



示例 7 :

簡易多項式的加法和減法

目標： 學生能夠進行簡易多項式的加法和減法

學習範疇： 數與代數

學習單位： 簡易多項式的運算

學習階段： 第三學習階段

所需教材： 瓷磚(若沒有瓷磚，可用咭紙代替)

預備知識：

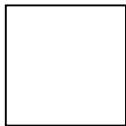





- (1) 有向數四則運算
- (2) 代數基本概念

有關的高層次思維能力： 構思能力、傳意能力

活動內容：

活動 7.1：簡易多項式的加法

1. 課堂前，教師預備足夠數量的瓷磚，大小如下。

						意義
	x 	$+x^2$	x 	$+x$	1 	$+1$
	x 	$-x^2$	x 	$-x$	1 	-1

2. 教師向學生展示瓷磚並說明每一塊瓷磚的代表意義（即多項式的項可由特定的瓷磚所表示）。

學生應注意到一塊白瓷磚與一塊大小相同的黑瓷磚互相消去，並得出零。

例如：

$$\begin{array}{c} 1 \\ | \\ x \end{array} + x \begin{array}{c} 1 \\ | \\ x \end{array} = 0 \text{ (零)}.$$

3. 教師將學生分為每二人一組，並要求學生區別代表瓷磚 x^2 及 x 之不同。

(答： x^2 ：

$$\begin{array}{c} x \\ | \\ x \end{array}$$

： x ：

$$\begin{array}{c} 1 \\ | \\ x \end{array} + x \begin{array}{c} 1 \\ | \\ x \end{array}$$

問題： 1. 兩組瓷磚圖像有什麼差異？

2. 若瓷磚圖中的 x 由 $2x$ 所取代，圖形將會有什麼變化？

4. 教師派發足夠數量的瓷磚給學生，並著他們用適當的瓷磚去代表多項式 $3x + 2$ 和 $x^2 + 4x + 1$ 。
5. 教師在每組內選取一位學生負責於紙張上擬訂不同的二次多項式，而另一位組員則負責拼湊適當的瓷磚去代表這些多項式。經過數次成功的嘗試後，組員可交換角色。
6. 教師可於此時示範怎樣把兩個代表著不同的三項式的瓷磚組合，根據它們的形狀及大小拼在一起，用以解釋多項式的加法，並計算出答案。
7. 為使學生在學習怎樣透過拼湊瓷磚去學習多項式的加法，教師可把兩組同學合併，並著其中一組同學負責擬訂不同的三項式加數，而另一組同學則負責拼湊適當的瓷磚去計算答案。經過數次成功的嘗試後，兩組同學可交換角色。
8. 當學生完成了足夠的練習後，教師可著學生完成工作紙 7.1。
9. 鼓勵學生作小組討論並將答案填寫在工作紙中。
10. 完成後，教師可與學生核對答案。
11. 挑戰問題：這些瓷磚都能適當地代表著二次的多項式。那麼，我們應該怎樣用類似方法去表示三次的多項式？

工作紙 7.1

1. 在表 7.1 的問題(a)中，選用瓷磚代表方格①中的代數式，並將對應的瓷磚代表圖像畫於方格②內。
2. 簡化答案及將其瓷磚圖像畫於方格③，並將對應的代數式寫在方格④中。
3. 完成問題(b)至(d)。
4. 組員可互相討論。

表 7.1

問題		原來	結果
(a)	代數式	① $(3x + 2) + (2x + 1)$	④
	瓷磚圖像	②	③
(b)	代數式	$(3x + 2) + (2x - 5)$	
	瓷磚圖像		

(待續，轉後頁)

表 7.1 (續)

問題		原來	結果
(c)	代數式	$(3x + 2) + (-x + 1)$	
	瓷磚圖像		
(d)	代數式	$(3x + 2) + (-x - 3)$	
	瓷磚圖像		

5. 與其他組的組員討論如何簡化代數式 $(ax + b) + (cx + d)$ 。
6. 簡化下列數式。只須寫下最後答案。
- $(2x + 1) + (-3x - 3)$
 - $(x^2 + 2x + 3) + (2x^2 - x + 1)$
 - $(2x^2 - 1) + (x + 1)$
 - $(2 - x + x^2) + (x - x^2)$
 - $(2x^2 + x - 3) + (-2x^2 - x + 3)$

活動 7.2：簡易多項式的減法

1. 將不同類型的瓷磚分派給每組學生。
2. 分派工作紙 7.2。
3. 讓學生討論及完成工作紙 7.2 問題 1。教師可與學生討論問題 1(a)。
4.
 - (a) 教師在黑板上寫下數式 $(3x + 2) - (2x + 3)$ 。
 - (b) 要求學生利用瓷磚簡化數式。
 - (c) 學生可能發現沒有足夠的 1×1 的瓷磚進行減數。教師可要求各組進行討論，並向全班匯報解決問題的方法。教師及其他學生均可對匯報的內容作出評語。
5. 要求學生利用瓷磚完成工作紙 7.2 中的問題 2 至 4。學生可進行小組討論。
6. 各小組須將他們在工作紙 7.2 中的問題 4 的發現向全班匯報。
7. 教師及其他學生給予評語。
8. 要求學生獨立地完成第 5 題。
9. 教師與學生核對答案。

工作紙 7.2

1. 利用瓷磚簡化下列數式：

- (a) $(4x + 3) - (2x + 1)$
 (b) $(2x^2 + x + 3) - (x^2 + x + 2)$
 (c) $(-3x + 2) - (-2x + 2)$

2. 利用瓷磚簡化下列數式：

- (a) $(3x + 1) - (2x + 2)$
 (b) $(3x + 1) - (2x - 2)$
 (c) $(3x + 1) - (-2x + 2)$
 (d) $(3x + 1) - (-2x - 2)$

3. 利用問題 2 所得的結果，試將下列數式配對。

問題 2 中的數式

$(3x + 1) - (2x + 2)$

$(3x + 1) - (2x - 2)$

$(3x + 1) - (-2x + 2)$

$(3x + 1) - (-2x - 2)$

數式

• $3x + 1 + 2x - 2$

• $3x + 1 - 2x - 2$

• $3x + 1 + 2x + 2$

• $3x + 1 - 2x + 2$

4. 從以上配對結果中，你觀察到甚麼？

寫下你所觀察到的規律。

例： $(ax + b) - (cx + d) = ?$

5. 簡化下列數式：

- (a) $(2x + 1) - (-3x - 3)$
 (b) $(2x^2 + 2x + 3) - (x^2 - x + 1)$
 (c) $(2x^2 - 1) - (x + 1)$
 (d) $(2 - x + x^2) + (x - x^2)$
 (e) $(2x^2 + x - 3) - (-2x^2 - x + 3)$
 (f) $(2x^2 - 3 - 2x) + (4 - 4x^2 + 5x)$

教師注意事項：**活動 7.1：**

1. 活動開始部分的目標是釐清各瓷磚的意義及幫助學生掌握如何利用瓷磚代表簡易多項式。
2. 在活動 7.1 的第 3 點中的問題 2，假設 x 被 $2x$ 所取代，則原來的正方形的面積會變大 4 倍，而 $2(2x)$ 的瓷磚圖像的面積則是 $2x$ 瓷磚圖像的兩倍。
3. 為了使學生能進一步鞏固他們利用瓷磚表示多項式，教師可在黑板上貼上一系列代表不同數式的瓷磚，並要求學生寫下對應的多項式，從而幫助學生明白瓷磚的組合與多項式的一一對應關係。
4. 當學生嘗試作答工作紙 7.1 時，他們須要運用到一些傳意技巧，例如以數學語言去表達意見及紀錄討論過程中的結果。因此工作紙的題目利用組合同類項的方法去簡化數式，而各組的口頭匯報能促進學生之間的溝通。問題 5 可簡化如下：
“ $(ax + b) + (cx + d) = (ax + cx) + (b + d) = (a+c)x + (b+d)$ ”。
5. 工作紙 7.1 的問題 6 並不希望學生運用瓷磚，但希望學生能應用從問題 5 中學到的組合同類項的技巧去簡化數式。
6. 在活動 7.1 的第 11 點中有關活動的描述部分，其中一個可行的答案是以一個邊長為 x 單位的正立方體代表 x^3 而以一個 x 單位 \times x 單位 \times 1 單位的長方體代表 x^2 ，如此類推。

活動 7.2 :

1. 學生應能發現減法即是從代表第一個多項式的瓷磚圖中取走瓷磚。教師應注意在問題 1 中的數式均備有充足瓷磚可被取去。
2. 解決問題 1 的方法並不適用於解決問題 2，原因是在問題 2 中，沒有足夠的瓷磚可被取走。學生必須考慮一個新的方法去處理這問題。教師可引導學生討論或讓學生自行討論。解決方法如下：在代表數式的瓷磚圖像中加入適量代表零的黑白瓷磚，使進行減法時有足夠的瓷磚被取走。

例： $(3x + 2) - (2x + 3)$ 的瓷磚圖為

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} \right) \\
 - & \left(\begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \end{array} \right) \\
 = & \left(\begin{array}{c} \cancel{\square} + \cancel{\square} + \square \\ \cancel{\square} + \cancel{\square} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \cancel{\square} + \blacksquare \end{array} \right) \\
 - & \left(\begin{array}{c} \cancel{\square} + \cancel{\square} \\ \cancel{\square} + \cancel{\square} + \cancel{\square} \end{array} \right) \\
 = & \begin{array}{c} \square \\ \square \end{array} + \blacksquare
 \end{aligned}$$

答案為 $x-1$ 。

例： $(3x + 1) - (-2x - 2) = (3x+1) - [2(-x) + (-2)]$

瓷磚圖為

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{array} \right) \\
 = & \left(\begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \square \\ \blacksquare \\ \square \\ \blacksquare \\ \square \\ \blacksquare \\ \square \\ \blacksquare \end{array} \right) \\
 & - \left(\begin{array}{c} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{array} \right) \\
 = & \begin{array}{c} \square \\ \square \\ \square \\ \square \\ \square \end{array} + \square + \square + \square
 \end{aligned}$$

答案為 $5x+3$ 。

3. 工作紙 7.2 中的問題 2 與 3 可幫助學生發現減法的分配律，即 $(ax + b) - (cx + d) = ax + b - cx - d$ 。
4. 學生應該不要使用瓷磚，而應運用在工作紙 7.2 的問題 4 中所發現的方法去計算問題 5。