

示例 13： 利用圖解法解聯立線性方程

目標： 利用圖像軟件去解聯立線性方程

學習階段： 3

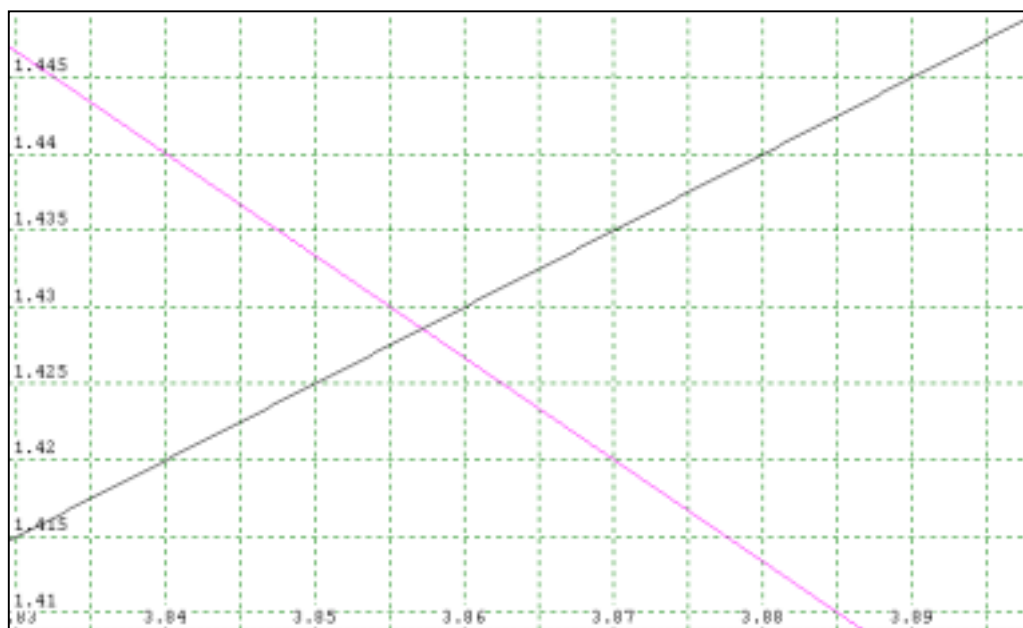
學習單位： 二元一次方程

所需教材： 圖像軟件 —— *Graphmatica*

預備知識： (1) 利用圖解法解聯立線性方程
(2) 捨入數字至指定的小數位

活動內容：

1. 教師向學生簡略地重溫利用圖解法解聯立二元一次方程。
2. 教師示範如何利用 *Graphmatica* 去解答工作紙第 I 部分的例子：
以圖解法解方程 $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$
學生可跟從教師的示範步驟作為實習。教師應向學生說明 *Graphmatica* 並不能提供準確的解，但可提供要求至某個準確程度的解。
3. 當繪畫完 $x - 2y = 1$ 及 $2x + 3y = 12$ 之圖像（見工作紙的圖 1）後，教師要求學生回答第 2 題。學生可能會得出不同的答案。教師可以要求學生解釋他們的看法。教師可示範如何使用 *Graphmatica* 中的 **Zoom in** 工具去達至較高的準確度藉以回答第 3 至 6 題。下圖顯示透過 **Zoom in** 工具去放大圖像。至於使用 **Zoom in** 工具的程序則詳述於本示例後的操作程序內。



4. 學生以兩人為一組，運用 *Graphmatica* 完成工作紙的第 II 部分。
5. 當學生完成第 II 部分後，教師可將答案給予學生核對。

工作紙：利用 *Graphmatica* 解聯立線性方程

第 I 部分：例子

使用圖像軟件 *Graphmatica*，以圖解法解聯立線性方程

$$(*) \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

1. 繪畫 $x - 2y = 1$ 及 $2x + 3y = 12$ 之圖像及標示其名稱，如圖 1。

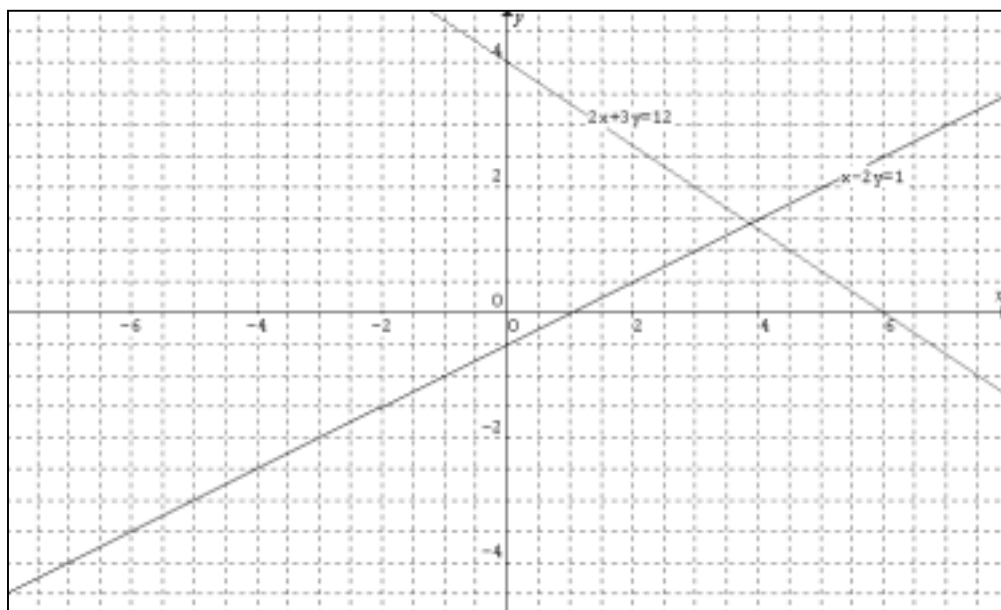


圖 1

2. 從以上的圖像中，若要答案準確至一位小數，你能否決定方程(*)的解？為甚麼？

3. 利用 **Zoom in** 工具將圖像放大，直至你能決定(*)的解，準確至一位小數。

從圖像中，(*)之解為 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，準確至一位小數。

4. 再利用 **Zoom in** 工具將圖像放大，直至你能決定(*)的解，準確至二位小數。

從圖像中，(*)之解為 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，準確至二位小數。

5. 再利用 **Zoom in** 工具將圖像放大，直至你能決定(*)的解，準確至三位小數。

從圖像中，(*)之解為 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，準確至三位小數。

6. 再一次利用 **Zoom in** 工具將圖像放大，直至你能決定(*)的解，準確至四位小數。

從圖像中，(*)之解為 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，準確至四位小數。

第 II 部分：練習

利用 *Graphmatica* 解下列的聯立線性方程。若答案並非準確數值，則將答案捨入至四位小數。列印最終的放大圖像，將圖像貼在紙張上，並寫下方程的解。

1.
$$\begin{cases} 2x + 5y = 6 \\ 3x - y + 6 = 0 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x - 5y + 5 = 0 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 5x - 3y + 10 = 0 \end{cases}$$

教師注意事項：

1. 工作紙第 I 部分的答案：

第 2 點 由於水平及垂直的格線不夠稠密，故此很難決定問題的解，準確至一位小數。

第 3 點 (*) 的解為 $x=3.9$ ， $y=1.4$ ，準確至一位小數。

第 4 點 (*) 的解為 $x=3.86$ ， $y=1.43$ ，準確至二位小數。

第 5 點 (*) 的解為 $x=3.857$ ， $y=1.428$ ，準確至三位小數。

第 6 點 (*) 的解為 $x=3.8571$ ， $y=1.4286$ ，準確至四位小數。

2. 工作紙第 II 部分的答案：

問題	答案
1	$x = -1.4118$ ， $y = 1.7647$ (準確至四位小數)
2	$x = 10.7143$ ， $y = 3.1429$ (準確至四位小數)
3	$x = -4.5714$ ， $y = -4.2857$ (準確至四位小數)

3. 對於能力稍遜學生，教師可以在進入工作紙第 II 部分前，給予他們一些數字捨入的練習。再者，學生可以把不同放大程度的圖像列印出來以便作出比較。

4. 當學生把圖像放大時，教師必須指導學生把圖像放大至足以覓得準確至指定小數位答案的倍數。

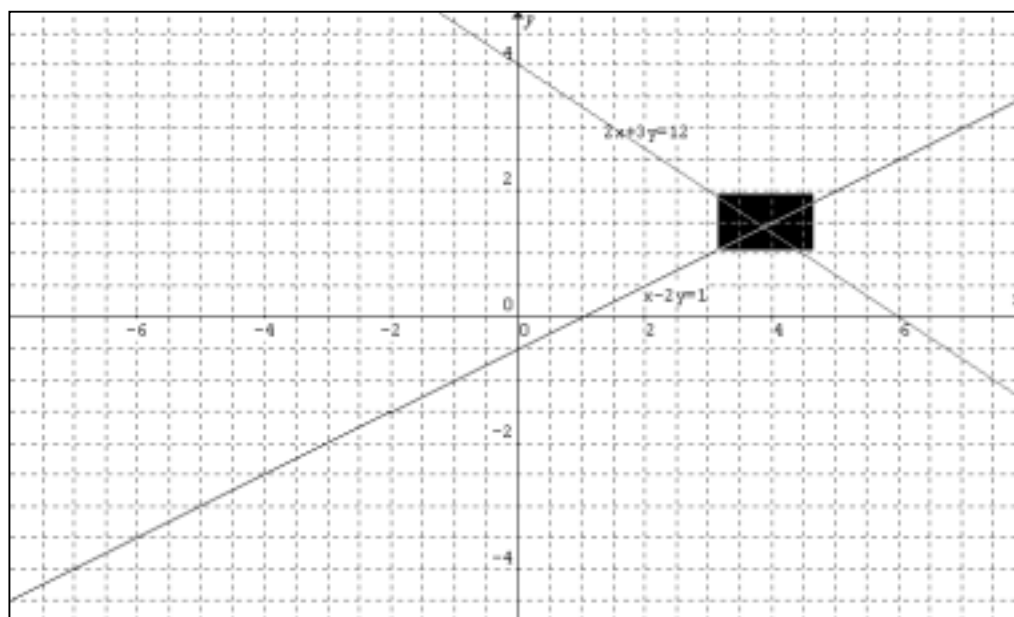
5. 對於能力較佳學生，他們可以直接跟隨操作程序去完成此工作紙，作為一個自學的練習。

操作程序：

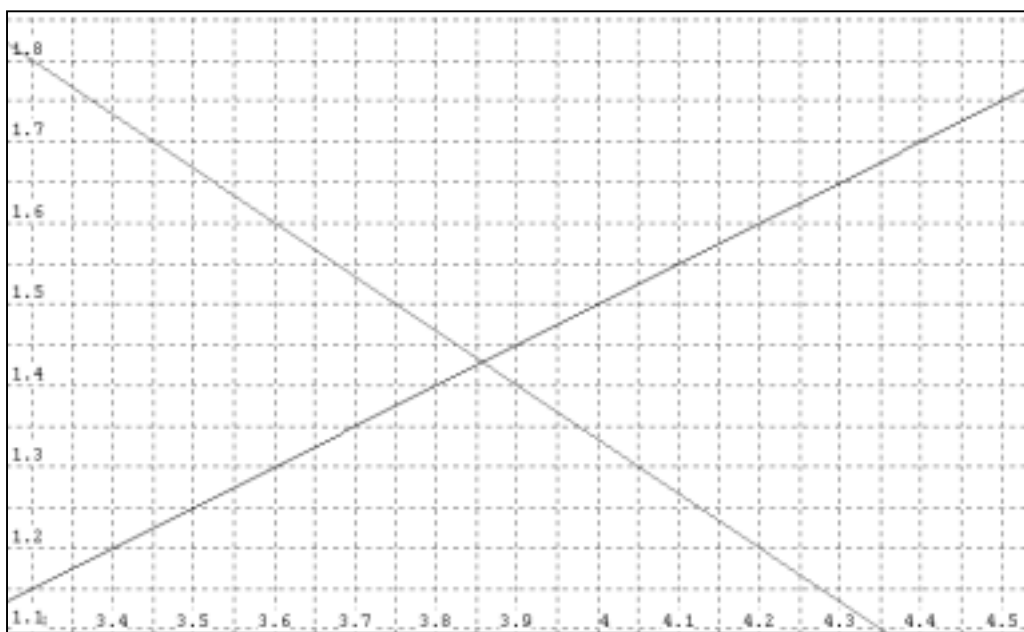
利用 *Graphmatica* 以圖解法解聯立線性方程


$$\begin{cases} x-2y=1 \\ 2x+3y=12 \end{cases}$$

1. *Graphmatica* 之試用版可在以下網址中下載：
<http://www8.pair.com/ksoft/>。
2. 進入 *Graphmatica* 程式後，在對話方塊中，輸入方程 $x-2y=1$ 及按 **Enter**，程式會立刻繪畫出該方程的直線圖像。
3. 以同一方法繪畫方程 $2x+3y=12$ 的圖像。
4. 若要改變圖像的顏色，選取 **View|Colors**。在對話盒中選取所需的顏色。
4. 若要標示方程 $x-2y=1$ 圖像的名稱，選取 **Labels|Annotate**。在對話盒中輸入方程「 $x-2y=1$ 」及按 **Place**。將滑鼠遊標移至圖像上適當位置並點按以標示其名稱。重覆以上步驟以標示 $2x+3y=12$ 。
6. 利用 **Zoom in** 功能將圖像放大。將滑鼠移往兩圖像交點左上角附近位置。拖曳並選擇出一個長方形區間以作放大，參看下圖。



7. 若要放大圖像，按 **Zoom in** 按鈕  結果如下圖所示。



8. 要得出準確至任何小數位的解，可將圖像放大，直至達到足夠的準確度為止。
9. 按 **Default grid** 按鈕  可將圖像回復至原先的大小設定。
10. 若要加上圖像的捲軸，選取 **Options | Show Scrollbars**。