



示例 25:

在坐標平面中點的變換

目標:直觀地描述在坐標平面中變換對點的影響,這些 變換包括平移、以與x-軸平行的線作反射、繞原 點以角度為 90°的倍數旋轉

學習階段:3

- 學習單位:坐標簡介
- 所需教材:動態幾何軟件如 Cabri Geometry II 及 Cabri 檔案 Tra02.fig Tra03.fig、Ref02.fig及 Rot02.fig
- 預備知識: (1) 變換中平移、反射及旋轉的意義
 - (2) 懂得在坐標平面中找出點的坐標
- 活動內容:
- 教師簡略地重溫平面圖形變換的意義。其中包括平移、 反射及旋轉。
- 教師派發工作紙1:「坐標平面中點的平移」予學生。學生 須要運用 Cabri 檔案 Tra02.fig 及 Tra03.fig 去探討在坐標平面 中平移對於點的影響及將結果寫在工作紙上。在學生進 行探究活動之先,教師須解釋有關向量的意義。
- 3. 教師與學生討論工作紙1的答案並總結出(x,y)→
 (x+a, y+b)代表著以O至(a,b)為向量的平移。其中所

述的點未必一定在網格上。

- 4. 教師派發工作紙2:「坐標平面中點的反射」及工作紙三:「坐標平面中點的旋轉」予學生。學生須要利用 Cabri 檔案 Ref02.fig 及 Rot02.fig 來探討在坐標平面中反射及旋轉對點的影響,並將他們的發現寫在工作紙上。
- 5. 教師與學生討論工作紙的答案。
- 5. 對於工作紙2,教師可總結對於平行於x-軸的反射軸,該
 點的x坐標保持不變。
- 7. 對於工作紙3,教師可總結出(x,y)→(y,-x)代表該點旋轉 了90°。教師可引導學生發現旋轉180°等同於旋轉90°兩次。

即 (x,y) $\xrightarrow{90^{\circ}}$ (y,-x) $\xrightarrow{90^{\circ}}$ (-x,-y) 等同於 (x,y) $\xrightarrow{180^{\circ}}$ $(-x,-y)_{\circ}$

工作紙1:坐標平面中點的平移

1. 開啟 *Cabri*檔案 Tra02.fig。你會找到一從原點 *O*出發至 *P*點 的向量 (看圖 1)。

<u>و</u>	kai Geo	antry I	1 - [Tiniti I	H										
00 B	- 84	900	a Habir	84			_	_					_	1213
	10	• <u>e</u>	F 17 16	14	中门	41 10	10,00							1.1
							1							
3														
									12.00. a	-				
								1						
							1							- 1
			10.1			100	0	-1				10.1		
<u> </u>								-			_		_	 1

圖 1

- 2. 點按 Points 按鈕, 選取 Point。將浮標移往平面的網格點中點 按一下以產生一點。標示該點為 A。
- 3. 點按 Transformation 按鈕,選取 Translation。分別點按A點及向量,將A點以給定的向量作平移。標示平移後的點為 A'。在 Measure 按鈕中選擇 Equation and Coordinate。點選A 及A'以量度其坐標(看圖2)。

ac.	ni ûn	antly I	u - Itaa	1 fiel									E E S
(*) 54		al Col	- End	n gale	1.11	adent		_			 	_	_1#1s
				-	1.22		-			-		-	
							10						
					**	00, 5.00j	1.1						
							1.1	12.80. 3	100				
				IS.H. Z	100		1 1	/					
							1						10.1
1		8			- 6		0		1	8	-18	3	1
							2.2						
							1.1						
-						1.1.1	1		1.1				1
							国の)					

4. 現在拖曳 A 點以觀察 A 及 A'坐標的變化。在不改變向量的 情況下,在表 1 上記錄一組 A 及 A'坐標的數據。然後藉著 拖曳向量的頂點以改變向量的大小。記錄其他組的數據 並填寫結果於同一表上。

向量	A 點的 坐 標		A'點的 坐 標
	(,)	(,)
由の至	(,)	(,)
(,)	(,)	(,)
	(,)	(,)
	(,)	(,)
由 0至	(,)	(,)
(,)	(,)	(,)
	(,)	(,)
	(,)	(,)
由の至	(,)	(,)
(,)	(,)	(,)
	(,)	(,)
	結論		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
向量	A 點的 坐 標		
由 O至(a,b)	(x,y)		(,)

表 1

5. 開啟 *Cabri* 檔案 Tra03.fig。 你 會 發 現 *P*點 並 不 在 網 格 上 。 你 在 表 1 中 的 結 論 對 於 不 在 網 格 上 的 點 是 否 仍 然 成 立 ?

(你可以重複上述步驟 2 及 3 進行探究以回答上述的問題。)

工作紙 2: 坐標平面中點的反射

開啟 *Cabri*檔案 Ref02.fig。你會找到平行於 *x*-軸的直線 *L*。*P* 為直線上 *L*的一點(看圖 1)。

	der Ca	en ha	ii - Drena	Ael												100
	1	10	of R. S.	100	141	10	-		_	-		_	_	_	_	ALC: N
-	-						-	1			1.1	-		-	1.1.1	
								1								
															L	
								1								
	2			2	3				1				2	19		1
						_		di la	-			1.				d.



- 點按 Points 按鈕,選取 Point。將浮標移往平面上的網格點中,點按一下以產生一點。標示該點為 A。
- 點按 Transformation 按鈕,選取 Reflection。分別點按A點及直線L,將A點以直線L反射。標示反射後的點為A'。在 Measure 按鈕中選擇 Equation and Coordinate。量度A及A'的坐標(看圖2)。



4. 拖曳 P點以致 L為 x-軸。拖曳 A點以觀察 A及 A'坐標的變化。記錄一組 A及其反射後的點 A'的坐標於表 1 中並填寫結論。然後拖曳 P點至(1, 2),將 L移往 x-軸以上 2 單位。記錄另一組數據並填寫在表 2。移動 P點至(1, -3)以將 L 移往 x-軸以下 3 單位。重複以上探究工作。

反射軸(直線 L)		A 點的坐標			A ′點的坐標	
	(,)	(,)
* +	(,)	(,)
x- 単田	(,)	(,)
	(,)	(,)
		結論				
x- 軸		(x,y)		(,)

表 1

反射軸(直線 L)		A 點的坐標			A′點的坐標	
	(,)	(,)
ᇵᅘᄡᅣᇰᇕᄻ	(,)	(,)
x-軸以工 2 単位	(,)	(,)
	(,)	(,)
		結論				
x-軸以上 2 單位		(x,y)		(,)

反射軸(直線 L)		A 點的坐標			A ′點的坐標	
	(,)	(,)
ᆋᇄᅮᇰᇛᄼ	(,)	(,)
x- 軸 以 ト 3 単 1辺	(,)	(,)
	(,)	(,)
		結論				
x-軸以下 3 單位		(x,y)		(,)

工作紙3:坐標平面中點的旋轉

開 啟 *Cabri* 檔案 Rot02.fig 你 會 找 到 一 點 A 連 接 於 原 點 O (看 圖 1)。



圖 1

- 2. 點選 Display 按鈕,選取 Numerical Edit。
- 3. 在 繪 圖 視 窗 中 點 選 適 當 位 置 以 產 生 一 互 動 數 值。
- 4. 在方格盒中鍵入 90。按 Ctrl U以選取 Degree。
- 5. 點選 Transformation 按鈕,選取 Rotation。分別點按A點,原點 O及數值90°,將A點旋轉90°。標示旋轉後的點為A'。
 在 Measure 按鈕中選擇 Equation and Coordinate。點選A and A'
 以顯示其坐標。
- 6. 點選 Lines 按鈕,選取 Segment。畫線段 OA'。點選 Display 按鈕,選取 Mark Angle。按次序選擇 A, O及 A'以標示直角 AOA'
 (看下頁的圖 2)。



7. 拖曳 A 點 以 觀 察 A 及 A'坐標的 變 化。記錄 一組 A 點 及旋轉後 A'的坐標於表 1。

旋轉角		A 點的坐標			A ′點的坐標	
	(,)	(,)
	(,)	(,)
90°	(,)	(,)
	(,)	(,)
		結 論				
90°		(x,y)		(,)

- 8. 將旋轉角改為 180°及隨後 270°以收集另外兩組數據。將 數據及結論總結在表 2 及 3 中。你可用以下步驟來改變 旋轉角。
 - (a) 雙按旋轉角。你會在角度的右面找到箭頭。
 - (b) 按向上箭頭 II 或向下箭頭 II 以改變旋轉角至 180°。
 - (c) 拖曳 A 點至不同位置。記錄 A 點及其旋轉後的 A'點的坐標於表 2。
 - (d) 以旋轉角為 270°, 重複(a)至(c)。

旋轉角		A 點的坐標			A ′點的坐標	
	(,)	(,)
1000	(,)	(,)
180°	(,)	(,)
	(,)	(,)
	•	結論				
180°		(x,y)		(,)

旋轉角		A 點的坐標			A′點的坐標	
	(,)	(,)
27.00	(,)	(,)
270°	(,)	(,)
	(,)	(,)
		結論				
270°		(x,y)		(,)

教師注意事項:

- 本示例的目的是讓學生能直覺地描述變換對坐標平面上點的影響。學生只須從很多數據中進行研究及作出推論。其中所涉及的幾何證明只適合能力較高的學生。
- 2. 對於某些十分熟適 Cabri 的學生,教師可要求他們自行進 行探索而不用提供有關的 Cabri 檔案。
- 3. 工作紙1的答案:

向量	A 點的坐標	A ′點的坐標
由 <i>0</i> 至(a,b)	(x,y)	(x + a, y + b)

4. 工作紙 2 的答案:

反射軸(直線 L)	A 點的坐標	A ′點的坐標
<i>x-</i> 軸	(x,y)	(x, -y)
x-軸以上 2 單位	(x,y)	(x, 4 - y)
<i>x</i> -軸以下 3 單位	(x,y)	(x, -6 - y)

5. 工作紙 3 的答案:

旋轉角	A 點的坐標	A'點的坐標
90°	(x,y)	(y, -x)
180°	(x,y)	(-x, -y)
270°	(x,y)	(-y, x)

 6. 在工作紙 2,只討論反射軸為平行於 x-軸的直線。教師可 修改工作紙讓學生探討平行於 y-軸的直線作為反射軸的 影響。對於能力很高的學生,教師甚至可進一步探究反 射軸為方程 y = x 的情況。由於此變換將點(x,y)改變為 (y,x),故此,這種變換稱為*逆變換*。

- 7. 在工作紙 3,只討論以 90°、180° and 270°為旋轉角的情況。教師可將工作紙中的旋轉角改為 360°, -90°, -180°, -270°及-360°。
- 8. 教師可參閱附錄 3 有關 Cabri Geometry II 的按鈕資料。