

示例



畢氏定理

目標： 認識及欣賞畢氏定理的不同證明

學習範疇： 度量、圖形與空間

學習單位： 畢氏定理

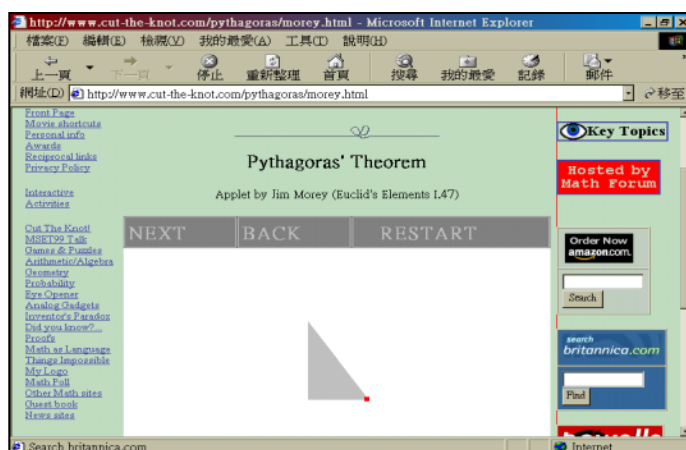
學習階段： 第三學習階段

所需教材： 互聯網

預備知識： 簡易多項式的運算

活動內容：

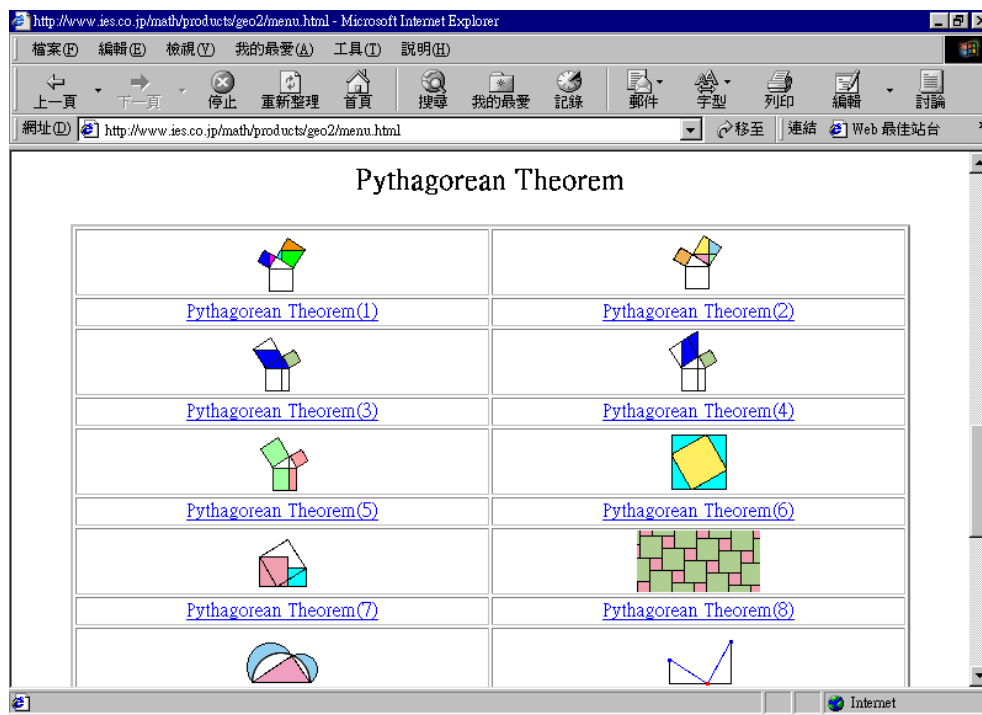
1. 教師將學生分組，以二人為一組。教師派發工作紙 11.1 予每一組。
2. 學生運用互聯網提供的數據去完成工作紙的第 I 部分「發現畢氏定理」。
3. 邀請一些學生向全班匯報他們的猜想。
4. 在第 II 部分「畢氏定理的證明」中，學生需要進入網址 <http://www.cut-the-knot.com/pythagoras/morey.html> 去觀看畢氏定理的一個互動證明。教師可以與學生重溫證明的每一步驟以確定學生真正明白證明內容。



互聯網

5. 學生進入網址

<http://www.ies.co.jp/math/products/geo2/menu.html>去嘗試互動證明。



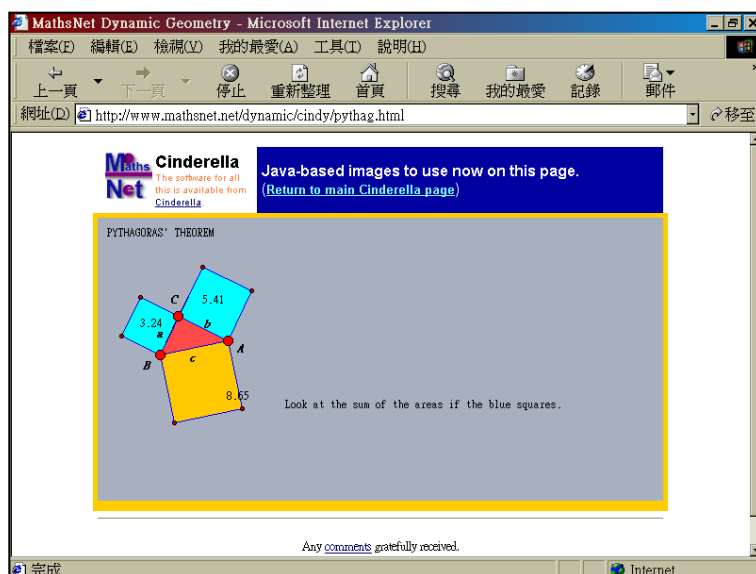
6. 教師將工作紙中的參考網址給予學生。要求他們從這些網址中找出另外兩個畢氏定理的證明。學生各自以文字寫下證明。
7. 邀請部分學生向全班匯報他們的證明。
8. 教師在適當時候給予評語。

工作紙 11.1：畢氏定理及其證明

第 I 部分：發現畢氏定理

1. 進入網址

<http://www.anglia.co.uk/education/mathsnet/dynamic/cindy/pythag.html>.



- 你會找到一以角 C 為直角的直角三角形 ABC 。三個正方形建立在三角形的三條邊上。若正方形邊長分別為 a 、 b 及 c ，則三個正方形的面積分別為 a^2 、 b^2 及 c^2 。
- 現在拖曳三角形 ABC 的頂點及觀察其轉變。收集三個正方形面積的五組數據。把數據填寫於表 11.1。

組	較小面積的正方形		最大面積的正方形
	a^2	b^2	c^2
1			
2			
3			
4			
5			

表 11.1

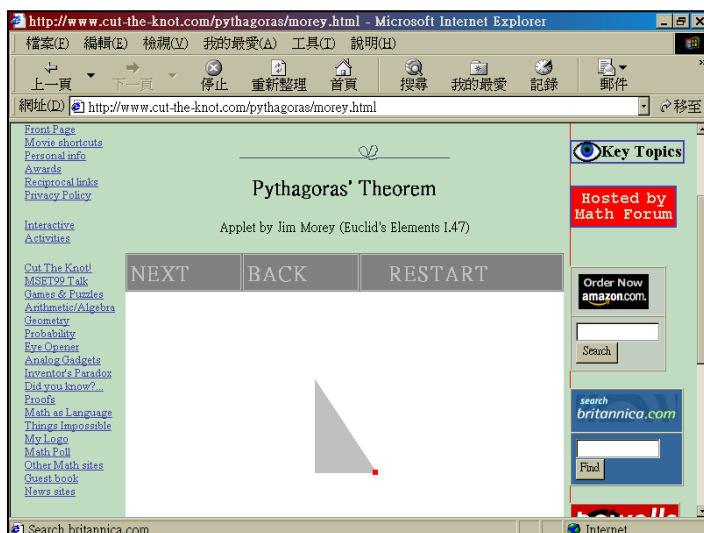
互聯網

4. 你估計三個正方形的面積有甚麼關係？將你的猜想寫下，並與組員討論你的猜想。

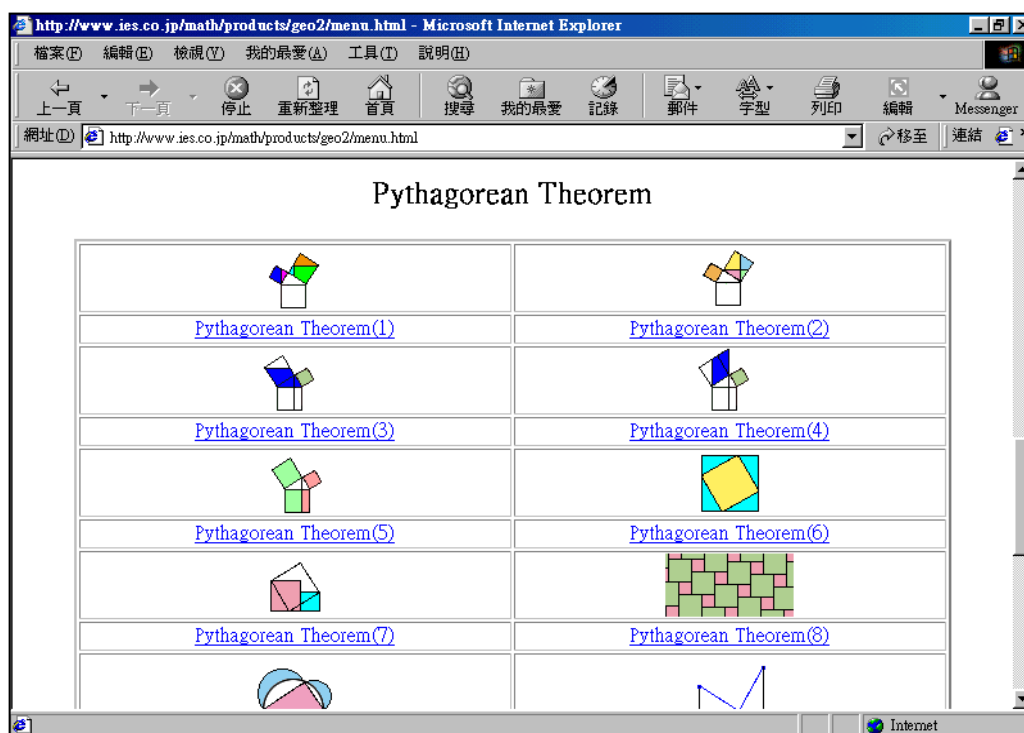
猜想：

第 II 部分：畢氏定理的證明

5. 進入網址<http://www.cut-the-knot.com/pythagoras/more.html>。



6. 根據螢幕指示，選取一直角三角形。
7. 按下“NEXT”一次以觀看下一步證明並留意圖下的對話盒直至完成證明。
8. 進入網址<http://www.ies.co.jp/math/products/geo2/menu.html>，嘗試網站內的互動證明。



互聯網

9. 進入以下網址並找出畢氏定理的其他證明。

- (a) <http://www.cut-the-knot.com/pythagoras/>
- (b) <http://www.math.ubc.ca/people/faculty/cass/Euclid/java/html/pythagoras.html>
- (c) <http://www.ies.co.jp/math/products/geo2/menu.html>
- (d) <http://www.geocities.com/capecanaveral/launchpad/3740/diagram.html>

選擇兩個與本工作紙提及的不同證明。以自己的文字將證明寫下，不要抄襲或直接從互聯網下載資料。

證明一：

證明二：

教師注意事項：

1. 在此示例中，學生可認識及欣賞到同一定理的不同證明方法。
2. 在工作紙 11.1「發現畢氏定理」的第 I 部分，學生可運用 Java 圖形的互動性去產生大量數據以推論出畢氏定理。教師應指出在計算正方形面積時電腦可能會產生捨入誤差的計算結果。
3. 畢氏定理的證明可以有兩個層面。一個是利用紙筆的正式證明而另一個是“視像證明”。對於能力較佳學生，他們可以自行用紙筆完成正式證明。但對於能力稍遜學生，視像證明已足夠。
4. 學生未必能找到畢氏定理的所有證明，但是他們可藉著其他組別的匯報去認識不同的證明。
5. 網址的描述
 - (a) <http://www.cut-the-knot.com/pythagoras/>
–包含 29 個書寫證明，可連結至其他互動證明。
 - (b) <http://www.math.ubc.ca/people/faculty/cass/Euclid/java/html/pythagoras.html>
–包含幾個互動證明。其中包括最古舊的證明即利用位移，平移及相似之方法。
 - (c) <http://www.ies.co.jp/math/products/geo2/menu.html>
–包含 9 個畢氏定理的證明，其中一些是示範而其餘需要學生工作。
 - (d) <http://www.geocities.com/capecanaveral/launchpad/3740/diagram.html>
–包含一個有趣的證明，方法似拼圖遊戲。
6. 建議進一步活動：

教師可要求學生做一個有關畢氏定理的主題習作，內容可以包括討論定理的原作者，是源自西方抑或中國古代和不同證明的比較。

● 互聯網

7. 其他有用的網址：

- (a) <http://www.shodor.org/interactivate/activities/pyth/index.html>
- (b) <http://www.utc.edu/~cpmawata/geom/geom7.htm>
- (c) <http://home.netvigator.com/~wingkei9/javasp/pythapf.html>
- (d) <http://www.cmi.hku.hk/Teaching/Pytha/index.htm> (中文)
- (e) <http://sm.hkcampus.net/~sm-lyk/Pyth.html> (中文)
- (f) <http://sm.hkcampus.net/~sm-lyk/application.html> (中文)
- (g) http://www.edp.ust.hk/math/history/5/5_5/5_5_3.htm (中文)

8. 本示例列出的互聯網網址可能會因為時間轉變而搬遷或不再存在，教師應在進行活動前先行檢查網址是否仍然存在。