (c) 證明 $BCFD$ 是一平行四邊形。
 - (d) 推論 $DE = \frac{1}{2}BC$ 及 $DE \parallel BC$ 。



操作程序：

1. 點按 **Segment** 按鈕  以畫出三角形的三條邊。標示該三角形為 $\triangle ABC$ 。
2. 按著 **Shift** 鍵，選擇線段 AB 及 AC 。於下拉選單中選擇 **Construct|Point At Midpoint** 以作出兩個中點。分別標示為點 D 及 E 。
3. 選擇 **Segment** 按鈕 。畫一線段連接 D 點及 E 點。
4. 要量度 DE 及 BC 的長度。按著 **Shift** 鍵。點選線段 DE 及 BC 。選擇 **Measure|Length**。如要量度 $\angle ADE$ ，按著 **Shift** 鍵。分別點選 A 點， D 點及 E 點。然後選擇 **Measure |Angle**。以同一方式可量度 $\angle ABC$ 。
5. 要量度 $\frac{BC}{DE}$ ，按著 **Shift** 鍵。分別點按線段 BC 及 DE ，選擇 **Measure |Ratio**。