

M05 「面有難式」 —

透過解難活動加深學生對「面積」課題的認識

陳影菲女士及
聖公會聖馬太小學
梁梓媚老師、石建嘉老師

二零一零年三月六日

何謂「解決問題」能力？

解決問題指運用思考技能去解決難題。

學習者會在綜合所有與問題有關的資料後，採取最合適的行動去解決問題。

數學教育學習領域課程指引
(小一至中三)(2002)



解難四個階段

- 理解難題 (Understanding the problem)
- 設計解難計劃 (Devising a plan)
- 執行解難計劃 (Carrying out the plan)
- 回顧 (Looking back)

G.Polya (1945)

解題策略

- 試誤
- 表列
- 窮舉
- 找規律
- 實驗
- 畫圖
- 概念圖
- 推理
- 解較簡單問題
- 考慮特殊情況
- 分情況討論
- 確認次目標
- 逆向思考
- 方程
- 應用變量

香港教育學院(2005)

- Guess, Check & Revise
- Make a Table, Chart or List
- Look for Patterns
- Make a Model or Diagram
- Compute or Simplify
- Use a Formula
- Consider a simpler Case
- Eliminate

MATHCOUNTS(2006-07)

如何從日常課堂中培養學生的思考能力

問題不只在於兩者並重，而是怎樣在教授數學知識之同時，以之作為培養深層能力的基礎。

顧泠沅教授(2005)

上海華東師範大學數學系

Problem Solving and Understanding

To become a good problem solver, a student must truly understand the inherent concepts. Thus, understanding enhances problem solving.

.....

Students' mental webs of ideas grow more complex and more robust when the students solve problems that force them to think deeply and to connect, extend and elaborate on their prior knowledge.

Diana V.Lambdin(2003)
Benefits of Teaching through Problem Solving

「面積」單元學習重點

教學目的

1. 認識面積的概念
2. 直接比較平面圖形的面積
3. 以自訂單位比較平面圖形的面積
4. 認識公認單位「平方厘米」和「平方米」
5. 以「平方厘米」和「平方米」作為量度面積的單位。
6. 認識及應用正方形和長方形面積的公式

「面積」單元重點發展

- 提升學生解難能力
(包括實作、表列及試誤)
- 提高學生利用數學語言表達的能力

學生匯報

Handwritten student work showing calculations and a final answer.

$9 \times 4 + 16 \times 4 = 100 \text{ cm}$
 $14 \times 4 = 56$
 $29 + 57 = 86$
 $29 + 58 = 87$
 $4 \sqrt{64} = 4$
 $4 \sqrt{24} = 4$

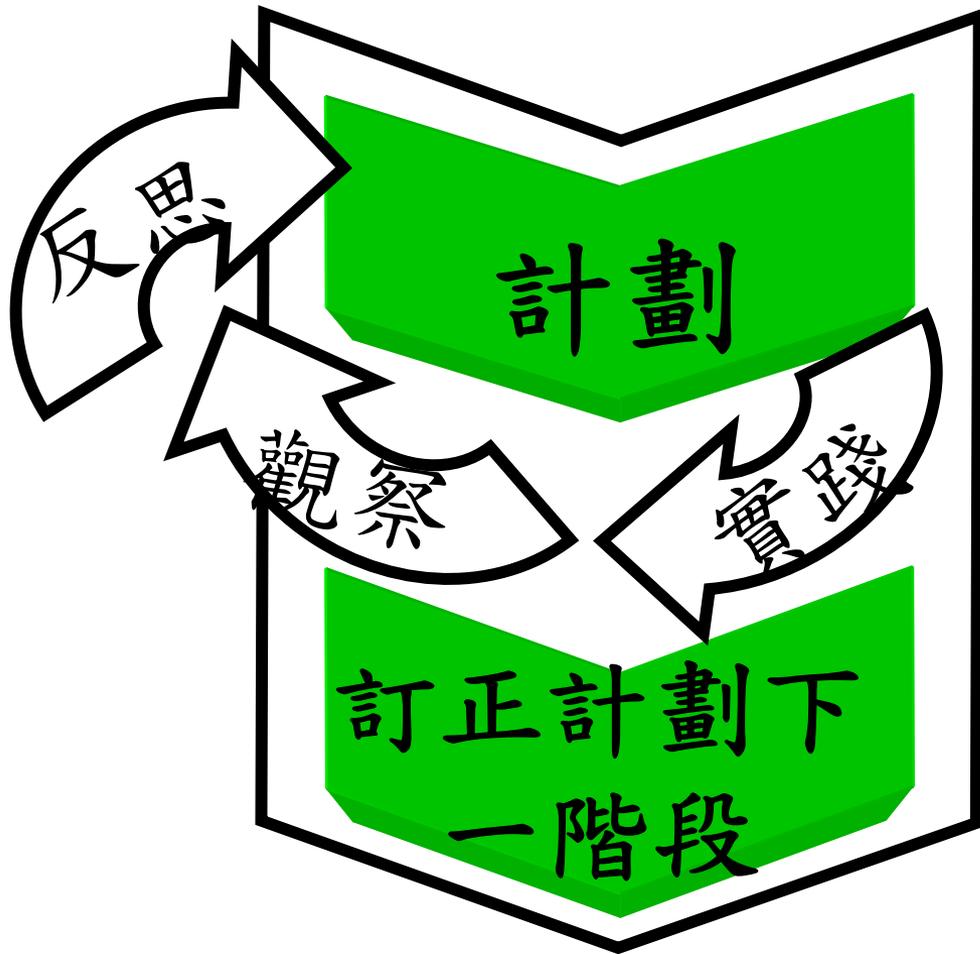
答：小正方形的邊長是 9 cm，大正方形邊長是 16 cm。

小正方形的邊長 = 1 cm
 大正方形邊長 = 8 cm
 周界之和 = 1 + 32
 = 36 cm

小正方形周界	試算區 大正方形周界	和
$6 \times 4 = 24$	$13 \times 4 = 52$	
$7 \times 4 = 28$	$14 \times 4 = 56$	
$8 \times 4 = 32$	$15 \times 4 = 60$	
$9 \times 4 = 36$	$16 \times 4 = \underline{64}$	

答：小正方形的邊長是 9 cm，大正方形邊長是 16 cm。

教學循環反思與小結



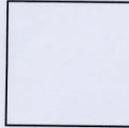
課堂教學目的

- 培養學生小心審題的習慣
- 學生懂得利用實作解難
- 提高學生運用數學語言解釋的能力

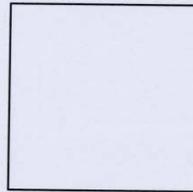
學生學習表現

學校禮堂有一個長 20 厘米，闊 15 厘米的地板破爛了，要重新鋪上方磚。現有下列三種方磚選擇，請你在不切割方磚的情況下選一種能密鋪地板，並看看要用多少塊方磚？並試試解釋原因。

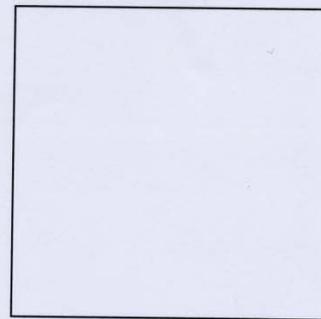
2 厘米



3 厘米



5 厘米



答： 我會選擇邊長是 5 厘米的方磚密鋪地板。原因是：

$5 \times 4 = 20$, $5 \times 3 = 15$, 可以整除 5, 而且 15 和 20 是 5 的公倍數又是公因

數

答： 我會選擇邊長是 5 厘米的方磚密鋪地板。原因是：

15 和 20 都可以除盡 5。15 和 20 都是 5 的倍數，5 是 15 和 20 的因數，被 5

我用了 12 塊方磚密鋪地板。

學生容易出現的學習問題

- 學生未能準確地在方格紙上找出不規則圖形的面積
- 對於面積公式的了解不清楚
- 當學生遇到一些非標準圖形時未能靈活運用有關公式

「面積」單元學習重點

- 認識及應用平行四邊形、
三角形和梯形面積的公式
- 計算多邊形面積

2 different modes of teaching Mathematics

■ Traditional teaching

- teachers transmit knowledge and students absorb
- knowledge acquired along a linear path

■ Using problems as focus in teaching

- good problems encourage diversity in thinking
- promote social construction of knowledge
- treasure reflection on learning

Teaching Mathematics through Problem Solving

Polya(1981) suggested that "Instead of hurrying through all the details of a much too extended program, the teacher should concentrate on a few really significant problems and treat them leisurely and thoroughly."

Mathematical Discovery: On understanding, Learning and Teaching Problem Solving. Combined ed. New York: John Wiley & Sons, 1981

Teaching Mathematics through Problem Solving

Two new roles that teachers are asked to play in a learning environment based on teaching through problem solving are **selecting appropriate tasks** and **organizing classroom discourse**.

Jinfa Cai(2003). What Research Tells Us about Teaching Mathematics through Problem Solving.

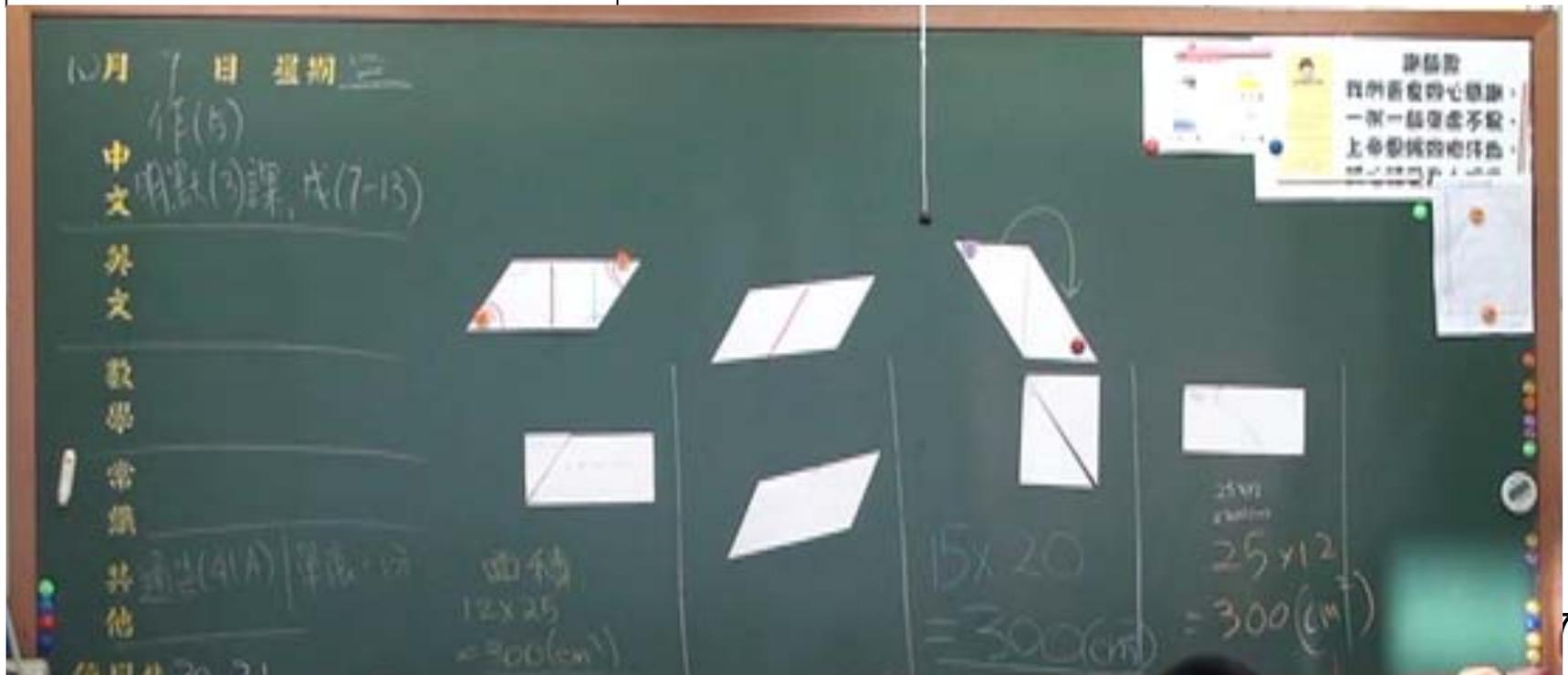
Teaching Mathematics through Problem Solving
Prekindergarten – Grade6(NCTM)

平行四邊形面積公式

課堂編排

重溫四邊形特性

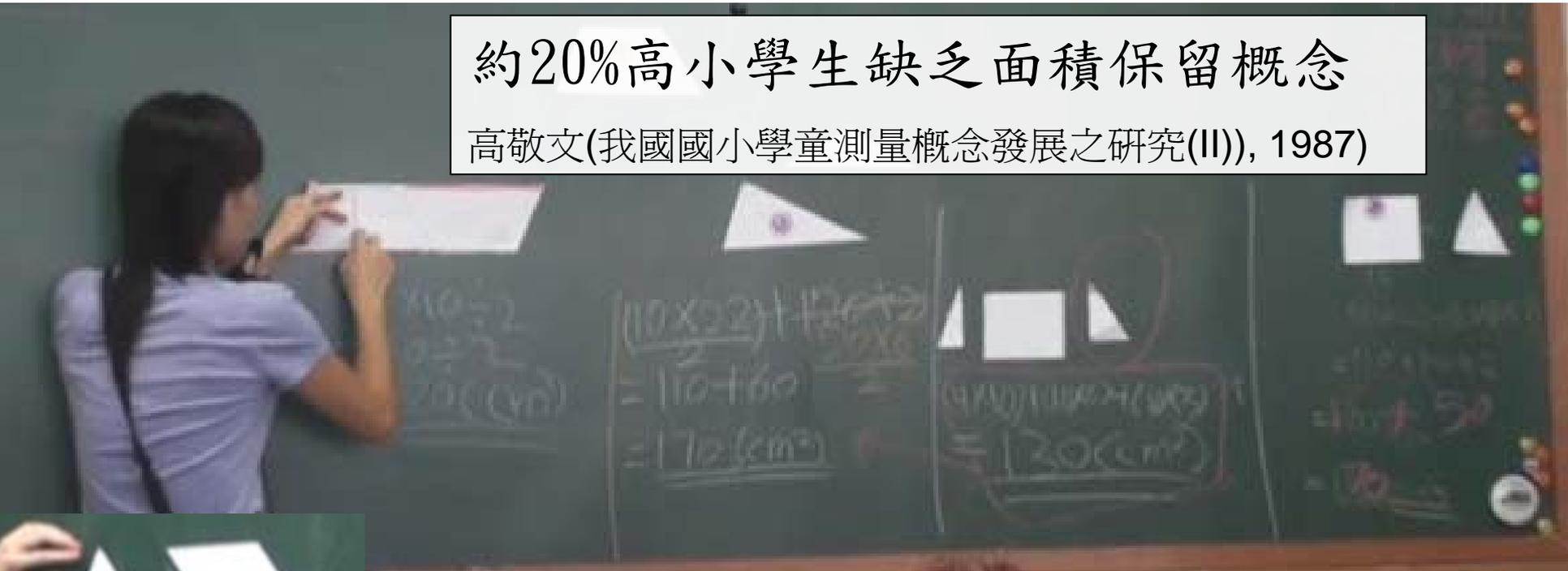
分組活動



小五面積單元教學

約20%高小學生缺乏面積保留概念

高敬文(我國國小學童測量概念發展之研究(II)), 1987)



$$34 \times 10 + 2$$

$$= 340 + 2$$

$$= 170(\text{cm}^2)$$

$$\left(\frac{10 \times 22}{2}\right) + 120 + 2$$

$$= 110 + 60$$

$$= 170(\text{cm}^2)$$

$$(4 \times 10) + (10 \times 6) + (10 \times 3)$$

$$= 130(\text{cm}^2)$$

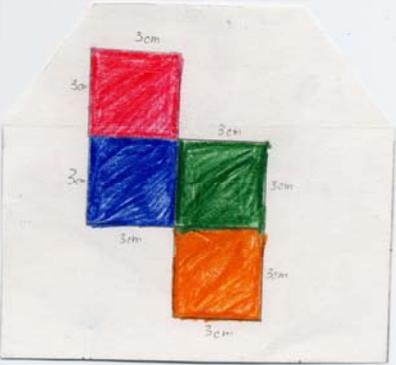
$$(10 \times 12) + (10 \times 10) + 2$$

$$= 120 + 100 + 2$$

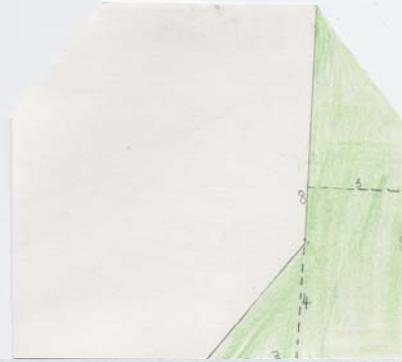
$$= 220 + 2$$

$$= 110(\text{cm}^2)$$

多邊形創作



$$\begin{aligned} &(3 \times 3) \times 4 \\ &= 9 \times 4 \\ &= 36(\text{cm}^2) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &(8 + 4) \times 3 \div 2 + (3 \times 4 \div 2) \\ &= 20 \times 3 \div 2 + 6 \\ &= 30 + 6 \\ &= \underline{\underline{36(\text{cm}^2)}} \end{aligned}$$

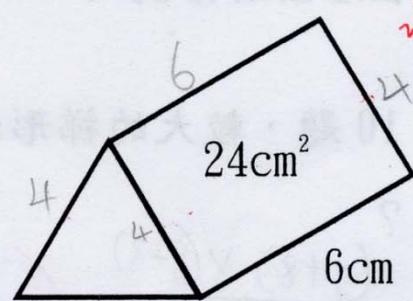


$$\begin{aligned} &\frac{7 \times 2}{2} + \frac{(6 + 4) \times 1 \times 2}{2} + 5 \times 1 \times 3 + 2 \times 2 \\ &= 7 + 10 + 15 + 4 \\ &= 17 + 19 \\ &= \underline{\underline{36(\text{cm}^2)}} \end{aligned}$$

周界與面積

3. 右圖是由一個面積是 24cm^2 的長方形和一個等邊三角形所組成的。

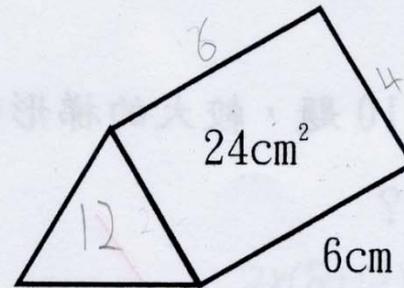
這個圖形的周界是 28 (cm)。



3人

3. 右圖是由一個面積是 24cm^2 的長方形和一個等邊三角形所組成的。

這個圖形的周界是 32 (cm)。

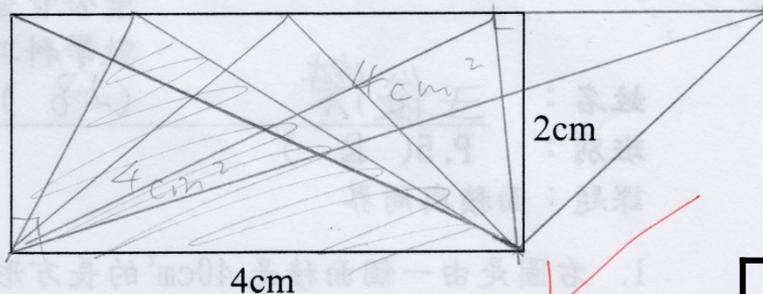


5人

誤解多邊形周界相等於
分割圖形周界的總和

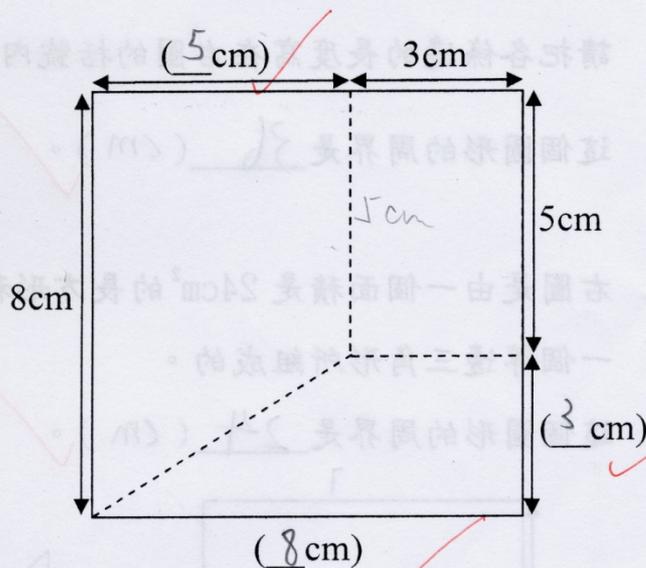
周界與面積

8. 請在右面的長方形內畫出一個面積最大的三角形(可貼邊畫)。



9. 根據第 8 題，你畫出的三角形的面積是 4 cm^2 。

10. 右圖是一個邊長 8cm 的正方形。現把它分割成一個長方形和兩個大小不同的梯形。請把各條邊的長度寫在右圖的括號內。



11. 根據第 10 題，較大的梯形的面積是多少？

橫式： $(5+8) \times 5 \div 2$

答案： 32.5 (cm^2)

	對	錯
Q8	28(93%)	
Q9	26(87%)	
Q10	27(90%)	
Q11	19(63%)	9+2

整體教學成效反思

- 照顧學習差異
- 選擇合適的思考工具
- 加強學生在不同範疇的知識連繫
- 鼓勵學生運用數學語言解釋概念
- 為了鞏固和加深對概念的理解，
適當數量的多樣化練習是必須的