

示例



## 利用圖解法解聯立線性方程

**目標：** 利用圖像軟件去解聯立線性方程

**學習範疇：** 數與代數

**學習單位：** 二元一次方程

**學習階段：** 第三學習階段

**所需教材：** 圖像軟件—— *Graphmatica*

**預備知識：** (1) 利用紙筆以圖解法解聯立線性方程  
(2) 捨入數字至指定的小數位

**活動內容：**

1. 教師向學生簡略地重溫利用紙筆以圖解法解聯立二元一次方程。
2. 教師示範如何利用 *Graphmatica* 去解工作紙 6.1 第 I 部分的例子：

$$\text{以圖解法去解方程 } \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

學生可跟從教師的示範步驟作為實習。教師應向學生說明 *Graphmatica* 並不能提供準確的解，但是可以使用它去找出解的某個準確程度。

3. 當繪畫完  $x - 2y = 1$  及  $2x + 3y = 12$  之圖像後，教師要求學生利用圖 6.1 去求方程的解準確至一位小數。由於此圖的水平及垂直格線不夠稠密，學生很難找出準確的解。教師可運用 *Graphmatica* 中的 **Zoom in** 工具去達至較高的準確度。參閱圖 6.2。
4. 學生以兩人為一組，運用 *Graphmatica* 完成工作紙 6.1 的第 II 部分。
5. 當學生完成第 II 部分後，教師可將答案給予學生核對。

Graphmatica

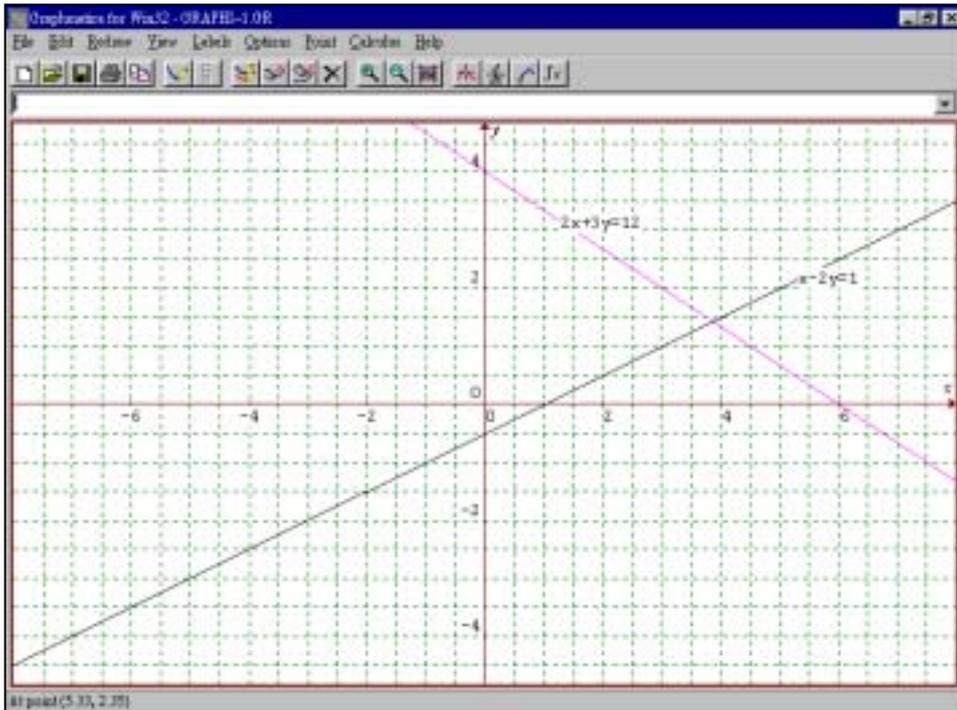


圖 6.1

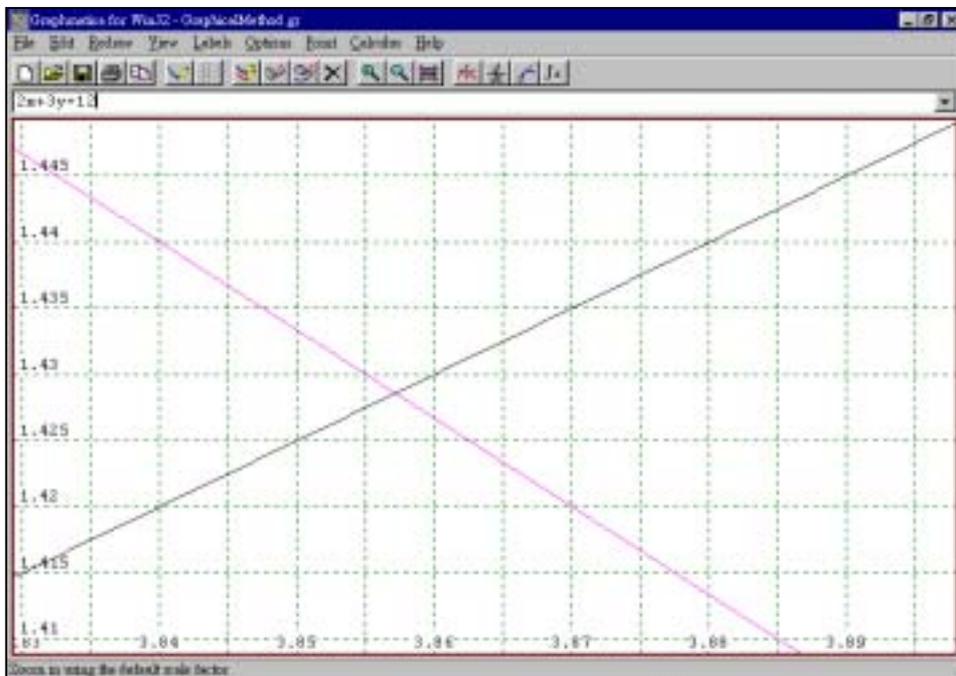


圖 6.2

## 工作紙 6.1：利用 Graphmatica 解聯立線性方程

## 第 I 部分：例子

使用圖像軟件 *Graphmatica*，以圖解法解聯立線性方程(\*)  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$

1. 繪畫  $x - 2y = 1$  及  $2x + 3y = 12$  之圖像及標示其名稱，如圖 6.1a。

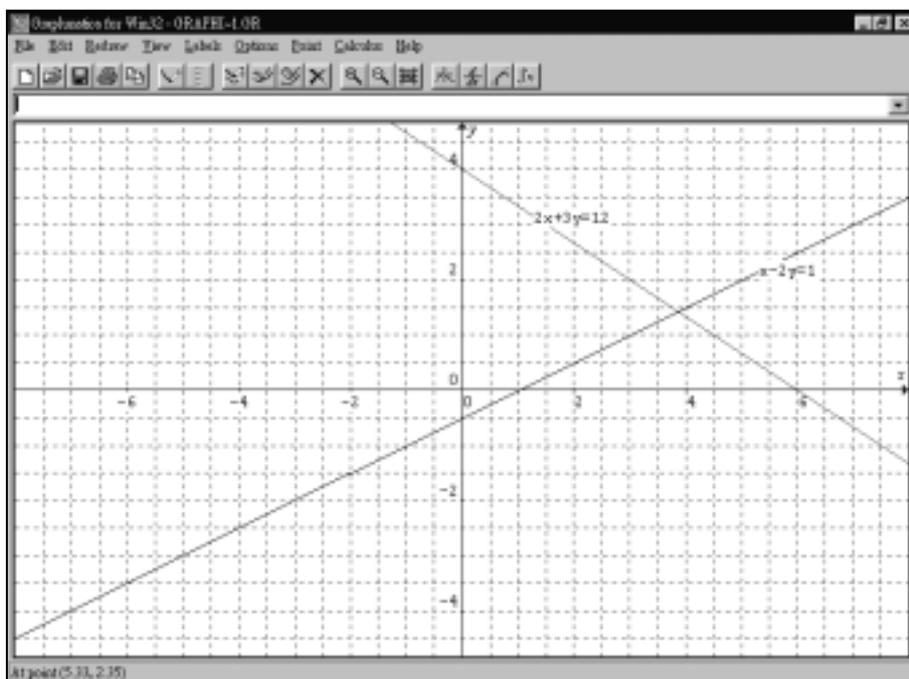


圖 6.1 a

2. 從以上的圖像中，若要答案準確至一位小數，是否很容易決定方程(\*)的解？為甚麼？

---



---



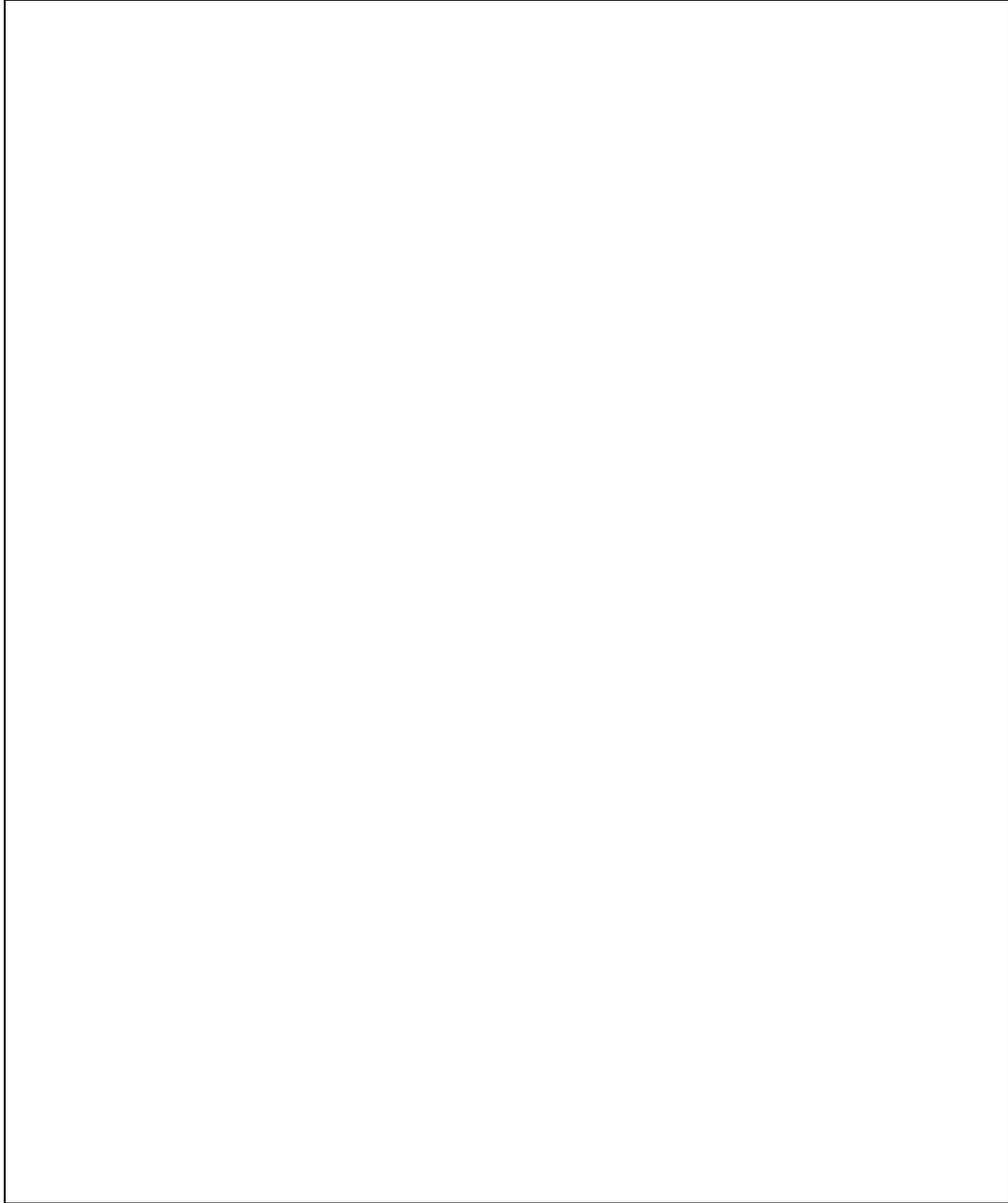
---



---

*Graphmatica*

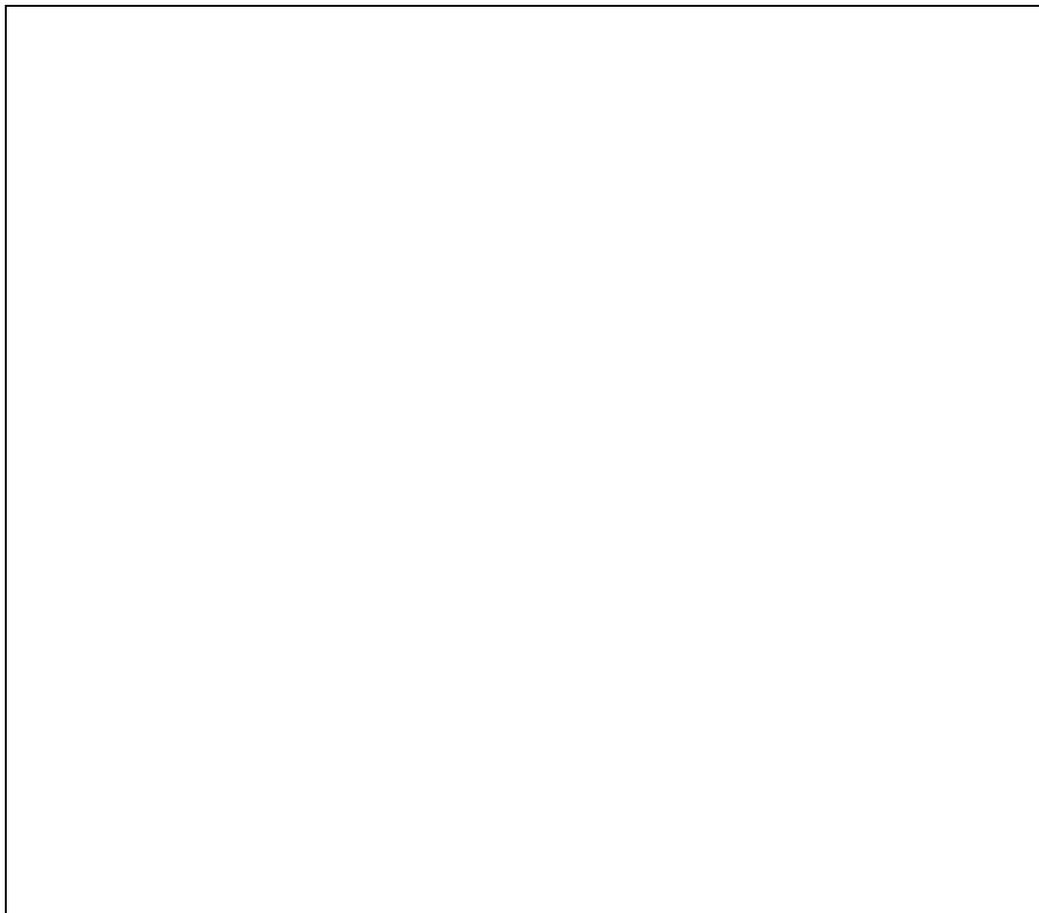
3. 利用 **Zoom in** 工具將圖像放大，直至你能決定(\*)的解準確至一位小數，列印放大圖像及將它貼於以下的方格內。



從以上的圖像中，(\*)之解為

$x = \underline{\quad}$  ,  $y = \underline{\quad}$  , 準確至一位小數。

4. 繼續將圖像放大，直至你能得出(\*)的解準確至二位小數。列印放大圖像及將它貼於以下的方格內。



從以上的圖像中，(\*)之解為

$x = \underline{\quad}$  ,  $y = \underline{\quad}$  , 準確至二位小數。

## 第 II 部分：練習

利用 *Graphmatica* 解下列的聯立線性方程。若答案並非準確數值，則將答案捨入至二位小數。列印最終的放大圖像，將圖像貼在紙張上，並寫下方程組的解。

$$1. \begin{cases} y = 3x \\ x - 2y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x - 5y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x + 5y = 6 \\ 3x - y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x - 2y - 4 = 0 \\ 5x - 3y + 10 = 0 \end{cases}$$

## 教師注意事項：

## 1. 工作紙 6.1 第 I 部分的答案：

第 2 點 由於水平及垂直的格線不夠稠密，故此很難決定問題的解準確至一位小數。

第 3 點 (\*) 的解為  $x = 3.9$ ， $y = 1.4$ ，準確至一位小數。

第 4 點 (\*) 的解為  $x = 3.86$ ， $y = 1.43$ ，準確至二位小數。

## 2. 工作紙 6.1 第 II 部分的答案：

問題	答案
1	$x = 1.2$ ， $y = 3.6$
2	$x = -1.41$ ， $y = 1.76$ (準確至二位小數)
3	$x = 10.71$ ， $y = 3.14$ (準確至二位小數)
4	$x = -4.57$ ， $y = -4.29$ (準確至二位小數)

3. 若方程的解為  $(x_0, y_0)$ ，從圖 6.2 中不難看出  $3.855 < x_0 < 3.86$  及  $1.425 < y_0 < 1.43$ 。故此可以總結出  $x_0 = 3.86$  及  $y_0 = 1.43$ ，準確至二位小數。教師隨即可與學生討論在上述  $x_0$  及  $y_0$  的值域中，是不可能確定方程的解準確至三位小數。
4. 對於能力稍遜學生，教師可以在進入工作紙 6.1 第 II 部分前，給予他們一些捨入數字的練習。
5. 對於能力較佳學生，他們可以直接跟隨操作程序去完成此工作紙，作為一個自學的練習。

## 操作程序：

利用 *Graphmatica* 以圖解法解聯立線性方程

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$$

1. *Graphmatica* 之試用版可在網址<http://www8.pair.com/ksoft/> 中下載。
2. 進入 *Graphmatica* 程式後，在對話方塊中，輸入方程  $x - 2y = 1$  及按 **Enter**，程式會立刻繪畫出該方程的直線圖像。
3. 以同一方法繪畫方程  $2x + 3y = 12$  的圖像。
4. 若要改變圖像的顏色，選取 **View | Colors**。在對話盒中選取所需的顏色。
5. 若要標示方程  $x - 2y = 1$  的圖像名稱，選取 **Labels | Annotate**。在對話盒中輸入方程“ $x - 2y = 1$ ”及按 **Place**。將滑鼠遊標移至圖像上適當位置並點按以標示其名稱。重覆以上步驟以標示  $2x + 3y = 12$ 。
6. 利用 **Zoom in** 功能將圖像放大。將滑鼠移往兩圖像交點左上角附近位置。拖曳並選擇出一個長方形區間以作放大，參看圖 6.3。

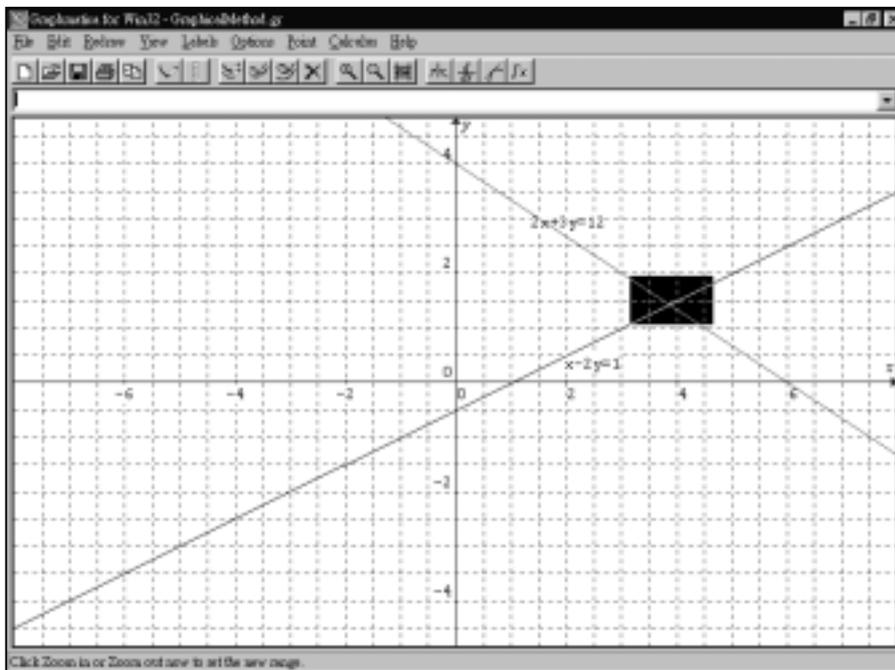


圖 6.3

## Graphmatica

若要放大圖像，按 **Zoom in** 按鈕 ，如圖 6.4 所示。

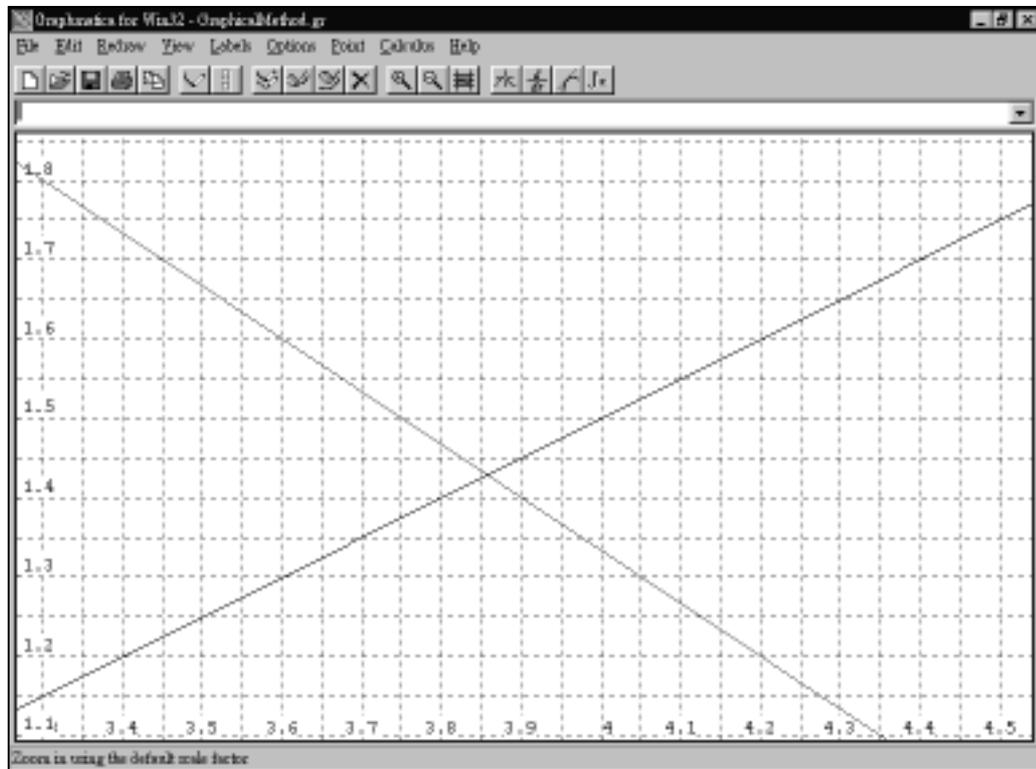


圖 6.4

7. 要得出解準確任何小數位，可將圖像放大，直至達到足夠的準確度為止。
8. 按 **Default grid** 按鈕  可將圖像回復至原先的大小設定。
9. 若要加上作圖像的捲軸，選取 **Options | Show Scrollbars**。