

乙. 習重點及教學建議 (第三學習階段)

單位	學習重點	教學建議	節數
平面及立體圖形的度量			
量度方面的估計	- 認識量度的近似性質，並就一個指定目的選用適當的量度工具及策略 - 選用適當的度量單位和準確度 - 發展量度方面的估計策略 - 在量度過程中，處理和減低誤差 - 估計、量度和計算長度、面積、容量、體積、重量、率等	因學生在小學階段對實物的直接量度和簡單圖形的間接量度已有初步認識(參閱《課程綱要》附錄一)，本學習階段的重點包括 - 較複雜的直接量度技巧；及 - 間接量度，例如在量度過程中運用公式和估計策略。 在直接量度方面，教師須引導學生將所有量度得出的值視為近似值。並為特殊目的(例如量度一枚金指環或一塊牛扒的重量)挑選適當的量度策略、工具及單位。教師還須引導學生討論如何減低誤差和提高量度準確度的方法。例如： - 量度一千滴水的體積，來計算一滴水的體積； - 使用小方格，來估計不規則圖形的面積。 學生應認識到以目視檢測實物度量所產生的歪曲現象。 在間接量度方面，教師可採用各種活動引導學生認識估計在量度方面的重要性，即在極少或沒有量度工具的協助下，作出量度。雖然其中常常會涉及視測及操控的層面，這是一個思維過程。教師應向學生介紹估計策略，如： 「基準策略」：例如利用一標準(基準)如門的高度，來估計房間的高度； 「分拆 – 重組策略」：例如將走廊分拆為若干已知教室長度的數目。 在介紹度量公式方面，學習單位「面積和體積的簡單概念」主要研究圓形和柱體的公式，而學習單位「續面積和體積」則研究錐體和球體的公式。教師須讓學生進行適當的活動，例如堆砌、分割圖形等，才引入度量的公式。教師亦應讓學生應用在學習單位「幾何簡介」內對圖形和立體的認識，來推導平面及立體圖形的公式。	6
面積和體積的簡單概念	- 找出簡單多邊形的面積 - 探究圓形面積的公式 - 計算圓形的圓周和面積 - 理解及運用公式計算立方體、長方體、棱柱和圓柱的表面面積和體積 - 欣賞除量度外，可應用公式求出度量及覺察由此產生累積誤差的問題		15

單位	學習重點	教學建議	節數
續面積和體積	- 計算弧長和扇形的面積 - 理解及運用公式計算棱錐、圓錐和球體的體積 - 理解及運用公式計算直立圓錐和球體的表面面積 - 理解及運用相似物體的邊、表面面積和體積之間的關係 - 分辨長度、面積、體積的度量公式	以下是一些學習活動的示例： - 將圓形分拆成偶數的小扇形，並拼合成近似平行四邊形的圖形，從而推導出圓形面積的公式； - 應用比的概念和圓周公式，計算弧長； - 將棱柱、棱錐展開成摺紙圖樣，以求出立體的表面面積； - 將立方體分為六個全等的正方形底棱錐體，從而推導出一個棱錐體的體積； - 將一個正圓錐體展開成為一個扇形，從而推導曲面面積的公式； - 以一系列棱錐體逼近圓錐體，以求圓錐體的體積。 教師須引導學生認識某些公式是由估計中得出，例如圓形面積的公式。除使用真實模型外，教師可利用電腦軟件所製作的動畫，來展示折疊及展開，組合及分拆圖形的過程。 教師須與學生討論應用公式來解答日常生活的問題，如游泳池池水的體積、圓柱體水管的水流問題等。教師還須引導學生，直覺地認識誤差對度量計算可能帶來的影響。例如： 一個長方形操場量度得出的長度為 39.5 米，闊度為 24.7 米，如果以 975.65 平方米來描述操場面積是有問題的，因為長度和闊度已捨入為三個有效數字。學生應覺察到由計算得出的面積應介乎於 39.45×24.65 平方米和 39.55×24.75 平方米之間，即介乎 972.4425 平方米和 978.8625 平方米之間。 在本學習單元完結時，學生應已學習不少有關圖形面積和體積的公式，教師須引導學生比較及分辨長度、面積和體積的維數，如： 長度屬線性度量，如 $4a$, $(a+b) \times 2$, $2\pi r$ 等 面積屬二維度量，如 a^2, $a \times b$, πr^2, $4\pi r^2$, $\pi r l$ 等 體積屬三維度量，如 a^3, $a \times b \times h$, $\pi r^2 h$, $(4/3)\pi r^3$, $(1/3)\pi r^2 h$ 等 教師可在此時引導學生認識相似立體的體積比與表面面積比和對應線性度量比之間的關係。 對於能力較強的學生，教師可要求他們利用試算表探究如何從給出的圖形周界來畫出最大面積；將一張 A4 紙的四個角各剪掉一個正方形來製作一容量最大的容器等作為增潤活動。	18

單位	學習重點	教學建議	節數
以直觀法學習幾何			
幾何簡介	- 認識幾何學常用的詞彙和記號，例如線段、角、正多邊形、立方體和正多面體(或稱柏拉圖立體)等 - 辨別不同類別的角和多邊形 - 製作立體模型及探究他們的性質如尤拉公式(或稱歐拉公式) - 繪畫簡單立體的平面圖像 - 繪畫立體的橫切面 - 綜覽在幾何學上使用的各類工具，並探究如何使用這些工具繪畫多邊形、圓形、平行線和垂直線	在本學習單元，學生應有更豐富實物操作的經歷，例如摺紙、砌模型、變換圖形以建立對平面及立體圖形性質的直觀概念。這將成為以後以演繹推理方法研究幾何圖形性質的基礎。下列是一些活動的示例： 學習單位「幾何簡介」 - 將三角形剪開，求出三角形的內角和； - 將用泥膠製成的立體切開，觀察立體的橫切面； - 在電腦軟件的協助下，探究立體和它的平面圖像； - 透過研究實物，探究有關立體的棱、頂(點)和面的性質，如尤拉(歐拉)公式，正多面體的對偶性等等。 學習單位「變換及對稱」	10
變換及對稱	- 認識具有反射對稱或旋轉對稱性質的平面圖形 - 認識平面圖形經變換後的變化，包括反射、旋轉、平移、放大等 - 欣賞日常生活中具有對稱性及經變換的平面幾何圖形	- 透過摺紙，觀察正五邊形反射對稱軸的數量； - 利用電腦軟件程式如 POWERPOINT 所繪圖形，探究對稱圖形的反射對稱軸的數量以及旋轉對稱的重合數量； - 拖曳電腦中的物件，觀察變換在幾何圖形的效果等等。 學習單位「與線及直線圖形有關的角」 - 將七邊形剪成三角形，探求外角和； - 變換長方形，來設計一密鋪圖形； - 利用電腦軟件 LOGO 來構作正方形、長方形或正六邊形等多邊形等等。 學習單位「續立體圖形」 - 用不同顏色在立方體上畫出反射對稱面，以計算反射對稱面的數量； - 透過一些電腦遊戲，配對立體和它的摺紙圖樣； - 透過操控棱錐體的模型，觀察棱和水平面之間的角等等。 學習單位「幾何簡介」既可視為小學階段所學幾何的綜覽(詳情請參閱《課	6
全等及相似	- 認識全等三角形及相似三角形的性質 - 延伸變換及對稱的概念，以探究全等三角形及相似三角形所需具備的條件 - 知道固定一三角形的起碼條件 - 能列舉理由判定兩個三角形是屬於全等三角形抑或是相似三角形	學習單位「幾何簡介」既可視為小學階段所學幾何的綜覽(詳情請參閱《課	14

單位	學習重點	教學建議	節數
全等及相似 (續)	- 探究如何以圓規及直尺繪畫角平分線、垂直平分線和特殊角，並列舉理由支持有關繪畫步驟 - 欣賞使用最少工具繪畫線和角	程綱要》內附錄一)，又可視為中學平面幾何、立體幾何及幾何工具的入門課。 在平面幾何方面，「幾何簡介」學習單位將簡單介紹幾何圖形的性質，包括三角形的內角和。學生在小學階段應已學習軸對稱，有部分學生更已學習旋轉對稱這個增潤課題。因此，在「變換及對稱」學習單位，教師應簡略重溫軸對稱概念及延伸反射對稱的名詞。教師亦可引入日常生活中對稱圖形及應用變換的例子，如中國字、植物、標誌作為引起學習動機的活動，但應集中討論具有反射對稱、旋轉對稱的多邊形及變換對圖形的影響。在探究變換對平面圖形影響的活動基礎上，教師可引導學生研究全等和相似圖形的意義。在「與線及直線圖形有關的角」單位內，才討論有關變換對密鋪圖形及多邊形密鋪的應用。在這個單位，學生只須直觀地探討角的性質，而毋須作出嚴謹證明。	
與線及直線圖形有關的角	- 認識不同類別的角 - 探究及運用與相交線和平行線相關的角的性質 - 探究及運用三角形邊和角的性質 - 探究及運用計算多邊形內角及外角和的公式 - 探究可密鋪平面的正多邊形 - 欣賞過往以最少工具繪畫特殊正多邊形的嘗試 - 使用直尺和圓規繪畫一些特殊的正多邊形	空間感是本課程所提倡的能力之一。這能力包括建立及操控平面及立體圖形的圖像，並能從不同角度的物體圖像，想像出對應的立體。在「幾何簡介」學習單位內，立方體(或立方體組合)、長方體、圓柱體、正多面體模型的製作有助學生發展空間想像能力。除此，學生將根據給出立體畫出對應的平面圖像，但繪畫要求並不以「設計及科技」科的工業繪圖所要求的那麼嚴格。在「續立體圖形」學習單位內，學生應懂得從立體的不同角度平面圖像識別該立體。學生還應對在立體空間上線之間的關係和平面之間的關係建立直觀的概念，這些探究活動無須涉及計算，而有關的經驗將成為解決第四學習階段「續三角學」內三維空間問題的基礎。在本單位內，所展示的物體可以是實物，也可以是電腦顯示的模型。	18
續立體圖形	- 延伸在平面圖形的對稱概念以認識及欣賞具有反射和旋轉對稱性質的立方體及正四面體 - 探討及判斷一立體的摺紙圖樣 - 根據立體的不同角度的平面圖形，想像和繪畫對應的立體圖形 - 認識從平面圖像來判斷立體圖形的限制 - 探討簡單立體圖形的性質，包括判定 - 一邊在某一平面上的投影 - 一線與一平面的相交角 - 兩平面的相交角	在幾何工具方面，學生在小學階段已學會使用量角器來量度角度的。在本學習階段，教師可向學生介紹其他工具如圓規、三角尺、直尺、動態幾何軟件及一般應用軟件所提供的功能。使用圓規和直尺作角平分線、垂直平分線、全等三角形等活動可視為讓學生應用全等三角形條件的基礎。透過這些活動，教師可引導學生欣賞以往以極少工具作圖的嘗試。教師亦可向學生介紹以電腦軟件程式作圖的現代工具。學生應以口頭解釋他們的步驟，而嚴謹的幾何證明將會稍後在「演繹幾何簡介」單位內進行。	8

註：劃有底線的學習重點為課程綱要的非基礎部份。

單位	學習重點	教學建議	節數
以演繹法學習幾何			
演繹幾何簡介	- 透過<u>歐幾里得</u>的故事和他的著作《幾何原本》，發展以演繹方法來研究幾何圖形的特性 - 就角和線的幾何問題列述簡單證明，從而建立演繹推理的初步概念 - 理解構成全等三角形和相似三角形的條件，並用以進行一些簡單的證明 - 識別三角形內的線，例如中線、垂直平分線等 <u>探究和認識三角形各線之間的關係，例如三角形不等式、中線共點等</u> <u>探究及討論如何找出三角形的中心(例如內心、外心、垂心、形心等)，並列舉證明方法</u>	在本學習單元，學生已有『以直觀法學習幾何』的體驗，教師應在這基礎上引導學生認識以演繹推理來研究簡單幾何圖形的性質。教師利用簡單的活動，讓學生認識到歸納或直觀法(或稱為試驗法)之不足。在向學生介紹演繹推理時，教師應引導學生辨別那些是已知的條件，那些是題目要求證明的命題。因此，宜讓學生在課堂上討論證明有關命題的思路後，才要求他們書寫嚴謹證明。學生能夠就其證明提出理由是很重要的，至於，書寫證明的格式並不應局限於任何形式如「兩欄式」。 在「演繹幾何簡介」學習單位內，學生應就有關『以直觀法學習幾何』學習單元內所學的幾何圖形的性質，書寫簡單的幾何證明。其中包括平行線、全等和相似三角形的證明。<u>歐幾里得</u>的故事可作為引起學習動機的活動，使學生懂得欣賞前人的努力。有關三角形內線、角及各中心的討論，教師可利用動態幾何軟件，引導學生探究有關性質。其後，讓學生嘗試運用圓規和直尺作圖，及以口頭或能力較高者以書面形式解釋自己作圖的步驟。 畢氏定理是數學史上最輝煌的成就之一。有關畢氏定理的證明超過三百種之多。教師可舉例說明其中一些證明，包括中國古代數學文獻《周髀算經》注解中的弦圖。教師亦可要求學生尋找及比較畢氏定理的不同證明，作為專題習作。教師可與學生討論定理的作者問題——稱為畢氏定理，抑或勾股定理。學生應能應用畢氏定理，解決可簡化為直角三角形的問題。本學習單位可與<u>數與代數</u>範疇內「有理數和無理數」的學習單位一起進行。對於能力較佳的學生，教師可向他們講述數學史上第一次危機的故事——即無理數的存在威脅到畢達哥拉斯學派所相信的數字世界。透過講述這個故事，讓學生有機會討論數學知識發展的變化過程。	27
畢氏定理	- 認識及欣賞有關畢氏定理的不同證明(包括中國古代勾股定理所用的方法) - 知道無理數和根式的存在 - 運用畢氏定理及其逆定理來解答問題 <u>討論第一次數學危機的來龍去脈，並領會數學知識靈活多變的特性</u>		8

單位	學習重點	教學建議	節數
四邊形	- 延伸用演繹推理來處理與四邊形有關的幾何問題 - 推論各類四邊形的性質，特別是平行四邊形和特殊四邊形的性質 <u>進行與平行四邊形有關的簡單證明</u> <u>理解及應用中點定理和截線定理從而找出未知數</u>	「四邊形」學習單位主要研究特殊四邊形如平行四邊形和梯形。學生可運用平行概念和三角形性質學習有關平行四邊形和特殊平行四邊形如長方形、正方形和菱形的性質。教師可使用動態幾何軟件，說明這些平行四邊形的性質，並可示範如何在軟件的協助下，以不同的方法繪畫平行四邊形。然後教師可拖曳圖形來顯示無論圖形如何改變，它仍是一平行四邊形，及詢問學生，在構圖時哪些條件是固定的。其次，教師亦可要求學生探究以最少的步驟來繪畫平行四邊形。本學習單位亦包括與上述圖形有關的簡單計算。教師須注意寫出與上述四邊形性質有關的簡單證明是屬於非基礎部分的。	15
以解析法學習幾何			
坐標簡介	- 明白及運用直角坐標和極坐標系統來描述平面圖上點的位置 - 能夠利用直角坐標系統的序偶找出平面上的點 - 直觀地描述在坐標平面之中變換對點的影響，這些變換包括平移、與 x 軸、y 軸平行的線作反射、繞原點旋轉 90° 或 90° 的倍數 - 計算能被分割成常見平面直線圖形或由它們構成的圖形的面積	在小學期間，學生已學會利用八方羅盤方位來界定方向。在「坐標簡介」學習單位內，學生應懂得運用坐標描述點的位置。教師可設計例如戰艦、座位表等遊戲，以引發學生學習這課題的興趣。教師可向學生講述笛卡兒的故事，以解釋<u>笛卡兒坐標平面</u>的起源。將方形或圓形網格覆蓋於地圖或地區高空照片，從而比較直角坐標和極坐標系統。為提高學生對直角坐標的理解，例如沿 x 軸移動兩個單位對各點坐標的影響，可讓學生進行在方形網格上移動各點的活動。這些活動可在電腦軟件、圖表板或圖表紙的協助下進行。 在「直線的坐標幾何」學習單位內，學生應正式學習直角坐標系統。除描述點的位置外，教師應引導學生理解描述兩點距離的方法，及在坐標系統內兩點連線的斜率。如果學生對三角比未有認識，教師只須將線的斜率講解作為對邊和鄰邊的比。展示平行線和垂直線條件的活動應採取直觀法，而不應以正切演繹。學生在學習「三角比和三角的應用」時，教師須界定正切與斜率的關係，以相似性質或其他方法討論平行線和垂直線的條件。教師可透過證明直線圖形有關結果的活動，讓學生能直觀比較試驗法、演繹法或解析法等學習幾何問題的不同方法。學生在第四學習階段將會接觸更多不同種類的幾何圖形，且待他們漸趨成熟，有關概念將會得到進一步的發展。	9
直線的坐標幾何	- 理解及應用距離公式和斜率公式 - 應用比找出<u>內分點和中點的坐標</u> - 理解兩平行及兩線垂直所需具備的條件 <u>欣賞除了演繹法外，還可利用解析法來證明與直線圖形有關的性質</u> <u>選擇和運用適當的方法來證明與直線圖形有關的性質</u>		12

單位	學習重點	教學建議	節數
三角學			
三角比和三角的應用	- 理解 0°至 90°角之間的正弦、餘弦和正切 - 探究三角比的性質與關係 - 探究 30°、45°和 60°等特殊角的三角比的準確值 <u>把分母根式有理化如 $\sqrt{2}$ 等</u> - 應用三角比來找出平面圖形的度量 - 引入方位、斜率、仰角和俯角及解答有關的平面問題	「三角學」是有關角度量的一門學科。對學生來說，這是一門全新的學問。根據以往的經驗，建議在學生對幾何圖形的性質和度量有較透徹的理解後，才進行本單位將有更理想的效果。在這學習階段，本單位的重點是應用三角比，而在第四學習階段才對三角函數性質作全面的討論。建議教師利用簡單的實際問題，例如估計建築物的高度，來介紹三角比的重要性。教師可考慮利用直角三角形三條邊的長度或單位圓上一點的坐標，來界定 0°至 90°之間角的三角比。課堂上可進行使用計算機或量度距離的活動，以探究三角比的值如何隨著角的轉變而變化。 介紹三角比之後，教師可先考慮運用三角比解決實際問題，然後才探究三角關係和特殊角的值。學生應懂得解決有關直角三角形的問題和簡單的斜率、方位、仰角和俯角的實際問題。學生在地理科亦可能接觸到方位、斜率等，因此教師應留意有關詞彙如象限角在這些科目的意義。若學生在本學習單位前已學習「直線的坐標幾何」，教師在本課應補充以正切定義線的斜率，另須討論正切的性質，以引入平行線和垂直線的條件。 建議透過探究性的活動，讓學生觀察三角比性質和關係的規律。關係包括： $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$, $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$ $\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$, $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ 教師可利用計算機和圖像軟件同時展示三角比的圖像和數值表，藉以引發學生探索和推測三角比的關係。三角恒等式的證明在這階段應減至最少。因為三角比的近似值可輕易從計算機得出，因此，部分學生可能覺得沒有須要計算這些角的準確值，所以，計算準確值可視為讓學生應用三角比和三角形性質的活動。作為對這些學生的一種挑戰，教師可安排他們以小組形式計算有關準確值。因為這些準確值會有不同的表達方法，所以，教師亦可解釋將無理數分母有理化的問題。	26