



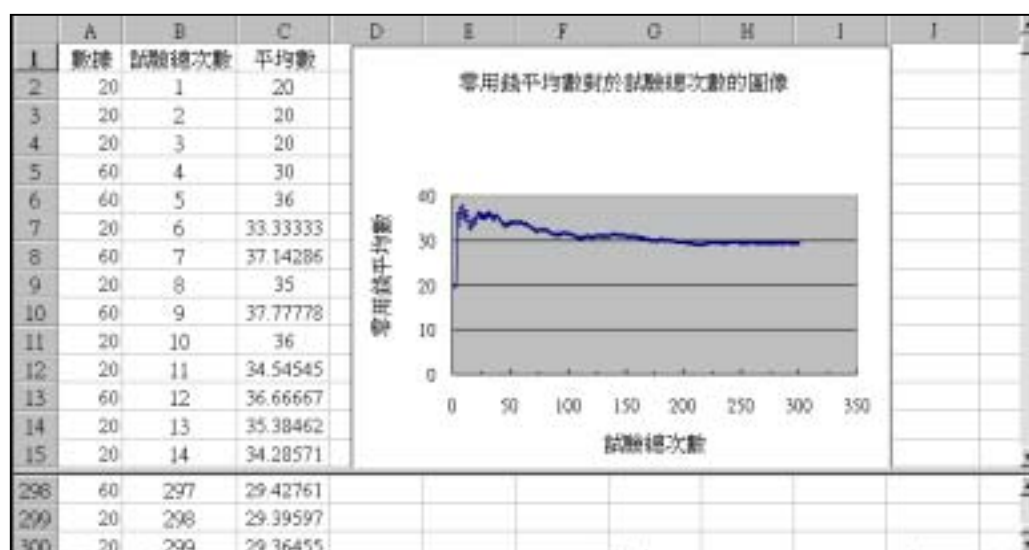
示例 8： 零用錢的期望值

- 目標：** 學生能夠明白期望值的意義
- 學習範疇：** 數據處理
- 學習單位：** 概率的簡單概念
- 學習階段：** 第三學習階段
- 所需教材：** 試算表程式 - *Excel* 和檔案 *hots08_c.xls*。
- 預備知識：** 算術平均數，實驗概率和理論概率的關係
- 有關的高層次思維能力：** 構思能力，探究能力

活動內容：

1. 教師首先將問題告訴學生。
2. 將學生分成四人一組並派發工作紙 8.1。
3. 要求學生開啟檔案 *hots08_c.xls*。轉動指針 30 次，將每次試驗所得的零用錢數目記錄在工作紙上。
4. 學生將所有數據輸入試算表內。
5. 利用試算表程式計算首兩次試驗的算術平均數，首三次試驗的算術平均數，如此類推，從而包括學生在試驗中得出的所有數據。

6. 繪畫一個以零用錢的算術平均數為縱軸和試驗總次數為橫軸的圖像。



7. 要求學生猜想若試驗總次數增加時，圖像中的算術平均數會有什麼改變。
8. 引入期望值的意義為在長遠來說，零用錢的算術平均數的極限。
9. 引入期望值的定義為加權平均數的一個應用。

工作紙 8.1

爸爸每天給兒子大明 30 元零用錢。某一天，大明問爸爸可否多給他一些零用錢。爸爸向大明作出利用轉盤來決定零用錢的建議。參看圖 8.1。

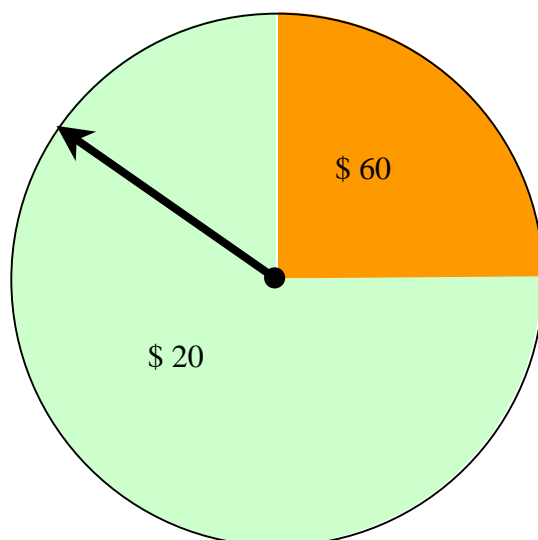


圖 8.1

大明轉動指針，若果指針停在\$60 部分，他可以得到\$60 零用錢；否則，他只能得到\$20 零用錢。

估計大明在一個月(以三十天計算)可得零用錢多少？

- 轉動指針。
將所得的零用錢數目紀錄在下表。
重覆上述步驟 30 次。

組別：_____

記錄表

| 試驗 | 零用錢數目 | 試驗 | 零用錢數目 |
|-------|-------|----|-------|
| 1 | | 16 | |
| 2 | | 17 | |
| 3 | | 18 | |
| 4 | | 19 | |
| 5 | | 20 | |
| 6 | | 21 | |
| 7 | | 22 | |
| 8 | | 23 | |
| 9 | | 24 | |
| 10 | | 25 | |
| 11 | | 26 | |
| 12 | | 27 | |
| 13 | | 28 | |
| 14 | | 29 | |
| 15 | | 30 | |
| 零用錢總數 | | | |

你估計大明在一個月內共得到零用錢多少？_____

大明在這個月內平均每天的零用錢是多少？_____

教師注意事項：

1. 教師可利用其他的工具，如骰子去代替電腦轉盤，並調適問題以配合課堂中的實際情況。
2. 在學生得出期望值的正式定義前，學生可利用試算表的幫助直接觀察到當試驗次數足夠多時，零用錢的算術平均數將趨向一極限。期望值的概念由此建立。這概念的建立應該在引入定義前進行。
3. 期望值作為加權平均數的應用來引入如下。

假設在 N 次試驗中， n_1 次取得 \$60， n_2 次取得 \$20 (即 $N = n_1 + n_2$)。零用錢的算術平均數的計算如下：

$$\frac{60n_1 + 20n_2}{N} = 60 \times \frac{n_1}{N} + 20 \times \frac{n_2}{N}$$
$$\approx 60 \times P(\text{取得 } \$60) + 20 \times P(\text{取得 } \$20) \quad (\text{當 } N \text{ 足夠大時})$$

在這示例中，由於 $P(\text{取得 } \$60) = \frac{1}{4}$ 和 $P(\text{取得 } \$20) = \frac{3}{4}$ ，

故此零用錢的算術平均數趨向 $60 \times \frac{1}{4} + 20 \times \frac{3}{4} = 30$ (元)，即零用錢的期望值。

教師應提醒學生期望值乃是理論數值而非實驗結果的數值。

總括來說，大明應該期望每月可以得到零用錢 $\$30 \times 30 = \900 。