



目 標:理解角度界乎 0°至 90°之間的正弦

學習階段:3

學習單位:三角比和三角的應用

所需教材:動態幾何軟件如 Geometer's Sketchpad (簡稱 Sketchpad), 試算表軟件如 Excel及檔案 trigo1.gsp

預備知識:(1) 相似三角形的基本概念

(2) 三角形內銳角的對邊、鄰邊及斜邊的定義

活動內容:

- 1. 教師與學生重溫三角形內角的對邊、鄰邊及斜邊的定義。
- 教師派發工作紙予學生,並要求學生利用 Sketchpad 檔案 trigo1.gsp 以完成工作紙。在工作紙,學生須要研究在直角 三角形中角的對邊與斜邊之間的關係。
- 3. 當 完 成 觀 察 後 , 學 生 須 作 出 猜 想 。 隨 後 , 他 們 須 要 跟 隨 工 作 紙 的 指 示 , 利 用 *Excel* 分 析 有 關 數 據 之 間 的 關 係 。
- 4. 教師要求學生討論他們作出猜想時的理據。
- 5. 教師可要求一些學生向全班匯報他們的猜想及理由。教

師亦可引導學生用相似性質來證明該關係的不變性。

- 6. 教師可向學生介紹正弦的定義,及引導學生得出以下結論:
 - (a) 正弦的值與所形成的三角形的大小無關;
 - (b) 固定的角的正弦值恆為常數;
 - (c) 不同的角會給出不同的正弦值。

工 作 紙 : 研 究 直 角 三 角 形 內 角 的 鄰 邊 及 對 邊 的 關 係 指示:

1. 開啟 Sketchpad 檔案 TRIGO1.GSP。

你 會 在 視 窗 頂 部 找 到 ∠ABC 及 它 的 值 。 視 窗 中 間 展 示 一 個 直 角 三 角 形 , 其 中 R 為 直 角。而 視 窗 底 部 展 示 其 度 量 (見 圖 1)。 (你 可 以 嘗 試 量 度 ∠PRQ 的 大 小 以 證 實 PQR 乃 一 真 正 的 直 角 三 角 形 。)



 拖 曳 ∠ABC 的 端 點 以 觀 察 △PQR 的 變 化 。 將 你 的 發 現 寫 在 下 面 。

- 拖曳△PQR的頂點 R。你會發現 PR及 PQ的長度會即時改變。拖曳∠ABC的端點以產生另一角 PQR,然後再次拖曳頂點 R。對於一固定∠PQR,你能猜測 PR及 PQ的長度之間有甚麼關係?將你的猜想寫在下面。
- 4. 量 度 ∠ P Q R、 其 對 邊 P R 及 鄰 邊 P Q , 並 利 用 以 下 步 驟 收 集 數 據 。
 - (a) 按下 Shift 鍵, 在視窗下部同時選擇 ∠PQR、PR 及 PQ 的度量。
 - (b) 在下拉選單中選擇 Measure | Tabulate 以產生表格。
 - (c) 選取所產生的表格,在下拉選單中選擇 Measure | Flip Direction 以將表格翻轉。
 - (d) 在不改變 ∠PQR 的大小下拖曳頂點 R 至其他位置。點 選表格及按 Ctrl E 以將一新數據記錄於表格上。
 - (e) 對於此固定角度,重複同一步驟以增加記錄(建議最多選取七項記錄)於表格中(看圖2)。



圖 2

(f) 拖曳 ∠ABC以改變 ∠PQR的大小。重複步驟(d)及(e)以記錄其他組數據(對於同一固定 ∠PQR,每組包含約七個記錄,看圖3)。

ZABC = 63.20° /A	Angle(POR)	Distance(P to R)	Oistance(P to G)
	32.291	4.749	8.685
	32,291	1.137	2.128
	32.291	1.739	3.255
/	32.291	2.408	4.507
°C C	32,291	2.925	5.477
5 0	32,291	3 478	6.510
	32.291	4.347	8.138
	18.239	1.061	3.391
	18.239	1.122	1.584
10	18 239	1.320	4,218
/P	18.239	1.571	5.818
	18.239	1.657	5.294
	18 239	1.890	6.136
	18,239	2.321	7.417
	63,204	2.489	2,788
	83 204	3.526	3.950
	63 204	4.255	4.679
a B	63.204	6.237	6.867
u	63.204	6.429	7.203
	63.204	8.503	9.526
∠PQR = 63.20°	63 204	11.355	12.721
PR = 3.577 cm PQ = 4.008 cm			

圖 3

- 5. 將數據複製於 Excel 檔案中以分析猜想:
 - (a) 選取表格及按 Ctrl C。
 - (b) 開啟 Excel 檔案。點選儲存格 A1 及按 Ctrl V 以將數據 貼上 Excel 檔案中如圖 4 所示。

	A	В	С	D	E	F	G	H	1	
1	Angle(PQR)	Distance(P to R)	Distance(P to Q)							
2	32.291	4.749	8,889							
3	32.291	1.137	2.128							
4	32.291	1.739	3,255							
5	32.291	2.408	4.507							
6	32.291	2.926	5,477							
7	32.291	3.478	6.51							
8	32.291	4.347	8,138							
9	18.239	1.061	3,391							
10	18.239	1.122	3,584							
11	18.239	1.32	4,218							
12	18.239	1.571	5,018							
13	18.239	1.657	5,294							
14	18.239	1.89	6.038							
15	18.239	2.321	7.417							
16	63.204	2.489	2.788							
17	63.204	3.526	3.95							
18	63.204	4.355	4,879							
1 4	NINASANI (S	heed (Sheed /			1					
			圖	4						

6.	利用你所建立 Excel 檔案如圖 4 所示證實你	在第3點的猜
	想。	
	你 的 猜 想 是 否 正 確 ?	
	如 果 不 正 確 , 可 嘗 試 建 立 有 關 PR 及 PQ 的	關係,並寫在
	下面。	

(提示:你可考慮 PR+PQ, PR-PQ, PR×PQ及 PR/PQ)

7. 與其他同學討論你所作猜想的證明並寫在下面。



教師注意事項:

- 本示例的目的是向學生引入一銳角的正弦。對於正弦, 學生應能聯想到正弦是定義在一個直角三角形內及明白 它是這個角的對邊與斜邊的比。除此之外,因為所有相 對的三角形互相相似,這個比與所形成的直角三角形的 大小無關。
- 2. 在工作紙的問題 2 中,學生會發現∠PQR與∠ABC的值時常相等。在問題 3 中,學生會發現如果 PR 增加,則 PQ 亦會增加。另一方面,如果 PR 減小,則 PQ 亦會減小。在此時,教師不須引導學生考慮 PR 浸 PQ 。取而代之,教師可要求學生考慮有關 PR 及 PQ 的四則運算。學生會經驗到一個新的數學概念或關係一般是從數據分析開始。故此,學生可透過本示例發展探究及推理技巧。
- 教師應注意到在計算 ^{PR}/_{PQ}等比時將出現捨入誤差。故此, 學生應選用足夠數據以測試他們的猜想。
- 4. 教師亦可借助本示例讓學生探究一銳角的餘弦及正切。