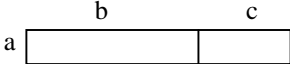


乙. 學習重點及教學建議 (第三學習階段)

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
數與數系			
有向數及數線	<ul style="list-style-type: none"> ● 直觀地了解及認識負數的概念及用處 ● 初步認識數線上序的概念 ● 探討及討論有向數的運算 ● 有向數的運算 	<p>於小學階段，學生已理解不同數字類型的概念，及已學習不同類型數字之互化(詳情參閱《課程綱要》附件一)。教師應注意在小學時學習目標為本課程的學生，對負數並無任何概念，而學習非目標為本課程的學生，對正負數的相反意義已有初認識。在中學階段，學生對數字的概念，將由正數擴展至有向數，以至實數。然而，教師在有需要時，應評估及提供鞏固活動，以確保學生對數字概念有穩固的基礎，才進入學習第三學習階段及第四學習階段的課程。隨著引入「畢氏定理」及「三角比及應用三角學」，學生於第三學習階段將遇到有理數及無理數。教師可安排「有理及無理數」單位與上述兩個單位任何一個同時教授。根式的操作技巧只限於足以處理上述兩個單位有關的問題。學生將於第四學習階段才正式學習實數系統。</p>	12
有理數及無理數	<ul style="list-style-type: none"> ● 認識無理數及根式的存在 ● 探究如何在數線上表達無理數 ● 對常見的根式進行運算，包括將含有\sqrt{a}形式的分母有理化 ● 欣賞可以用較簡潔的方式表達根式 	<p>由於大部分數學練習(尤其在小學階段)，均須以準確數值作為答案，故部分學生並不習慣使用估算。於中學階段，教師應協助學生在計算上建立靈活的思考。透過「數值估算」單位的活動，學生應能注意到估算在各方面的使用，並能以簡單的估算策略估計數值，同時檢查所得的結果是否合理。學生須相信估算有時是必需的。因此，教師在最初階段宜使用簡單例子，且避免在整個估算過程中過於講求精確。教師可強調在估算時所使用的詞彙，例如：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 約25 ● 接近25 ● 略少於25 ● 24至25之間，可能較接近25 ● 24至25之間，等 <p>為幫助學生在日常生活中作估算，教師應廣泛利用實際例子。估算與解決問題能力非常相似，都要求多方面的技巧，並需經長時間始能掌握及改善。此外，估算亦包含了一種態度及一套技巧。教師在教授其他數學課題時，均應強調估算。教師可利用每天家課及課堂上要求學生以口頭作出估算值，加強學生對估算的運用。</p>	6
數值估算	<ul style="list-style-type: none"> ● 認識在現實生活中須要應用估算策略，以及欣賞前人在概算如 等近似值時所付出的努力 ● 判斷何時須作估算或計算出準確值 ● 選擇及運用估算策略估計數值，並鑑定結果的合理性 ● 選擇適當的計算工具進行運算，例如心算、筆算或使用計算機運算等 	<p>由於大部分數學練習(尤其在小學階段)，均須以準確數值作為答案，故部分學生並不習慣使用估算。於中學階段，教師應協助學生在計算上建立靈活的思考。透過「數值估算」單位的活動，學生應能注意到估算在各方面的使用，並能以簡單的估算策略估計數值，同時檢查所得的結果是否合理。學生須相信估算有時是必需的。因此，教師在最初階段宜使用簡單例子，且避免在整個估算過程中過於講求精確。教師可強調在估算時所使用的詞彙，例如：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 約25 ● 接近25 ● 略少於25 ● 24至25之間，可能較接近25 ● 24至25之間，等 <p>為幫助學生在日常生活中作估算，教師應廣泛利用實際例子。估算與解決問題能力非常相似，都要求多方面的技巧，並需經長時間始能掌握及改善。此外，估算亦包含了一種態度及一套技巧。教師在教授其他數學課題時，均應強調估算。教師可利用每天家課及課堂上要求學生以口頭作出估算值，加強學生對估算的運用。</p>	5

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
近似與誤差	<ul style="list-style-type: none"> ● 學習捨入至指定的效數字的進一步概念及技巧 ● 理解科學記數法的意義 ● 運用科學記數法於實際問題 ● 意識在估算與近似時出現誤差的問題 ● 理解及計算不同種類的誤差，例如絕對誤差、相對誤差及百分誤差 	於日常活動中，學生應能辨別何時適合使用估算，以及判斷在特定的情況下，估算應有的精確程度。在「近似值與誤差」的單位中，教師可將數字捨入的認識伸延至指定有效數字的概念，以及在科學記數法中數字所需的準確程度。學生應能熟練地按所需的準確程度將某一數值作捨入。然而，更為重要的是，學生能按情況決定所需的準確程度，及能覺察到在估算或捨入數字時的相對誤差幅度。	7
比較數量			
百分法	<ul style="list-style-type: none"> ● 理解百分法及百分數變化的意義 ● 運用百分數變化解決買賣問題 ● 運用百分法解決單利息、複利息、增長和折舊等問題 	於小學階段，學生已學會百分法的意義（即分母為100的分數），及百分法為比較分數的最簡便途徑。學生已學會百分數比與小數或分數互化。他們能將該百分法應用於解決簡單的日常生活問題，例如折扣及單利息（學習目標為本課程的學生並沒有學習折扣及單利息的課題）。於這個階段，學生應該懂得使用代數符號及百分數比較數量以及解決更多現實生活的問題。在「百分法」單位中，只須包含簡單的問題。兩個以上數量的比較將於「續百分法」單位中處理。完成九年基礎教育後，學生應對現實生活問題（包括稅項及差餉）上應用百分法有基本認識。較複雜的應用問題將於第四學習階段的「數學的進一步應用」單元中教授。	17
續百分法	<ul style="list-style-type: none"> ● 運用百分法解決進一步的實用問題，包括連續增減、各種成份增減等 ● 應用百分法解決簡單實際生活問題，包括稅及差餉等 		7
率及比	<ul style="list-style-type: none"> ● 理解率及比的意義 ● 認識a:b與a:b:c的記法 ● 運用率及比解決現實生活中的問題，包括求積問題 	於小學階段，學生已通過計算分數而掌握比的概念，並透過解決有關速率的問題而對率有所認識。學生對正比及反比亦已有初步認識，同時能夠利用歸一法解決簡單和正比及反比有關的問題。學生應明白，若比的兩個數字（或數量）同時乘以或除以相同數值，該比的值並無改變。於第三學習階段，學生應該了解率及比的分別。學生亦應學習兩項比記法a:b，以及伸延該概念至三項比a:b:c。學生應該懂得怎樣利用率和比，去解決一些與求積法（包括相似圖形），以及科學或地理（例如代表分數）有關的例題。在第四學習階段，才較嚴謹地從代數角度處理正比及反比的問題。	8

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
觀察規律及表達通則			
以代數語言建立問題	<ul style="list-style-type: none"> ● 欣賞利用英文字母代表數字 ● 理解代數語言，包括把文字改寫成代數式，或以描述句子表達代數式 ● 知道代數語言與算術語言的分別 ● 認識某些能以代數方式表達的常見及簡易的公式，並懂得代入法 ● 建立簡易的代數方程或不等式以解答問題 ● 探究、欣賞及觀察各種數列的規律，例如多邊形數、等差數列及等比數列、斐波那契數列等 ● 運用代數符號表示數型 ● 知道函數的初步概念，如「輸入 - 處理 - 輸出」等概念 	<p>代數技巧對學生學習數學上很多課題均非常重要。過往研究顯示，許多學生因對算術了解不足，故未能理解初等代數。若學生未能掌握算術運算，教師須為其提供足夠的鞏固活動。由數字順利過渡至代數被認為非常重要。教師須引導學生體會兩種語言的差異。在這個單元，教師應通過觀察規律、歸納、建模及引證等活動，向學生介紹代數語言。這些過程對代數初學者非常重要。在「代數關係式及函數」單元，學生應可運用不同類型的代數關係。「以代數語言建立問題」此一單位可視作代數語言的入門，學生學習以字母代表未知數及變數。「簡易多項式的運算」單位旨在使學生掌握涉及一個以上變數的簡單多項式操作。簡單多項式因式分解可視為展式或乘法的逆運算。學生完成該等探究性活動後，將會在「整數指數律」單位中進而探究及總結有關整數指數的代數規律。</p> <p>儘管學生於小學階段已學過尋找數列的連續項（不限於數字），他們於此階段應可利用代數符號描述該等規律。於「以代數語言建立問題」單位內的數列活動，學生觀察數字規律，就規律作猜測，及以代數語言描述該等規律。透過從數列通項的代數式產生數列的項，學生將會對「輸入 - 處理 - 輸出」此概念有初步認識，並了解代數符號（如 $2x$ 及 x^2）的不同意義。數列例子引入等差數列及等比數列作為例子可以鞏固學生對數列的了解。教師應在第四學習階段才介紹如何求數列的通項。教師可利用試算表或計算機減輕學生在運算上的負擔。此等資訊科技工具亦為數字及代數領域之間提供了自由、雙向的對流。學生運用代數語言闡釋及解決簡單問題，從而領略代數方法較傳統算術方法優勝之處。學生亦必須留意簡單代數式的書寫習慣，以及代數語言與算術語言的區別。例如，$ab=a \times b$，而 $57=5(10) + 7$。</p>	14

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
簡易多項式的運算	<ul style="list-style-type: none"> ● 認識多項式為代數式的一個特殊例子 ● 認識有關詞彙的意義 ● 掌握涉及多於一個變數的多項式加法、減法和乘法 	<p>「簡易多項式的運算」單位會介紹次數、項及係數等術語。教師應向學生提供活動，以識別同類項、異類項及係數，從而幫助他們討論這些概念的運用。學生應懂得處理同類項的加和減。多項式的分配性質可用方塊介紹，以展示其相等之處。</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>教師可將數字的分配性質與多項式聯繫，如 $a(b+c)=ab+ac$ 相當於 $2 \times (99+1) = 2 \times 99 + 2 \times 1$。如何處理括號的問題應詳加討論，以確保學生能判別何時可應用分配性質。學生於本單位將對指數規律有初步認識，如 $x^2 \cdot x^3 = x^5$ 等。指數定律會在「整數指數律」單位中詳細討論。</p>	10
整數指數律	<ul style="list-style-type: none"> ● 伸延及探究指數記數法負指數的意義 ● 探究、理解及運用整數指數律來化簡簡單的代數式(限於兩個變數) ● 理解及比較在現實生活中出現不同進制的記數法 ● 透過不同進制記數法來建立位值的概念 ● 互相轉換簡單十進數和二進數/十六進數 	<p>學生在小學階段已對數字的正指數有初步認識。在「整數指數定律」單位，學生將學習負指數的意義。教師於介紹整數指數定律前，應先行向學生提供探究指數規律的活動。許多學生在處理個別代數規律時，不會有特別困難。然而，在使用多於一條該等規律時，學生在理解這些有關的規律有困難，亦會出現不少粗心大意的錯誤。</p> <p>例如：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 混淆分配律，例如 $m^3n^2 = (mn)^5$, $(a+b)^2 = a^2+b^2$ ● 未能分辨運算的次序，例如 $3 \times 4^6 = 12^6$, $6^4/3^2 = 2^2$ ● 混淆加法或乘法，例如 $(x^3)^2 = x^5$, $3a \cdot 2a = 5a$ ● 只對數字作出運算而忘記字母，例如 $4+3n = 7n$, $3 \cdot 2^x = 6^x$ <p>釐清上述錯誤觀念對進一步探究此一課題非常重要。教師不應要求學生就代數符號作冗繁運算。最基本的要求是，教師應確定學生具備足夠的運算能力以處理方程及不等式。現實生活中的不同進位數字，可視作指數的應用。簡單的二進數/十六進及十進數的互化，會加強學生對位值的認識。數值互化的過程如下：</p> $35 = 32 + 2 + 1 = 2^5 + 2^1 + 2^0 = 10000_2 + 10_2 + 1_2 = 100011_2$ <p>「近似與誤差」單位中的科學記數法亦可作為另一整數指數律的應用。</p>	10
簡易多項式的因式分解	<ul style="list-style-type: none"> ● 理解因式分解是展開代數式的逆運算 ● 利用提取公因式及併項法分解因式 ● 利用恒等式(包括平方差及完全平方式、<u>立方差與立方和</u>)分解因式 ● 利用十字相乘法分解因式 	<p>學生應知道簡易多項式的因式分解是多展式的逆運算。學生可利用展式(乘法)技巧覆核因式分解的結果。由於學生會在多項式因式分解應用部分恒等式，故教師應確保學生在學習本單位之前，已學了「恒等式」單位。</p>	10

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
代數關係式與函數			
一元一次方程	<ul style="list-style-type: none"> ● 建立及解一元一次方程 ● **解文字方程 	<p>學生在小學階段只學過以最多兩個步驟的解法來解簡單的一次方程。在「以代數語言建立問題」的單位，學生會對以方程及不等式表達的問題有進一步認識。在該單位，他們以“猜測及驗算”或直接觀察來解方程及不等式。學生於本單元應探究以方程、公式、恒等式或不等式表述不同類型的代數關係。他們將會進一步探究這些不同類型的代數關係的意義，並學習解方程正式的方法。我們不期望學生會學習「開句」此專有名詞。然而，學生應有代入數值使關係變真的概念，而該等數值稱為該方程的解。該等不同關係的解應予比較及詳細討論。例如：教師可安排同時教授「一元一次方程」及「一元一次不等式」，以比較兩者在求解方面的分別。</p> <p>學生於小學階段，已學會利用天平原理解一元一次方程。在第三學習階段初期，學生應運用同樣概念，明瞭解一元一次方程的步驟。學生熟習該概念後，便能應用移項規則解方程。教師亦可介紹「解」及「根」等術語。過往經驗顯示，學生經常混淆代數式與方程。教師應提醒學生兩者的分別。</p>	7
二元一次方程	<ul style="list-style-type: none"> ● 繪畫及探究二元一次方程的圖像 ● 以代數方法及圖解法建立及解聯立方程 ● 認識圖解法的近似性質 ● **探究不相容或沒有唯一解的聯立方程 	<p>在學習解聯立二元一次方程前，學生必須先具備探究二元一次多項式之輸入及輸出的經驗。學生可利用某些試算表軟件，探究二元一次方程的意義。隨後，教師可向學生介紹二元一次方程的圖像。利用圖像軟件工具的放大及追蹤功能，更能有助討論不滿足方程的數值。學生可使用此等資訊科技工具，探究這類方程的圖像形狀。當學生對方程有基本了解後，就可以進而解聯立方程。就代數法而言，學生應具備在「公式」單位中學過有關公式變換主項的概念，以便熟練地應用代入法解方程。學生應不難以圖解法明白聯立方程解的意義。能力較佳的學生，不論是否有圖像工具的協助，可以進一步探究不有容的或無唯一解的方程。</p>	15

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
恒等式	<ul style="list-style-type: none"> ● 探究恒等式的意義，並區別方程與恒等式 ● 發現及運用恒等式：<u>平方差</u>、<u>完全平方</u>、<u>立方差與立方和</u> 	<p>學生必須了解方程及恒等式的分別。方程只被x的某些數值滿足，而恒等式則被任何x值滿足。學生可通過不同方法探究恒等式的意義。例如：利用試算表展示將數值代入恒等式兩邊、比較恒等式的數字或空間模式等。學生可自行建立一些恒等式，才開始“發現”以下恒等式：</p> $(x-y)(x+y) = x^2 - y^2; (x \pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2; (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2) = x^3 \pm y^3$	8
公式	<ul style="list-style-type: none"> ● 掌握分母為一次因式的分式運算 ● 建立代數因式分解的初步概念 ● 探究常見的公式，並代入數值於公式 ● 變換不涉及根號的簡易公式的主項 	<p>至於「公式」單位，學生須明白公式的意義，並能將數值代入公式內。學生應對簡單公式的主項變換有所認識。學生應做簡單的練習，而複雜或涉及繁複步驟的公式，則可利用計算機或某些代數軟件處理。倘學生並未認識簡單代數式的因式分解，教師可向學生介紹因式分解的簡單概念。例如：抽取公因子集組。然而，計算方法須簡單易明，只求足以應付本單位的要求。因式分解的進一步解釋應留待「簡易多項式的因式分解」單位內處理。</p>	14
一元一次不等式	<ul style="list-style-type: none"> ● 理解不等號\geq、$>$、\leq及$<$的意義 ● 探究不等式的基本性質及一些相關定律 ● 解簡易一元一次不等式，並以數線表示所求得的解 	<p>學生在「以代數語言建立問題」的單位，已非正式地研究不等式的意義。例如：能列出滿足「$3x$ 比 3 少」中所有 x 的數值。在本單位，學生應能夠找出解。教師在教授移項之前，學生應探究一些不等式的定律，如「不論 c 的數值是甚麼，若 $x > y$，則 $x+c > y+c$」。學生可進而探究如「若 $a > b$，則 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$」等語句是否成立，從而進一步發展學生的數字感。教師可要求學生就解方程及解不等式的方法(尤其是涉及負係數的問題)作出比較。學生應了解用不同不等號表達的解有什麼差異。如 $x > 3$ 及 $x < 3$ 的解的分別。學生亦應能在數線上表達不等式的解。</p>	7