

## 示例 12：

### 驗證直線上的點滿足該直線的方程

目 標： 驗證直線上的點滿足該直線的方程

學習階段：3

學習單位：二元一次方程

所需教材：互動幾何軟件如 *Geometer's Sketchpad*

預備知識：(1) 坐標  
(2) 簡單代入法  
(3) 線性方程的圖像

活動內容：

1. 課堂前，教師先利用互動幾何軟件如 *Geometer's Sketchpad* 繪畫方程  $y = x + 1$  之圖像。本活動將以此圖像（見圖 1）作示範例。

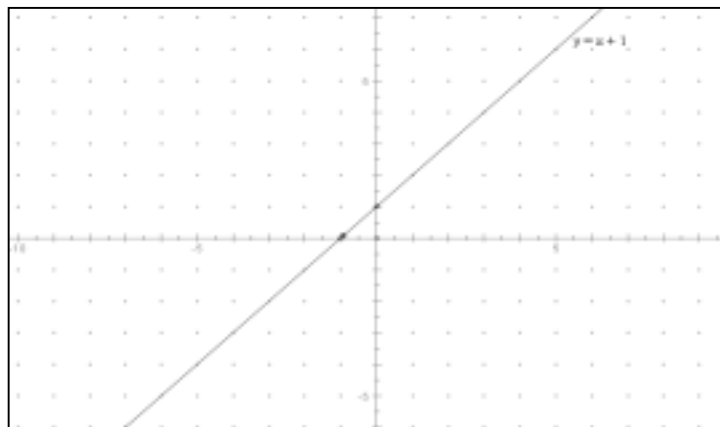


圖 1

2. 在圖 2 的直線上，隨意選擇一點並標籤這點 A。學生計算點 A 的“y 坐標”和“x 坐標+1”的值。參閱圖 2。

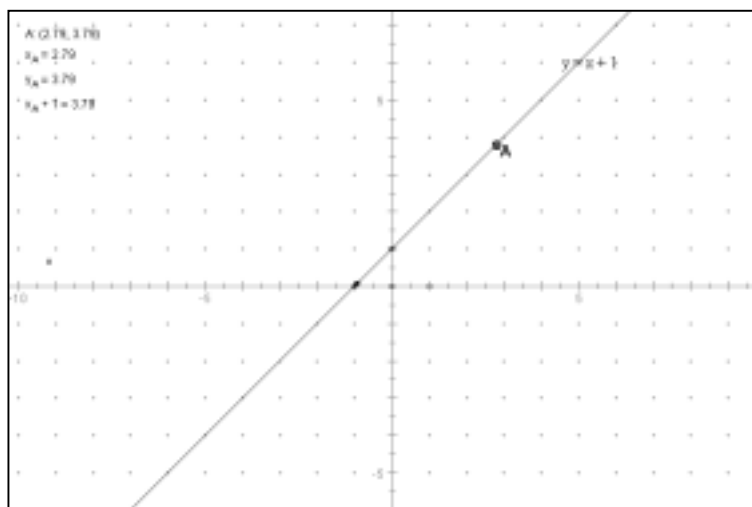


圖 2

3. 教師著學生沿著直線移動點 A, 並觀察  $y_A$  和  $x_A + 1$  的值的變化。教師期望學生會發現無論點 A 在直線上任何一個位置，這兩個值均相等。
4. 教師指導學生在直線以外繪畫一點 B, 量度其坐標  $(x_B, y_B)$  及計算  $y_B$  和  $x_B + 1$  的值。參閱圖 3。

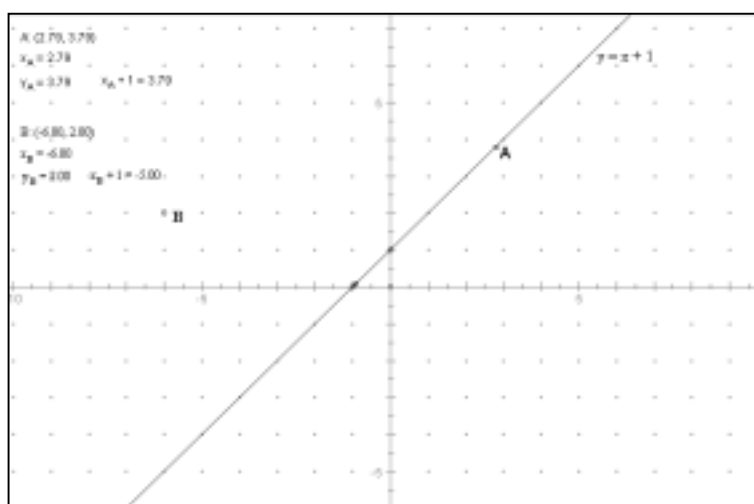


圖 3

5. 教師著學生於坐標平面上隨意移動點 B, 並觀察  $y_B$  和  $x_B + 1$  的值的變化。學生應會發現除非點 B 在直線之上，否則這兩值不相等。

6. 對於能力較佳的學生，教師可與他們討論  $y_B$  與  $x_{B+1}$  的值的變化是否有規律。如有需要，教師可引導學生討論以下問題：
  - (a) 那個值較大？在甚麼情況下成立？
  - (b) 如何闡釋所發現的結果？
  
7. 教師可引導學生得到以下結論：
 

若點  $(x, y)$  在直線上， $x$  與  $y$  的對應值必滿足該直線的方程。

若點  $(x, y)$  不在直線上， $x$  與  $y$  的對應值不會滿足該直線的方程。
  
8. 教師可進一步與學生討論以下問題：
  - (a) 圖中的直線上有多少個點？
  - (b) 有多少個序偶滿足這方程？
  
9. 教師向學生介紹如何以「代數法」判別一點是否在一已知的直線上。步驟如下：
  - (a) 將  $x$  坐標與  $y$  坐標的值代入該直線方程的左邊與右邊。
  - (b) 比較這兩個值。
  - (c) 若兩者相等，即表示該點是在直線上。否則，該點不在直線上。
  
10. 為鞏固第 7 點的概念，教師可要求學生對下列方程的圖像重複第 2 至 6 點及第 9 點之步驟：
  - (a)  $y = -0.5x - 1$
  - (b)  $y = 2x + 3$

**教師注意事項：**

1. 教師應與學生討論以下結果：直線方程的圖像上有無限多的點，因此有無限多個序偶滿足該直線方程。
2. (a) 能力較佳的學生會發現當點  $B$  在直線的上半平面時，則  $y > x + 1$ ；若點  $B$  在下半平面時，則  $y < x + 1$ 。教師應指出此結論（不等號的「方向」）在某些直線方程並不成立。例如：在  $x - y + 1 = 0$  之圖像中，滿足  $x - y + 1 < 0$  的點在上半平面，而滿足  $x - y + 1 > 0$  的點則在下半平面。  
  
(b) 當點  $B$  在直線上，則  $y = x + 1$ 。教師可進一步說明任何一條直線將平面劃分成三個不同部分，即上半平面，直線及下半平面。
3. 教師亦可於本活動中考慮使用垂直線和水平線作示範。