校本支援服務處—小學校本課程發展組
「以行求知—體驗・探究・求真」
經驗分享會

以小三除法為例
解說數學上的知識體系

陳鋼先生 (高級學校發展主任)
天主教總堂區學校陳婉文老師
聖博德學校馬紫欣老師
2010年3月6日

講座目的

- 以小三除法為例解說數學上的知識體系
- 介紹書籍 “Knowing and Teaching Elementary Mathematics” 的內容。
- 引出 Knowledge Package (知識封包) 的概念。
- 介紹「小三除法」課題的知識封包。探討小二、小三除法教學上可注意的地方、討論應用題(餘數的處理)的教學等。

書籍介紹

Liping Ma (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and United States*. N.J. : Lawrence Erlbaum Associates.

Knowing and Teaching Elementary Mathematics 作者簡介

- Liping Ma (馬立平)
- 於文化大革命時期，馬女士離開上海，任教於一個貧窮的小村落。
- 於華東師範大學獲碩士學位。
- 於史丹福大學博哲學博士學位。

比較美國教師與中國教師對數學問題的回應

- 23位美國教師
- 72位中國教師

目錄

- 第一章— 兩位數的退位減法：了解教師的教學策略
- 第二章— 多位數乘法：回應學生錯誤
- 第三章— 列舉合適例子：分數除法
- 第四章— 探索新知識：周界與面積的關係

第一章的問題

老師會怎樣教授兩位數的退位減法?

例如：

$$\begin{array}{r} 52 \\ -\ 25 \\ \hline \end{array}, \quad \begin{array}{r} 91 \\ -\ 79 \\ \hline \end{array}$$

你覺得學生需要明白或做到什麼，才能開始學習退位減法?

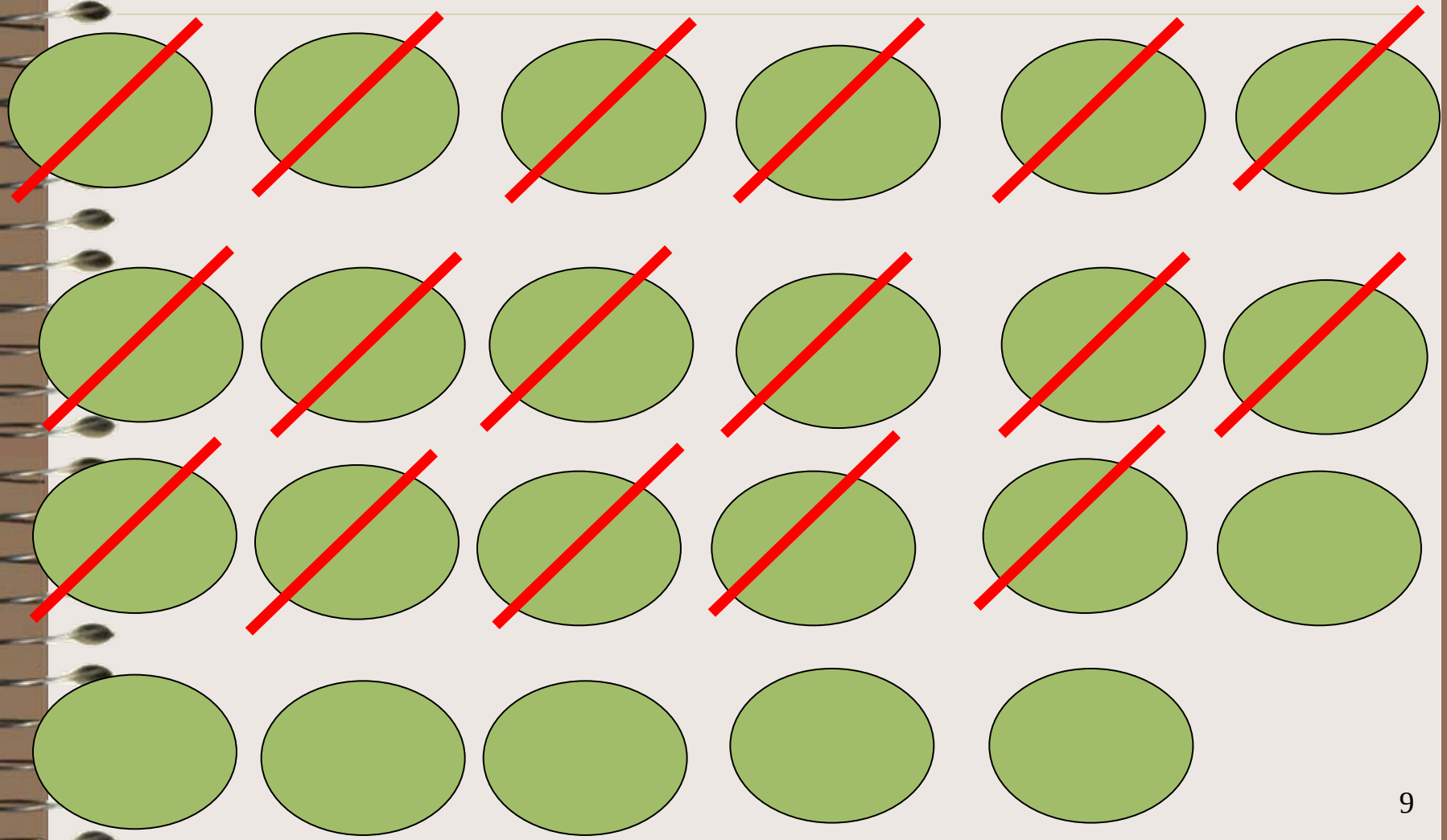
回應一

- 我會用一幅有23個物件的圖畫，要求學生刪去其中17個物件…

23– 17=____

$$\begin{array}{r} 23 \\ -17 \\ \hline \end{array}$$

回應一



回應二

- 利用貨幣可能是一個不錯的想法，因為小孩喜歡貨幣...可以讓學生從25分中取走10分硬幣...

$$\begin{array}{r} 25 \\ -\ 10 \\ \hline \end{array}$$

回應三

- 計算題目： 53 – 25
- 我會讓學生明白1束木條數量是等同10枝木條。原有5束木條及3枝木條，將其中1束木條轉為10枝木條，數量是等同4束本條及13枝木條，然後問學生怎樣從中取去25枝木條...

回應三

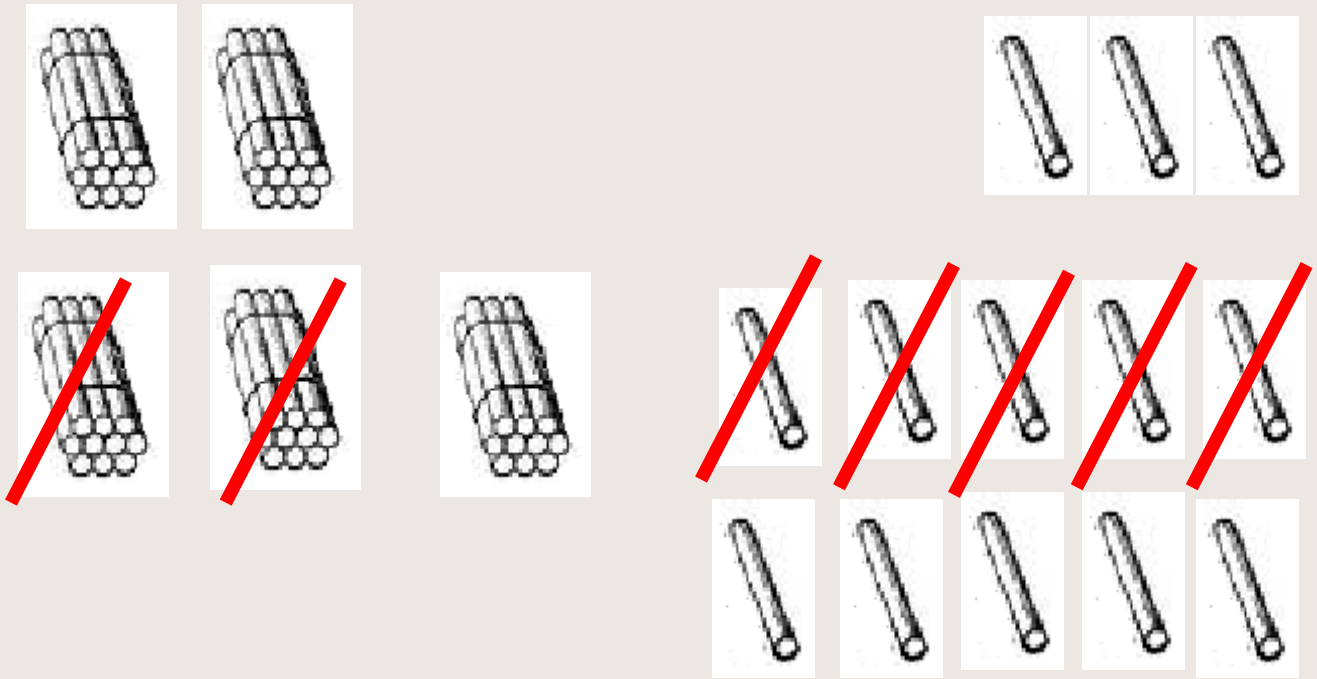
53

– 25

4 13

~~5~~ ~~3~~

– 2 5



教具的運用

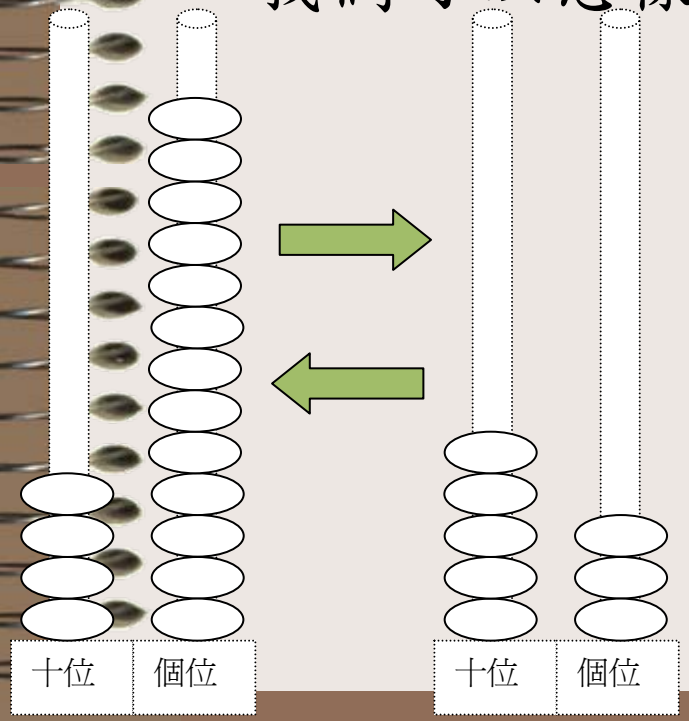
回應四

- 我會先問學生一條不退位減法的題目，例如詢問學生43 – 22是多少，當學生作答完畢後，我會將題目轉為計算43 – 27。提問學生這題與原先一題的分別，讓學生發現7大於3，我們沒有足夠的「1」。

比較前置知識

回應五

- 還記得上星期我們學習進位加法時，當我們有太多「1」，我們怎麼做? ...我們將10個「1」變成1個「10」，當我們缺少「1」時，我們可以怎樣做? ...由此介紹退位的概念...



對其它相關課題的關注

退位減法的3個層次

層次	相關描述	例子	教授時期（香港課程）
1	被減數於10至18之間	15 – 8 13 – 6	一上
2	被減數於19至100之間	24 – 9 71 – 2	二上
3	被減數大於100	248 – 69 405 – 36	二下

其它回應

- … 學生需將有關退位減法第一層的學習技巧，運用於學習其它層次的退位減法。若學生能好好掌握20以內的減法，便有好的基礎學習其它減法
- 有些課題會影響兩位數退位減法的學習…包括20以內的加法、兩位數的不退位減法…某些課題支持現有的知識，有些課題則受現有知識的影響。(Some of them support the present knowledge and some of them are supported by the present knowledge.)

對縱向課程的關注

對橫向課程的關注

Knowledge Package 的概念

- 學習一個數學課題永不會獨立於學習其它課題…退位減法是好些概念的應用。這是一個網絡式的（而非線性的）知識體系…(It is a package, rather than a sequence, of knowledge)

Knowledge Package 的概念

- 沒有一個固定、一成不變、單一的方法去「包裝」知識。全由個人的看法決定…但重點是當教授某一課題時，應看到所授知識的“knowledge package”。你應看到所授知識，在你的“knowledge package”中的角色。 (… you should know the role of the present knowledge in that package.)

有關退位減法 “Knowledge Package” 的部份元素

被減數於10至20 之間的退位減法 → 二位數的退位減法 → 多位數的退位減法

反思

關顧課程的縱向發展

關顧課程的橫向發展

對其它相關課題的關注

關顧課程的縱向發展
整數除法的3個層次

層次	相關描述	例子	教授時期（香港課程）
1	基本除法	32÷4 15÷3	二下
2	兩位數、三位數除以一位數	72÷3 345÷4	三上
3	兩位數、三位數除以兩位數	72÷12 345÷45	四上

有關小三除法 “Knowledge Package” 的部份元素

基本除法 → 兩位數、三位數除以一位數 → 高小除法的教學

關顧課程的縱向發展

基本除法

2N6 基本除法	1. 認識除法的基本概念 — 等分和包含。 2. 進行基本除法的計算，包括有餘數的算題。 3. 認識乘和除的關係。 4. 解答簡易應用題。 備註： 無須提及「等分」和「包含」二詞。	20

基本除法

- 分物活動（認識等分）
- 均分物件時找出餘數
- 分物活動（認識包含）
- 均分物件時找出餘數
- 以除法表達分物結果
- 連減法 / 乘和除的關係
- 基本除法的概念
- 基本除法的計算（能整除、有餘數）
- 除法應用題

基本除法

- 分物活動（認識等分）
- 均分物件時找出餘數
- 分物活動（認識包含）
- 均分物件時找出餘數
- 以除法表達分物結果
- 連減法 / 乘和除的關係
- 基本除法的概念
- 基本除法的計算（能整除、有餘數）
- 除法應用題

如何加強連繫分物和除法的關係?

基本除法

分物活動：
把16粒糖平均分給4人，每人可得多少粒糖?

除式計算：

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4\overline{)16} \\ \underline{16} \end{array}$$

除式的理解
(Key piece)

基本除法

分物活動：
把17粒糖平均分給4人，每人可得多少粒糖?

除式計算：

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4\overline{)17} \\ \underline{16} \\ 1 \end{array}$$

怎樣解釋試商的過程?

除式的理解
(Key piece)

除法的意義

$$
\begin{array}{r}
4 \\
4\overline{)17} \\
\underline{16} \\
1
\end{array}
$$

每人分得4粒糖

平均分給4人

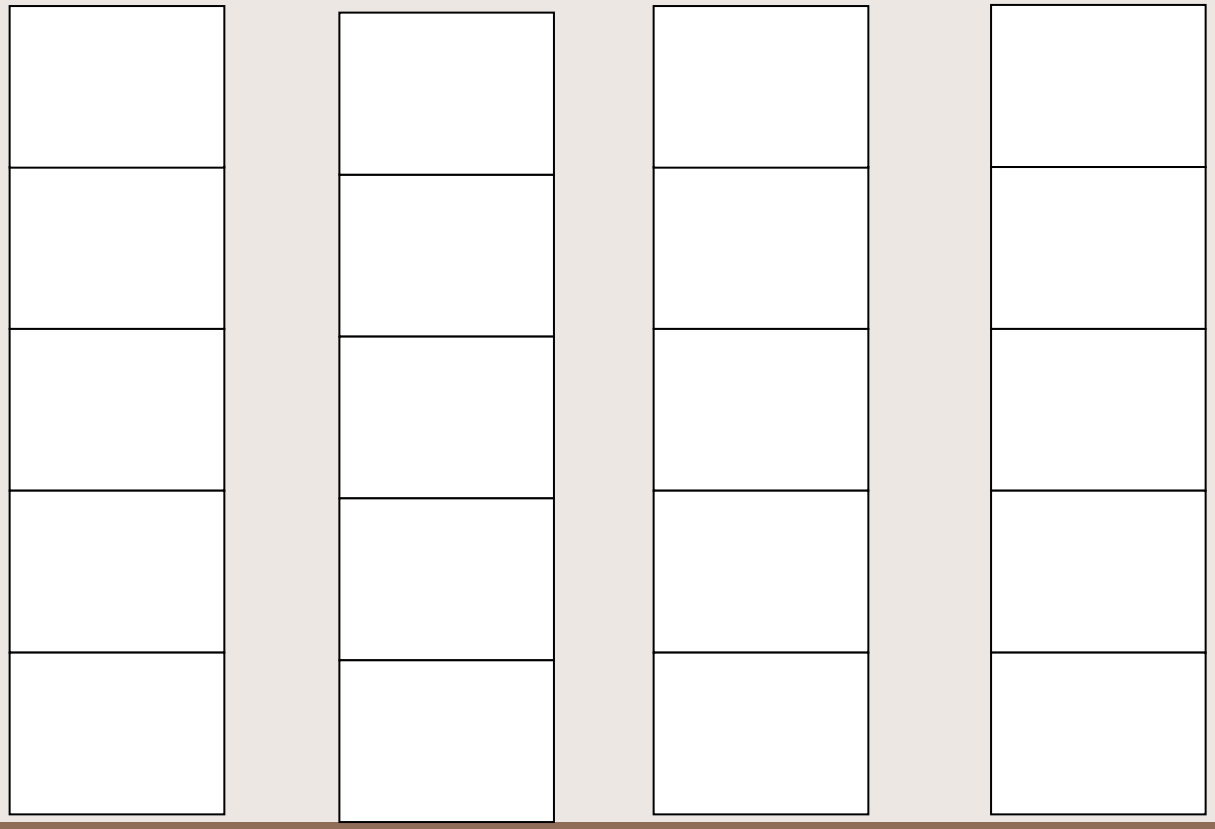
17粒糖

共分去16粒糖

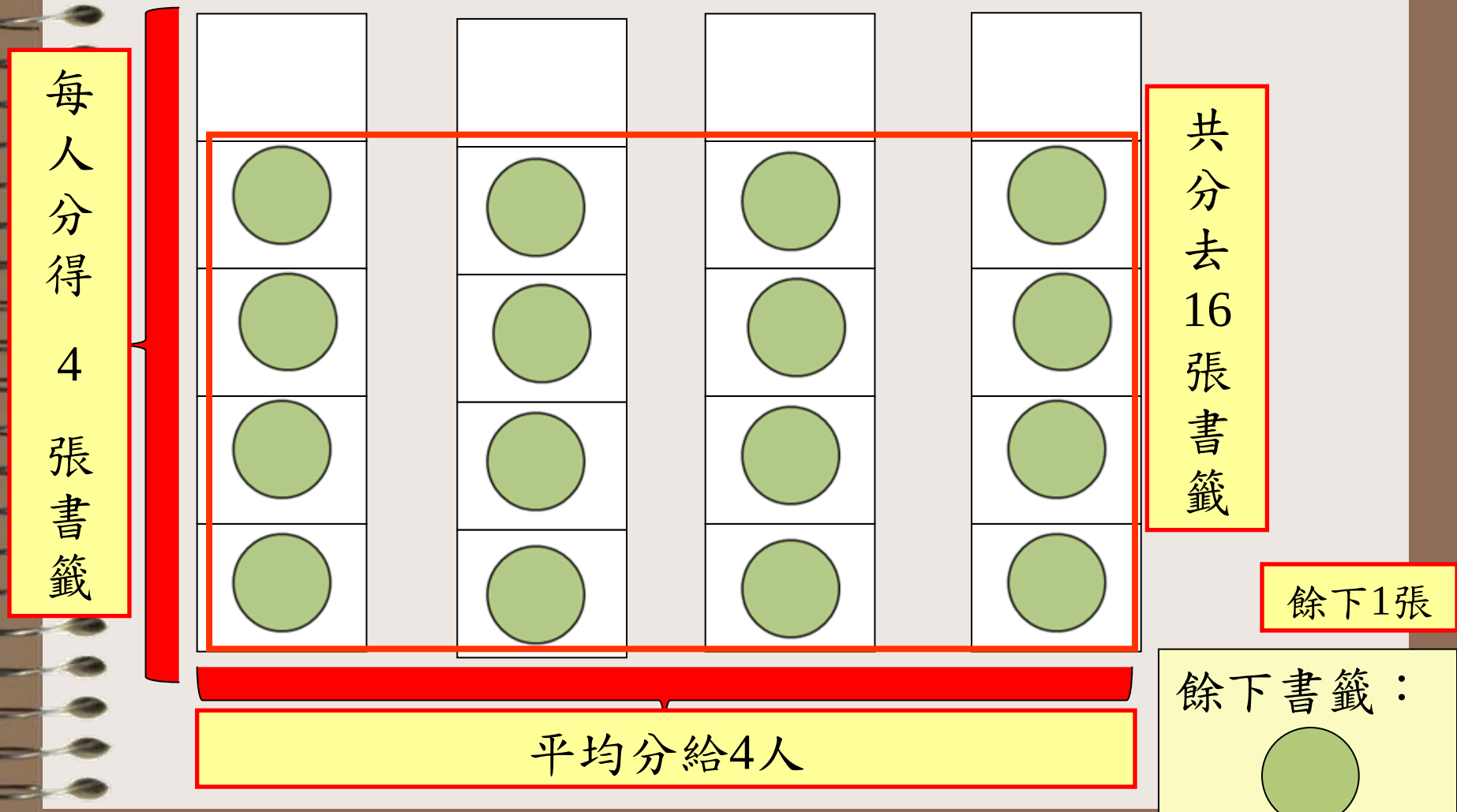
餘下1粒

分物活動與除法直式的聯繫 (初段)

將 17 張書籤平均分給樂健、美華、小明和家希，試記錄平均分物的過程。（請以圓圈代表書籤，在下圖表示你的分物過程。）



分物活動與除法直式的聯繫(初段)



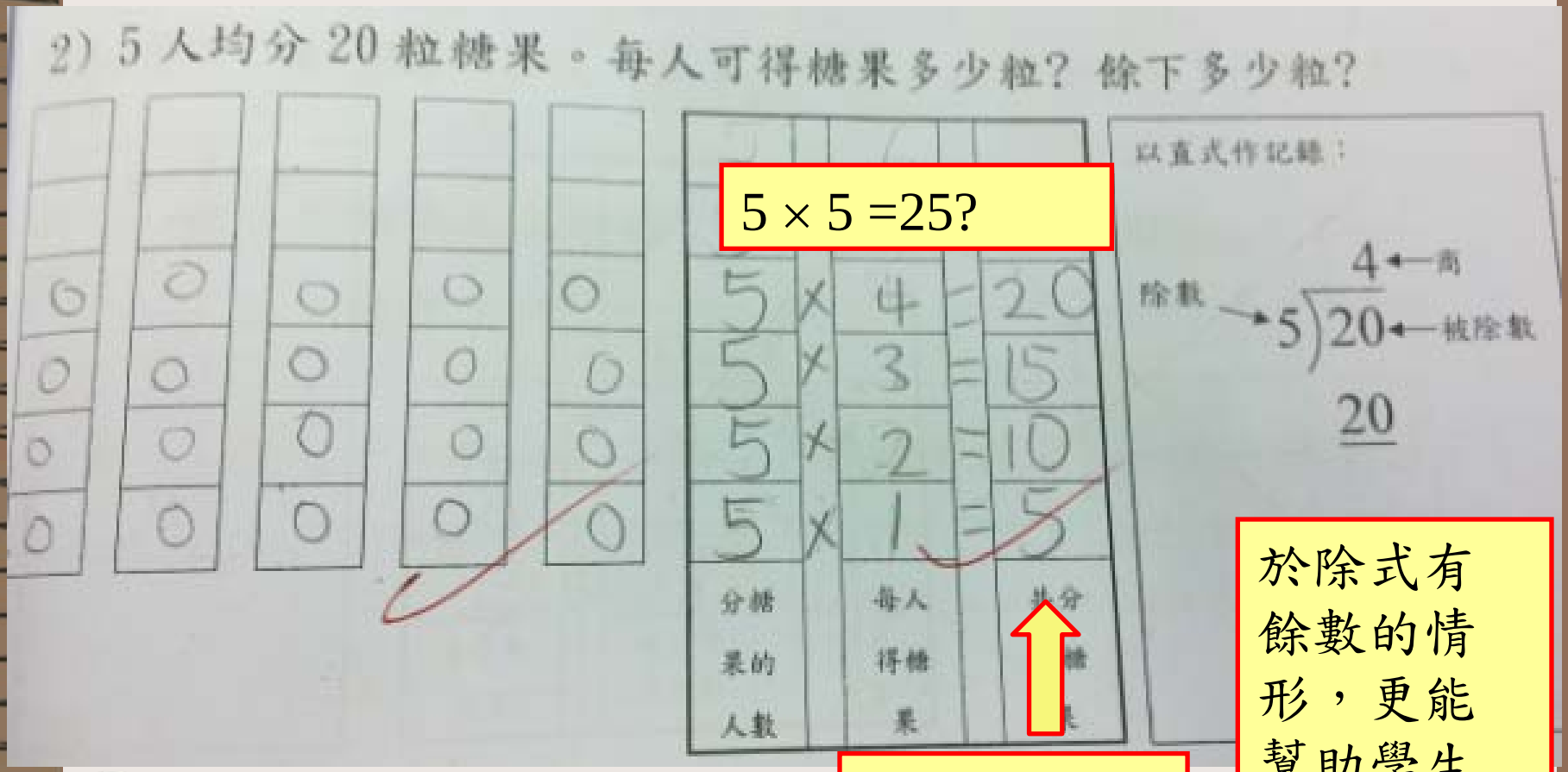
學習難點

- 請老師想想，在上述活中，學生如何知道共分去16張書籤（16粒數粒）？

學生分物
17張書籤，4人均分

課堂片段

分物活動與除法直式的聯繫(中段)



共分去糖果

於除式有餘數的情形，更能幫助學生理解試商的意義。

分物活動與除法直式的聯繫

分物活動與除法直式的聯繫

將 14 頂帽子，均分入 3 個盒，每盒有帽子多少頂？餘下帽子多少頂？

分帽子的盒的數目	每個盒得帽子	共分去帽子
3	4	12
3	3	9
3	2	6
	1	3

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3\overline{)14} \\ \underline{12} \\ 2 \end{array}$$

為什麼不能是 3 × 5 = 15?

(橫式) 14÷3=4(頂)…2(頂)

每個盒有帽子 4 頂，餘下帽子 2 頂。

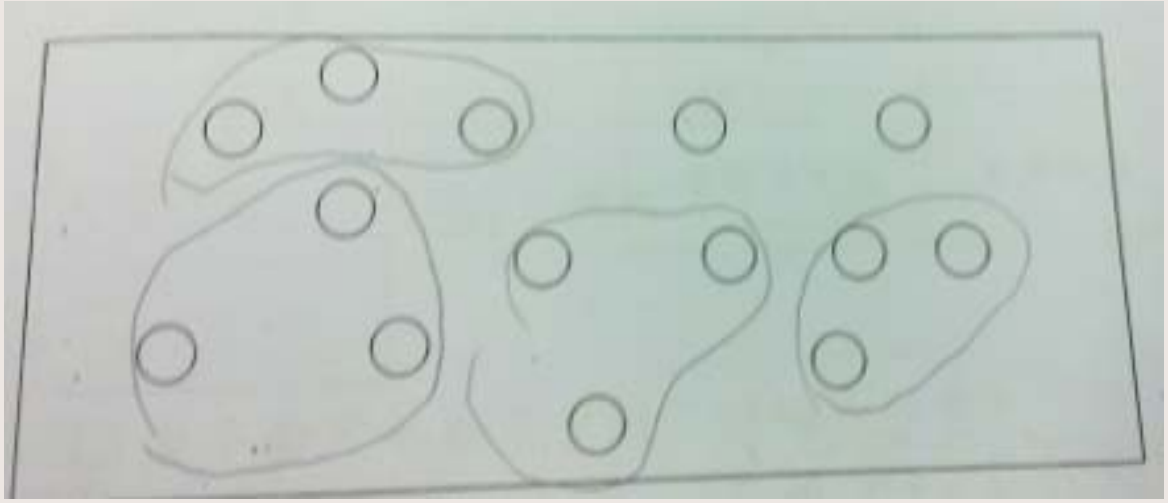
分物過程幫助學生明白試商的原理。

分物活動與除法直式的聯繫(後段)

包含除法

3)玩具車每個 3 元，李先生有 14 元，他最多可買多少個玩具車？還餘多少元？

a)請利用下圖記錄李先生買玩具車的過程，每個圈圈代表 1 元。每三個 1 元圈一圈。



包含除法

b) 根據買玩具車的過程，依題意在下表中填上適當的數字。

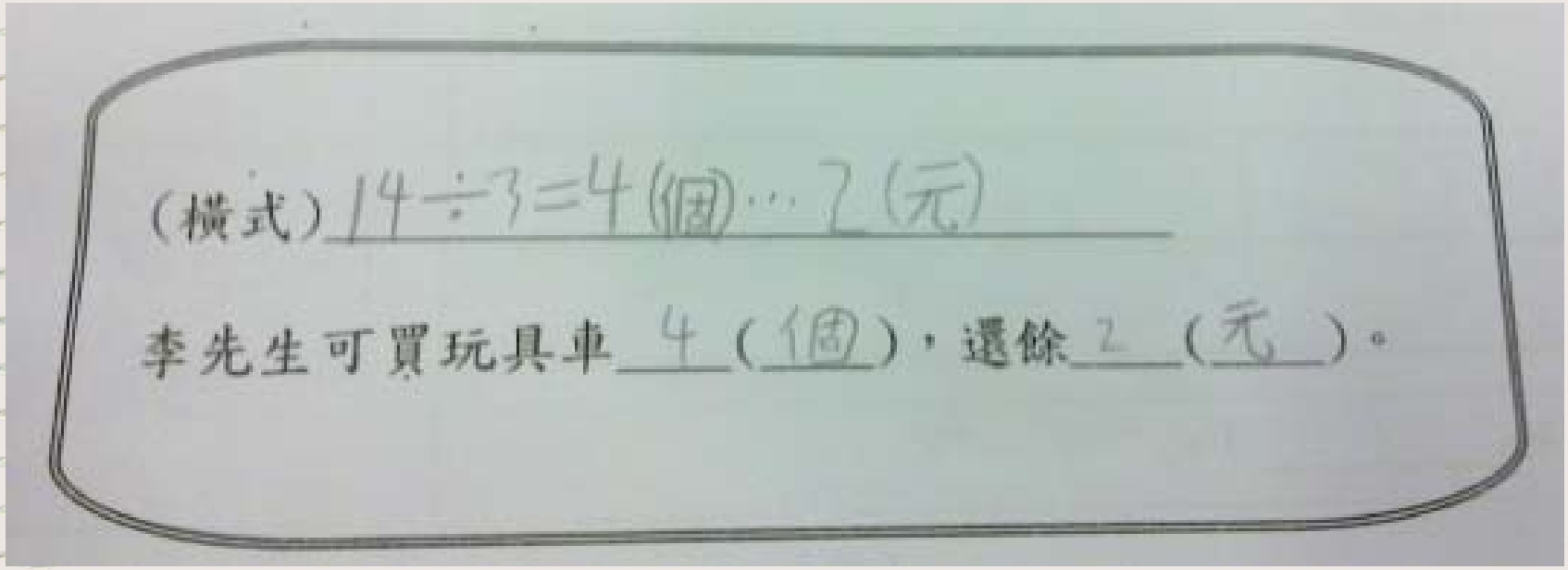
3	4	12
3	3	9
3	2	6
3	1	3
每個玩具車的價錢	買玩具車的數目	所需的錢

以直式作記錄：

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3\overline{)14} \\ 12 \\ \hline 2 \end{array}$$

學生能更容易掌握乘法與除法的關係。

包含除法



(橫式) 14÷3=4(個)…2(元)

李先生可買玩具車 4 (個)，還餘 2 (元)。

基本除法

分物活動：
把13粒糖平均分給4人，每人可得多少粒糖?

除式計算：

$$\begin{array}{r} 3 \\ 4\overline{)13} \\ \underline{12} \\ 1 \end{array}$$

教具的運用 (利用實物展示算式中各數的關係、試商的原理)

教學感想

- 活動與計算能更緊密結合。
- 活動更具體展現試商的原理。
- 課時安排。

有關小三除法 “Knowledge Package” 的部份元素

基本除法 → 兩位數、三位數除以一位數 → 高小除法教學

分物活動

- 以錢幣或數粒進行分物活動作為引入
- 數粒類型：十個一條或一粒一個。

分物活動

學生	十位	個位
1		
2		
3		

計算題類型

- 教授此課題初期：種類繁多。
- 請教師想想有哪些分類方法。

計算題類型

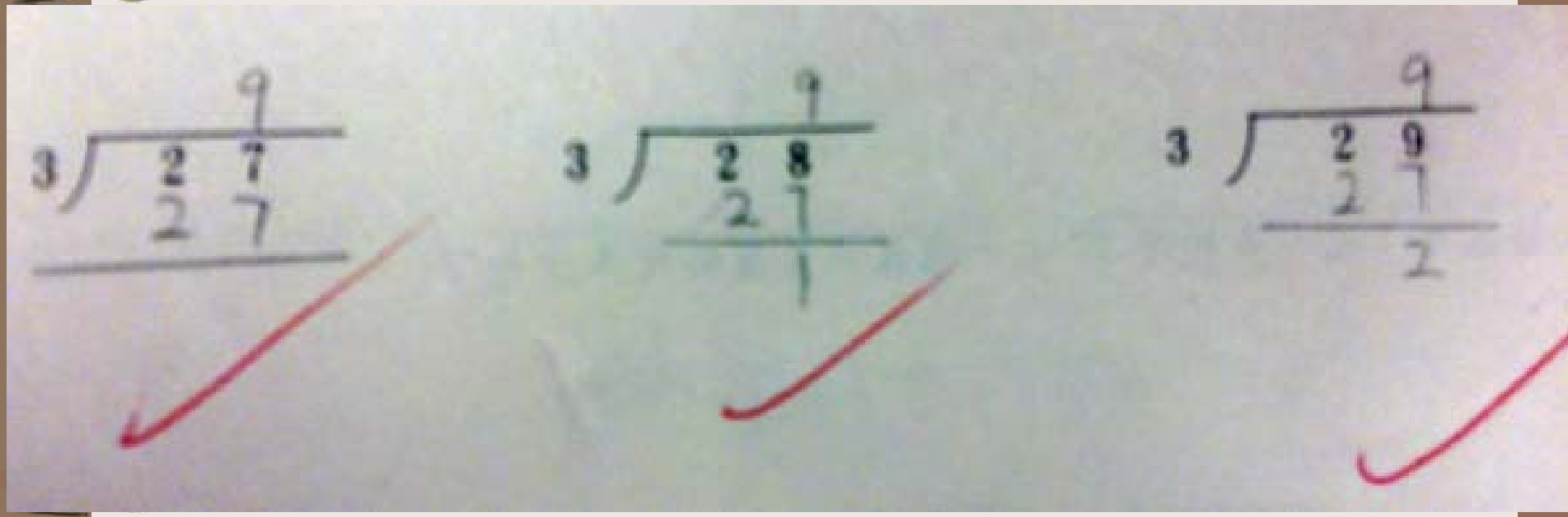
種類	題型	例子
1	基本除法（溫習）	12÷4
2	二位數除以一位數	69÷3、70÷5
3	三位數除以一位數 （商是三位數）	484÷4、563÷5 785÷6、467÷3
4	三位數除以一位數 （商是兩位數）	489÷6、467÷5
5	三位數除以一位數 （商的十位數字是零）	832÷4、543÷5

運用變易理論，
加強學生對直式的理解

$3\sqrt{27}$ $3\sqrt{28}$ $3\sqrt{29}$

$3\overline{)57}$ $3\overline{)58}$ $3\overline{)89}$

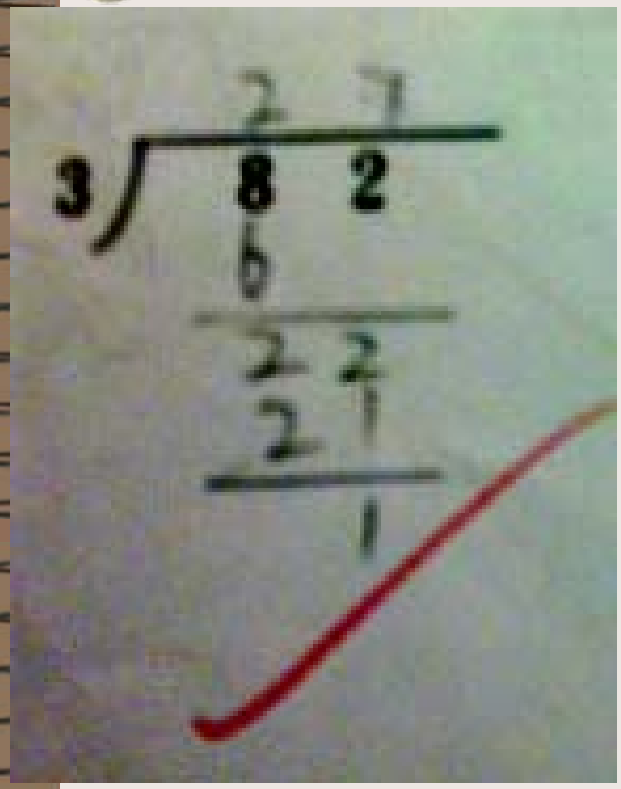
計算（小三）

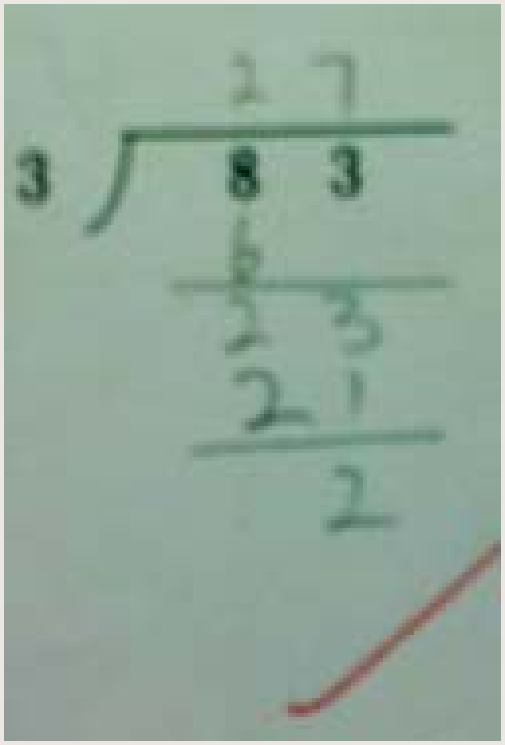


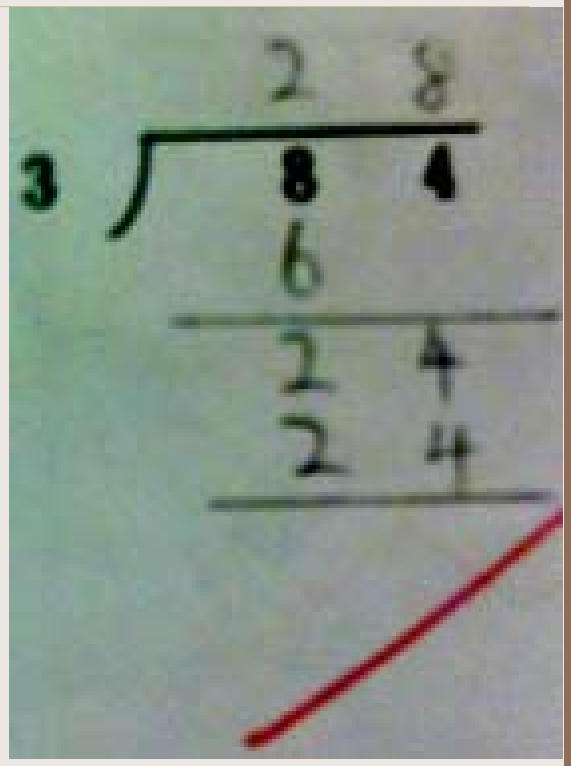
幫助學生溫習除法。

幫助學生留意餘數不會大於除數。

計算（小三）

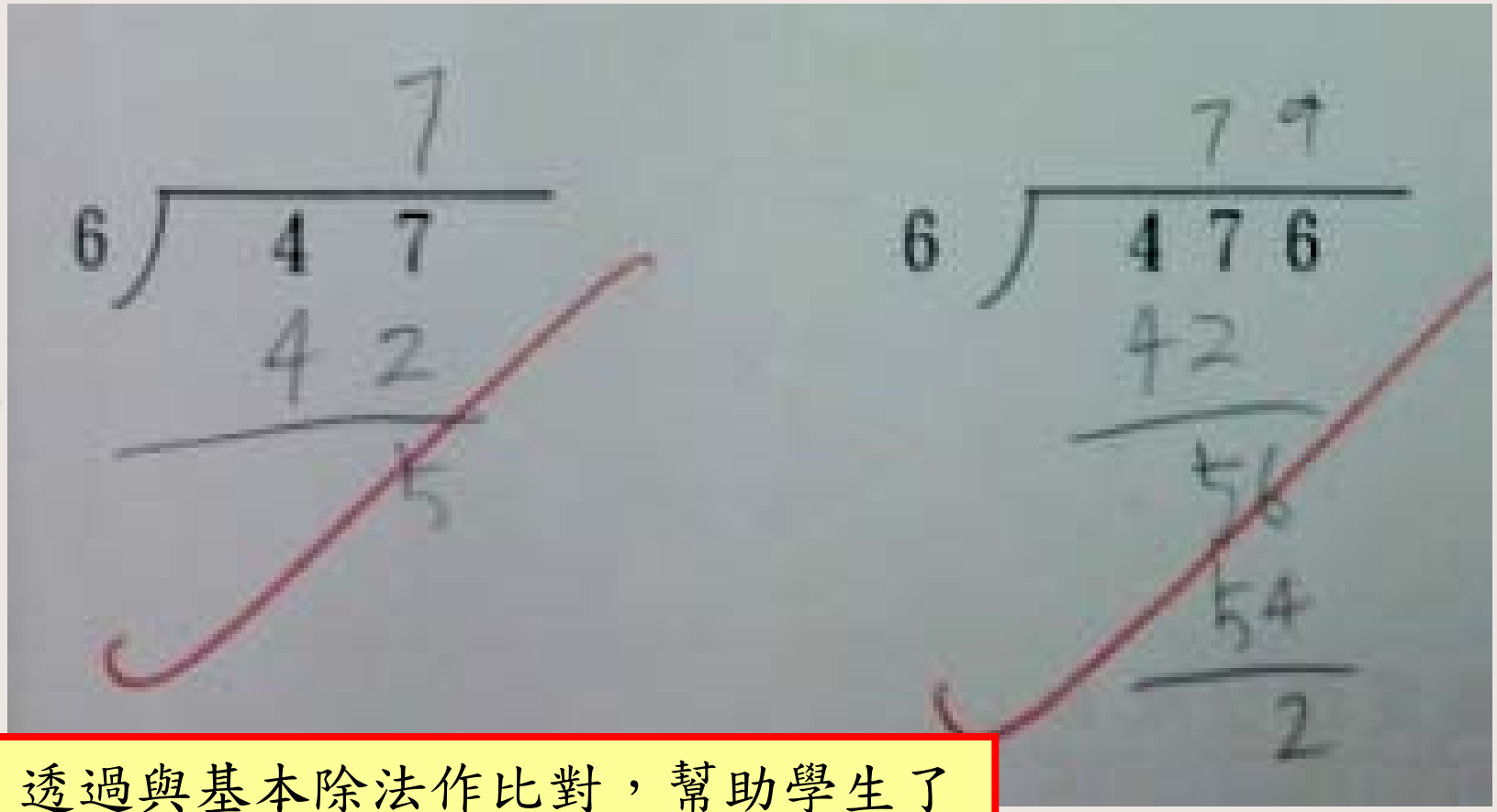






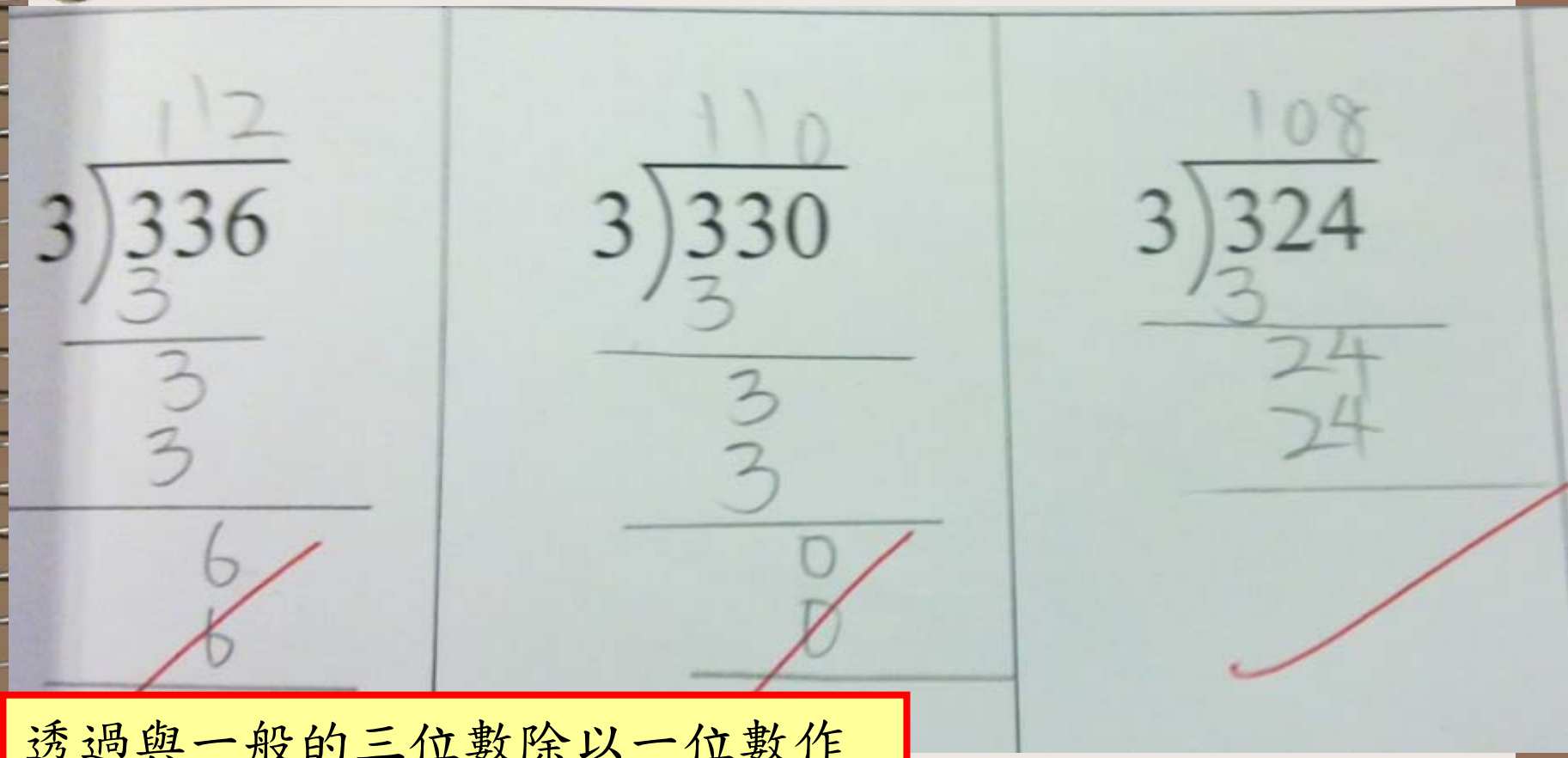
幫助學生注意直式的形式。

計算（小三）



透過與基本除法作比對，幫助學生了解商的百位數字是零情形 (種類四)。

計算（小三）

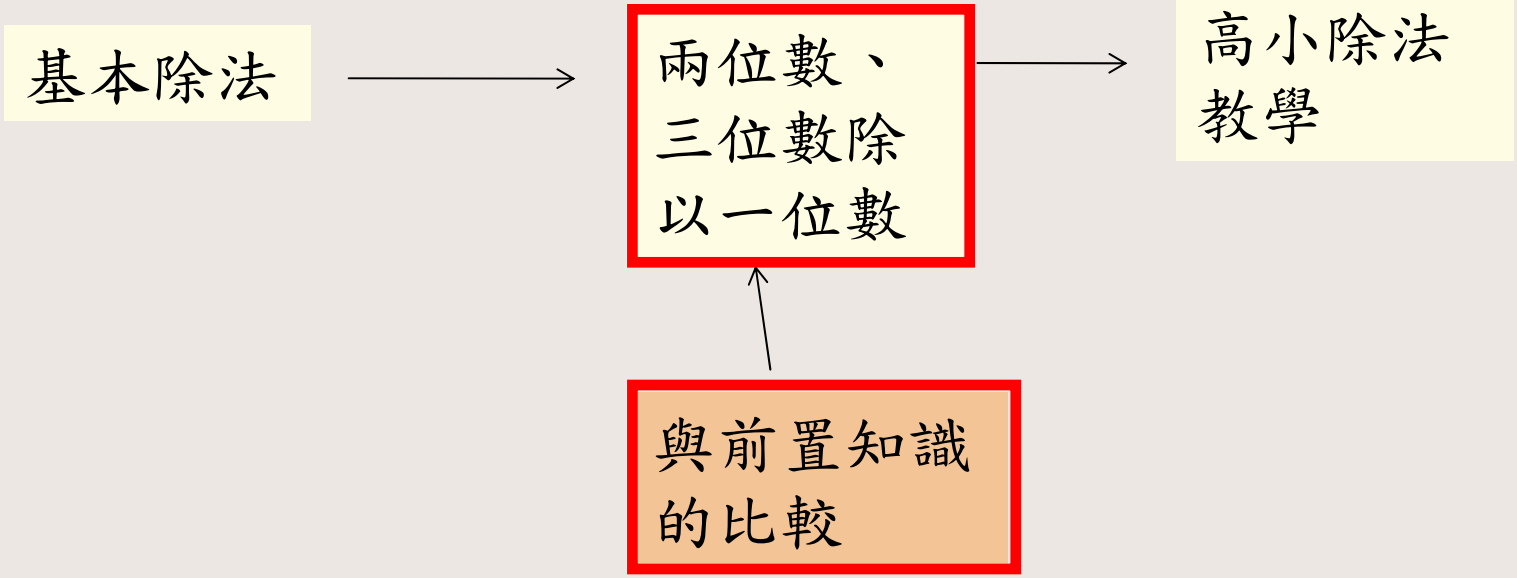


透過與一般的三位數除以一位數作比對，幫助學生了解什麼時候商的十位數字是零 (種類五)。

教學感想

- 以往：完成一道計算題，學生做同類（但被除數及除數均不目同的)題目，仍未完全掌握基本乘法的學生會感到吃力。
- 每課題量加大。
- 注意事項：不能詳解每道題目。

有關小三除法 “Knowledge Package” 的部份元素



有關小三除法 “Knowledge Package” 的部份元素

- 應用題 – 餘數處理
- 貨幣找換
- 簡單貨幣除法

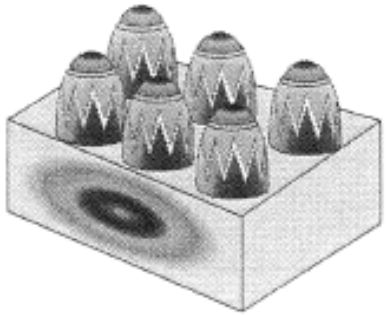
關顧課程的橫向發展

餘數處理

TSA 2006 3MC2, 3MC4 Q12

學校舉辦復活節聯歡會，共有 263 個學生參加，每個學生可得復活蛋 1 隻。每盒復活蛋有 6 隻，學校最少要購買復活蛋多少盒?

(列式計算)



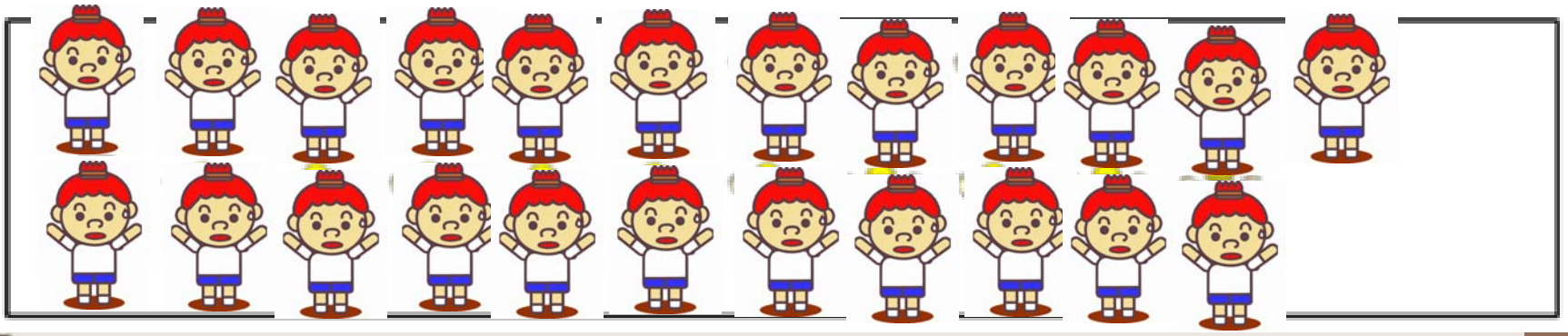
餘數處理

現有乘客 23 人，每部的士可載客 5 人，最少需要多少部的士才可接載所有乘客？
試在下圖圈出每部的士的乘客。

小三除法應用題，所涉及的數字較大，將應用題的數字改小，學生較容易理解題意。

餘數處理

有 23 人去宿營，已知每個房間可住 5 人，問最少需多少個房間，才可容納所有人？試在下圖圈出每個房間的人。

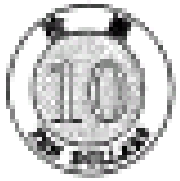


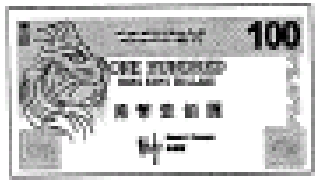
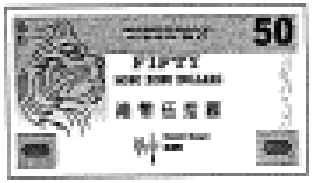
每5個貝殼做成一個小飾物，23個貝殼最多可做成多少個小飾物? 如果要多做一個小飾物，還需要貝殼多少個?

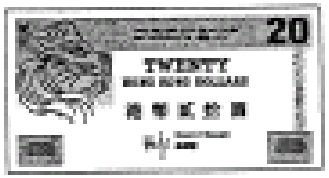
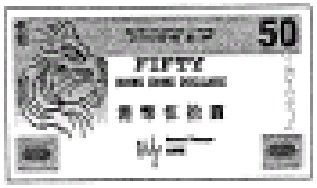
課堂片段

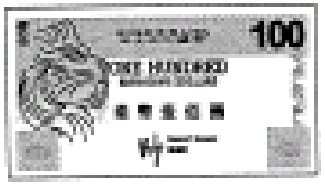
貨幣找換

TSA 2007 3MC4 Q23

(a) 一個  可換得 _____ 個。

(b)   共可換得 _____ 個。

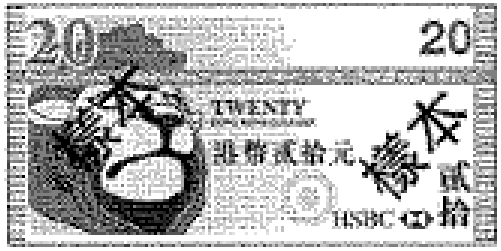
(c) 10 張  和 6 張  共可換得

 _____ 張。

學生需靈活解難

貨幣找換

TSA 2009 3MC2 Q21 (a)

一張 

可換得

_____ 個。

TSA 2009 3MC2 Q21 (b)

一個

和一個

共可換得

_____ 個。

學生作答策略

學生作答策略

學生使用日常經驗作答。

學生遇到較大的數字，才使用除法。

貨幣找換

TSA 2009 3MC2 Q21 (b)

一個 和一個 共可換得

_____ 個。

貨幣除法

TSA 2007 3MC4 Q22

四人合資購買一份價值 90 元的禮物送給小明，平均每人要付款多少？

答案：平均每人要付款 _____ 元 _____ 角。

貨幣除法

TSA 2008 3MC4 Q15

課程	材料費
點心班	$43 (共 2 款)
甜品班	$63 (共 3 款)

(a) 每款點心的材料費平均是

_____ 元 _____ 角。

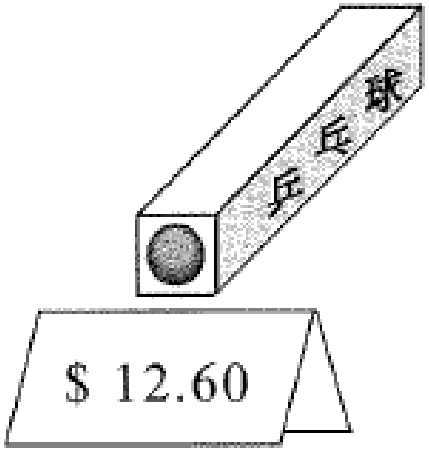
(b) 平均每款甜品的材料費比點心的便宜

_____ 元 _____ 角。

貨幣除法

TSA 2009 3MC3 Q10

10.



學生可靈活解難。

(a) 3 塊乒乓球拍共值 _____ 元 _____ 角。

(b) 一筒乒乓球共有 6 個，平均每個售

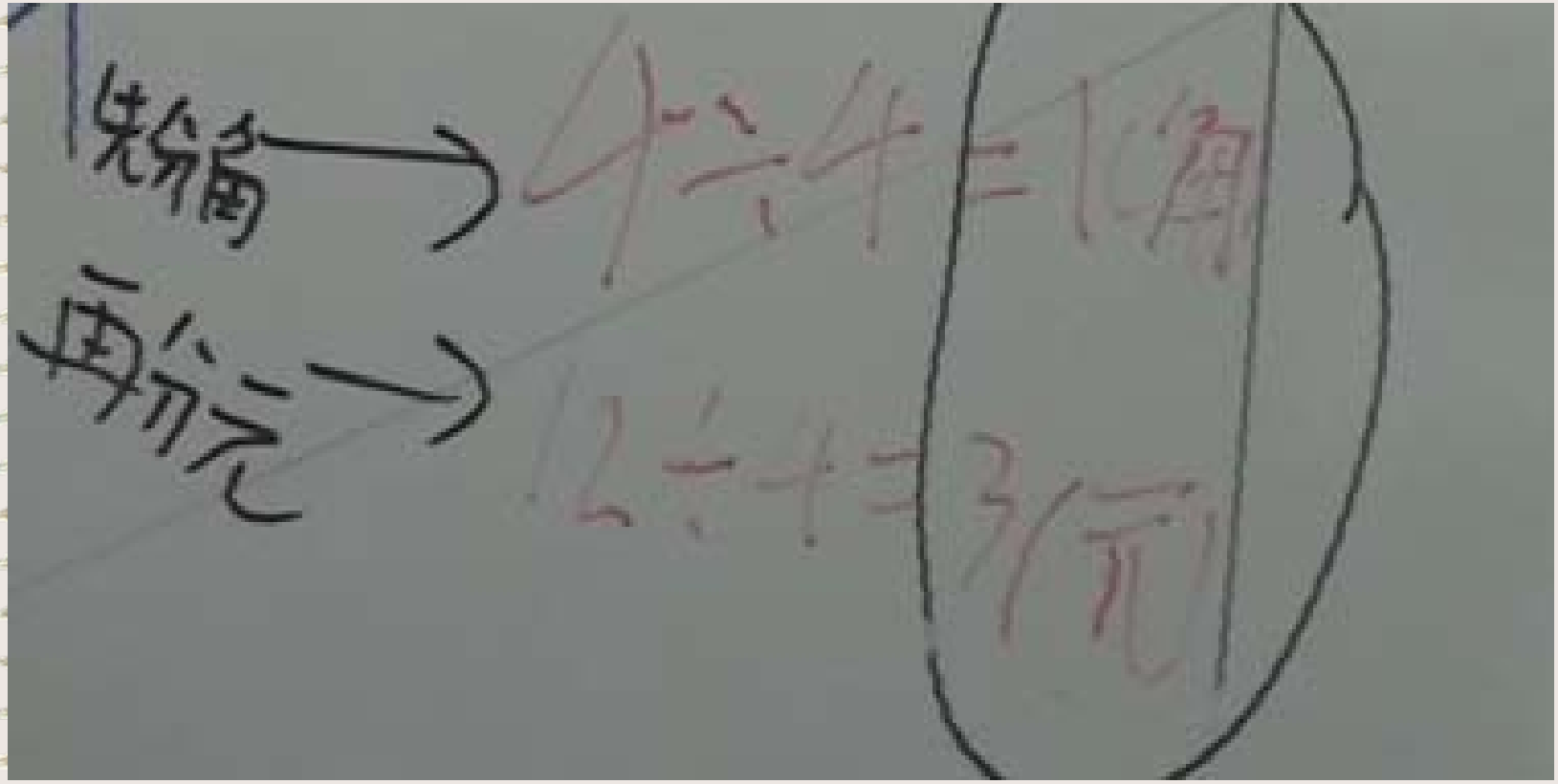
_____ 元 _____ 角。

學生亦可嘗試利用貨幣乘除作答。

學生練習

題目	試算區
1a）把 12 元平均分給 4 人，每人可得多少？ 每人可得 _____ 元。 1b）把 12 元 4 角平均分給 4 人，每人可得多少？ 每人可得 _____ 元_____ 角。	

學生練習



學生將元、角分開處理。

學生練習

1e) 把 13 元 6 角平均分給 4 人，每人可得多少？

每人可得 3 元 4 角。

學生練習

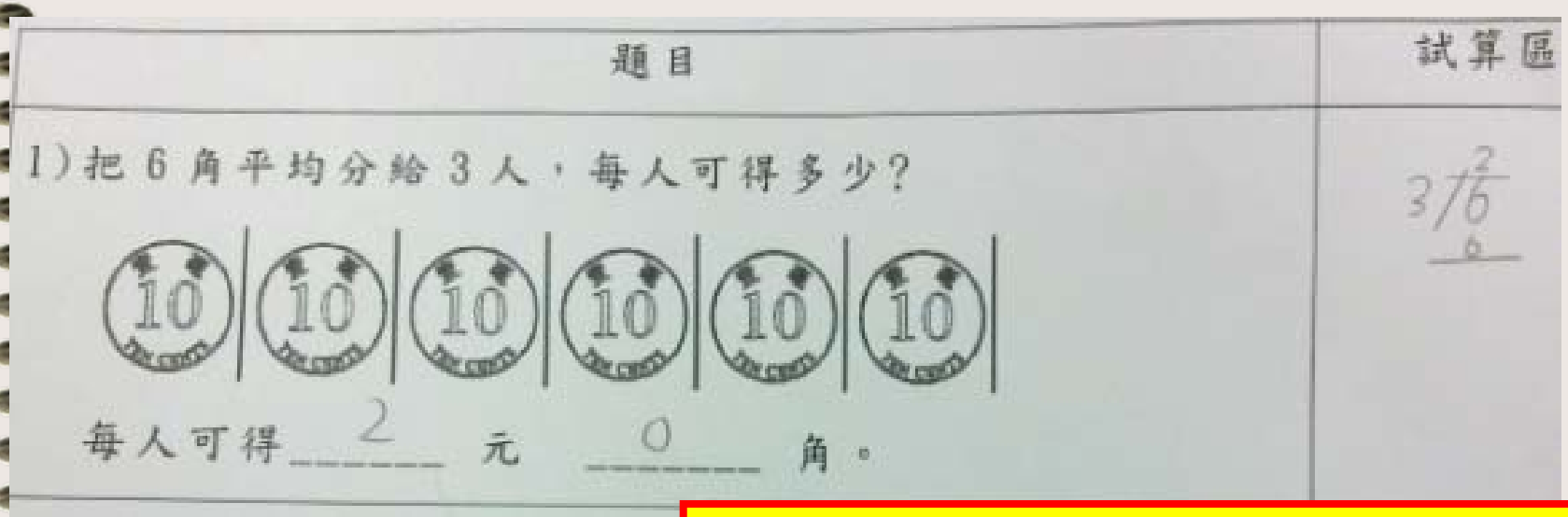
2e)把 23 元 4 角平均分給 3 人，每人可得多少？

每人可得 ___7___ 元 ___8___ 角

2f)把 25 元 2 角平均分給 3 人，每人可得多少？

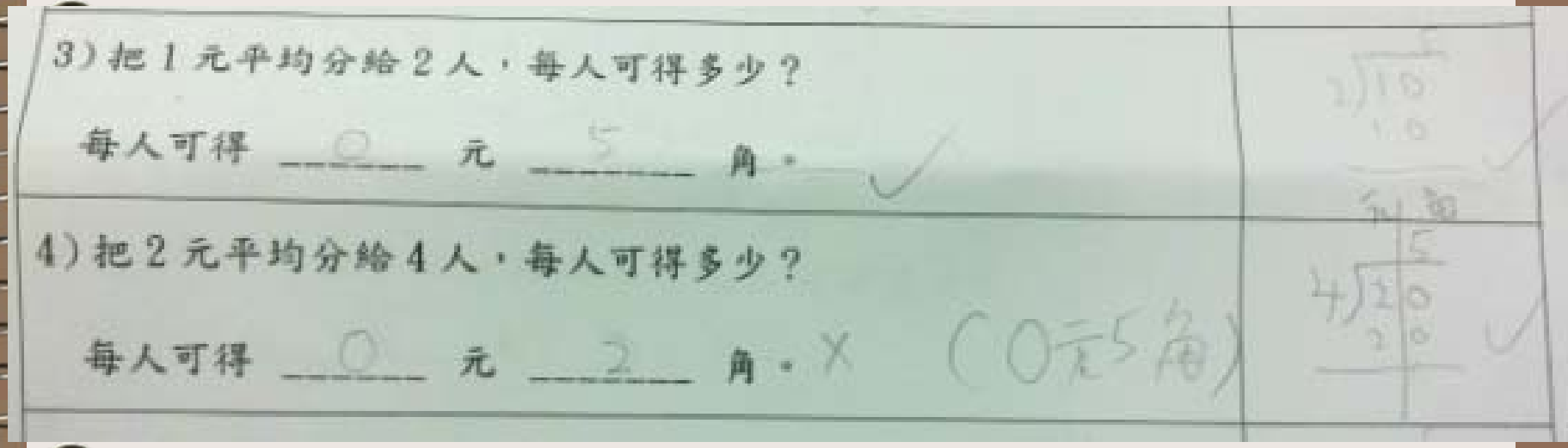
每人可得 ___8___ 元 ___4___ 角

學生練習



學生盲目處理從除法所得的答案。

學生練習



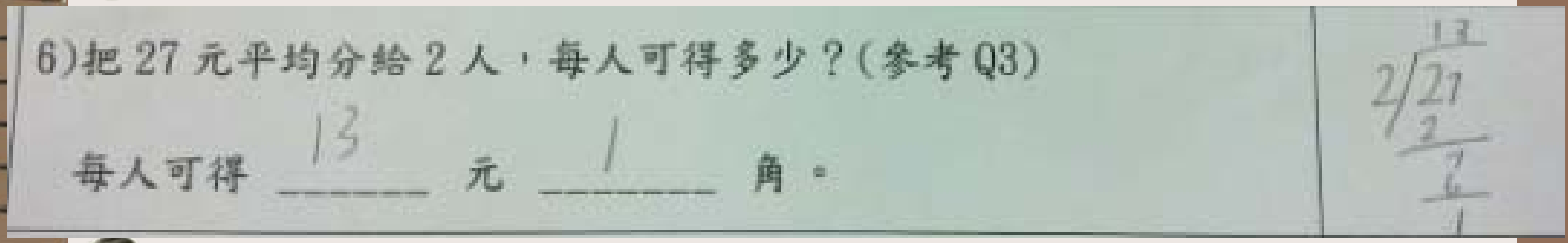
3) 把 1 元平均分給 2 人，每人可得多少？

每人可得 0 元 5 角。

4) 把 2 元平均分給 4 人，每人可得多少？

每人可得 0 元 2 角。 X (0元5角)

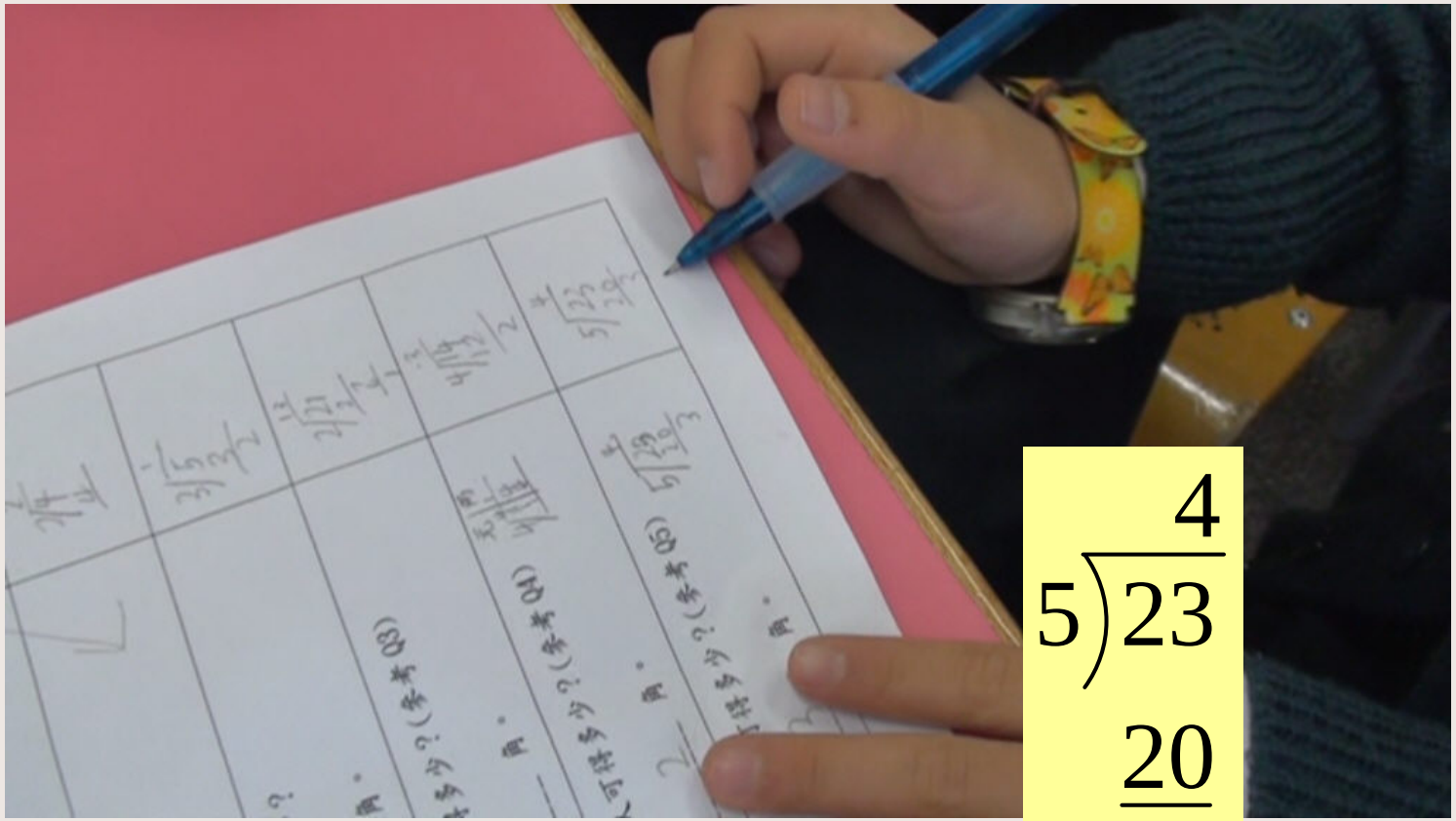
學生練習


6)把 27 元平均分給 2 人，每人可得多少？(參考 Q3)

每人可得 13 元 1 角。

學生誤解餘數1的意義。

23元平均分給5人



$$\begin{array}{r} 4 \\ 5\overline{)23} \\ \underline{20} \\ 3 \end{array}$$

學生誤解餘數3的意義。

23元平均分給5人

課堂片段

對分物活動概念的掌握

學生練習

5) 把 3 元平均分給 5 人，每人可得多少？

每人可得 ___0___ 元 ___16___ 角。

6)把 27 元平均分給 2 人，每人可得多少？(參考 Q3)

每人可得 ___13___ 元 ___5___ 角。

希望學生掌握較簡單的元角分物，再掌握較複雜的情況。

3) 把 1 元平均分給 2 人，每人可得多少？

每人可得 ___0___ 元 ___5___ 角。

有關小三除法 “Knowledge Package” 的部份元素

基本除法 → 兩位數、三位數除以一位數 → 高小除法教學

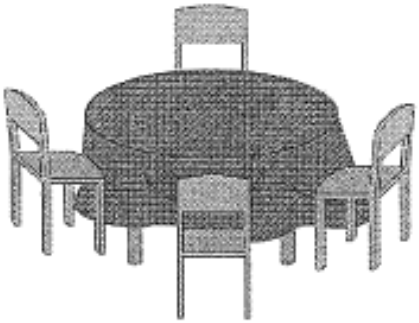
關顧課程的縱向發展

看看下列題目有何特別之處

TSA 2007 6MC1 Q20, 6MC4 Q18

一張餐桌和四張椅子的售價是 3490 元。如果餐桌的售價是 1990 元，每張椅子的售價是多少？

（列式計算）



看看下列題目所涉及的概念

TSA 2005 6MC2 Q2

計算 0.3 ÷ 0.7，答案取至百分位。

答案：_____

TSA 2007 6MC1 Q6

27.54 ÷ 9 = _____

整數、小數除法的教學

層次	相關描述	例子	教授時期（香港課程）
1	基本除法	32÷4 15÷3	二下
2	兩位數、三位數除以一位數	72÷3 345÷4	三上
3	兩位數、三位數除以兩位數	72÷12 345÷45	四上
4	小數除以整數、小數除以小數	7.2÷4 34.56÷20	六上

小數除法

- 四位數除法的角色
- 與貨幣除法的關係
- 例：4元8角分給4人。 4.8元分給4人。

怎樣更全面了解課程?

- 數學課程指引
- ttp://www.edb.gov.hk/index.aspx?nodeID=4907&langno=2

怎樣更全面了解課程?

- —數學科基本能力指引
- http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/eap_web/bca/chi/BCA_c3.htm

促進學習
評估資源庫

基本能力評估

課程發展

簡介

基本能力
(第一學習階段)

基本能力
(第二學習階段)

基本能力
(第三學習階段)

基本能力評估
(學生評估)
香港考試及
評核局網址

簡介

基本能力

「基本能力」是指社會一般認為學生在不同學習領域課程中各主要學習階段必須掌握的能力和知識，
只代表課程的部分要求。

基本能力評估

「基本能力評估」分「學生評估」及「系統評估」(一般稱為「全港性系統評估」)兩個部分，評估範
為中文、英文及數學。

「學生評估」

「學生評估」是一個網上的資源庫，通過互聯網提供服務。 它並不是強制性的，而是用以輔助教師發
展及選擇合適的評估課業。 「學生評估」若運用適時，可以用來診斷小一至中三學生在中、英、數學

怎樣更全面了解課程?

- —TSA 試
- http://www.systemassessment.edu.hk/pri/index.htm

總結

- Knowledge Package 的反思：
- 關顧課程的縱向發展
- 關顧課程的橫向發展
- 對其它相關課題的關注

基本除法 → 兩位數、三位數除以一位數 → 高小除法教學

End