# 百分百感受-從理解小數、分數和百分數的相互關係到應用

#### 中華基督教會基灣小學

賴百誠老師、胡小偉老師、李蕙雲老師、劉嘉麗老師

## 教育局 校本支援服務處 小學校本課程發展組 吳沛榮先生(高級學校發展主任)

2011年3月5日 「以行求知 — 教學·學教」經驗分享會

#### 数學共同備課的流程 --- 共同設計、經驗分享、作品分析



針對學生的需要(難 老師在日常的教學中, 點)及課程的要求 須隨時互相分享: (關鍵點): 評估策略 回饋教學策略(快回饋) 課堂分析 共同設計合適的教材、教學流程及教學方法 學生作品分析 了解學生的學習問題 (學) (教) (評估)

> 將有關經驗延伸至下個 單元的設計(課程縱向發 展、橫向發展)

## 去年小六對百分數教學的檢討及反思

- 學生在應用題的審題上,容易出現謬誤,引致解錯題目
- 學生對於百分數作為比較的用途的經驗並不足夠,對於理解「A比B多(少)百分之幾」的應用題感到困難
- 加強學生與學生之間的討論,有助學生認識百分數的意義和不同的策略來解題,加強學生解決問題的靈活性

## 全港性系統評估

數學課程:第二學習階段終結的基本能力

| 範疇:數     |             |
|----------|-------------|
| 代號       | 基本能力        |
| KS2-N3-1 | 認識分數作為整體的部分 |
| KS2-N3-2 | 認識分數與整體的關係  |
| KS2-N3-3 | 把假分數和帶分數互化  |
| KS2-N3-4 | 通過擴分和約分認識等分 |
| KS2-N3-5 | 比較分數的大小     |

| KS2-N5-6 | 估計計算結果  |
|----------|---|
| KS2-N6-1 | 認識百分數   |
| KS2-N6-2 | 進行百分數與分數的互化                                     |
| KS2-N6-3 | 進行百分數與小數的互化                                     |
| KS2-N6-4 | 解答簡單百分數應用題,包括:(a) 求百分率;<br>(b) 根據百分率求出數值;(c) 折扣 |

## 估計計算結果

下列哪一算式最適合估計  $2\frac{7}{8} \times 4.2 + 7.09$  的數值?

- O A.  $2 \times 4 + 7$
- O B.  $2 \times 4 + 8$
- O C.  $3 \times 4 + 7$
- O D.  $3 \times 4 + 8$

TSA 10-6M2 Q20; 10-6M3 Q19

## 估計計算結果

20. 小奥用 9.8 分鐘完成了 19 道數學題。下列哪一算式最適合估計小奧用多少分鐘完成一道數學題?

- O A.  $9 \div 20$
- O B.  $9 \div 10$
- $\circ$  C.  $10 \div 20$
- O D.  $10 \div 10$

TSA 10-6MC4

## 在「進行整數及分數 的四則計算(分數加減時涉及的分母不超過10)」中,學生的表現良好

 $14. \quad \frac{2}{5} \times \frac{3}{8} \div 15 = \boxed{\phantom{1}}$ 

TSA 10-6MC1

 $|13.| 10 - 4 \div \frac{1}{2} =$ 

- O A. 2
- O B. 3
- O C. 8
- O D. 12

TSA10-6MC4

但在「整數及小數 的四則計算」中,學生的學生的表現略為 遜色

#### 10-6MC1

15. 
$$7.5 - 6.37 + 1.07 =$$

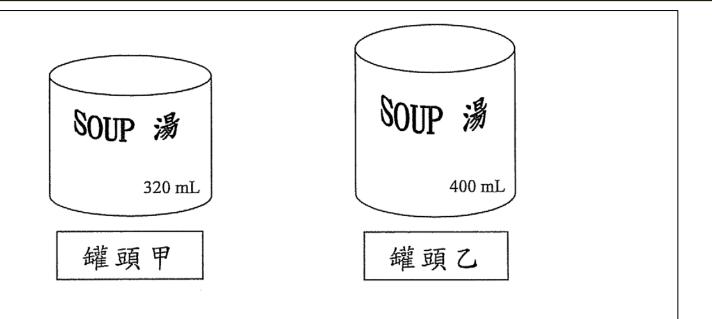
16. 
$$30 \times 5.3 \times 0.9 =$$

#### 10-6MC4

15. 
$$(3.7 + 4.9) \times 6.8 =$$

## 在「解答簡單百分數應用題」中,學生在「表達」上表現欠理想

23.



甲、乙兩款罐頭的容量分別是 320 mL 和 400 mL。 罐頭甲的容量是罐頭乙的百分之幾?

(列式計算)

TSA 10-6M2 Q23 ; 10-6M4 Q23

表達分包括單位、文字解說、符號(如等號)等整體表現

## 在學生生活經驗中,對「折扣」的認識不多

在表內填寫適當的答案。

|    |              |       |          |            |             |              | -F   | 1    |
|----|--------------|-------|----------|------------|-------------|--------------|------|------|
|    |              | 折扣    | 即定價的     | 即減價        | 英 文         | 寫法           |      |      |
|    | 1            | 五折    | 50%      | 50%        | Les550%     | 200% oft     |      | h    |
|    | 2            | 六五劫   | 65%      | 35%        | Less 64%    | 58 65 % AF   | 1260 | #    |
|    | 3            | 、土地   | 70%      | 30%        | Loss Froger | 1788 07 Lead | 30%  | A.C. |
| )( | £6           | E EST | \$6) 36% | 860/30     | % Less 20%  | 20% 649      |      |      |
|    | ( <b>5</b> ) | TEXT  | 85% 15%  | \$5% 615 W | Less 15%    | 15% off      |      |      |
|    |              |       |          |            |             |              |      | }    |

- ·學生把「折扣」的中文寫法和英文寫法混淆,例如他們誤以為20% off (Less 20%) ,即是定價的20%,即是二折
- · 學生誤以為折扣的數字愈大,則減價的幅度愈大,例如他們以為九折比七折的減價幅度大

### 學生在運算及審題上表現不理想

| 4. 裙子一條定價,480元,現以八折發售,付500元,應找回 |
|---------------------------------|
|---------------------------------|

應找回!

500-480X80%

= (次(元) \_ 7

5. <u>婷婷</u>打算出售一枚成本價值 50 000 元的鑽石戒指,她原先打算以 20% 賺率作為定價出售,但由於沒有客人購買,她最終以售價 "Less 20%"售出,<u>婷婷</u>說:「我以成本價售出戒指,沒有蝕本。」她的說法是否正確?為甚麼?

答:正確 (請圖出答案) 因為 50 000 元的 [Less 20%] 图 50000 X (1-20%) = 40000(元), 上上成本價 J-10000元, 包出了本。 (2000(元))

50000 ((1+20%) x (1-20%) =48000 (FU)

## 學生對「比較」應用題的理解,並不深入

3. 雄性小貓 25 隻,雌性小貓 15 隻。雄性小貓比雌性小貓多百分之幾?

列式:<u>15-15</u>×100%

學生把「雄性小貓比雌性小貓多百分之幾?」看為「雄性小貓比雌性小貓多」(描述句),而雄性小貓是雌性小貓的百分之幾?

3. 雄性小貓 25 隻,雌性小貓 15 隻。雄性小貓比雌性小貓多百分之幾?

列式: <u>-5 X100%</u>

4. 蛋捷 50 件, 昨天吃去 20%, 今天再吃剩下的 20%。

小一減法應用題:雄性小貓25隻,雌性小貓15隻,雄性小貓比雌性小貓多多少隻? (雄性小貓25隻,雌性小貓15隻,雄性小貓和雌性小貓相差多少隻?)

小二加減法應用題(「比較」應用題):

雄性小貓25隻,雄性小貓比雌性小貓多15隻,雌性小貓有多少隻?

雄性小貓25隻,雌性小貓15隻,雄性小貓比雌性小貓多百分之幾?

(比較量) (標準量)



雄性小貓:

雌性小貓:

15, 10

學生較難解釋解答是  $\frac{25-15}{mm} \times 100\%$  還是  $\frac{25-15}{mm} \times 100\%$ 

建議:課業題目必須切合學生的生活經驗,由學生解釋及決定分母是標準量還是比較量

## 課業題目--加強學生理解百分數的「比較」應用題

- 一個農場內有50隻動物,牛佔30%,豬佔 24%,問
- (a)牛比豬多百分之幾?
- (b)豬比牛少百分之幾?

你認為學生會怎樣作答,試解釋一下

## 學生在理解應用題上出現問題

| 4. 蛋撻 50 件D, 昨天吃去 20%, 今天再吃剩下的 20%。     |
|---|
| 現在剩下蛋撻多少件?                              |
| 列式:50×(1-20%)×(1-20%)                   |
| 5. 有糖果 360 粒,昨天吃去 15%,今天吃去 20%,剩下糖果多少粒? |
| 列式: 360×11-15%) X (1-20%)               |

4. 蛋撻 50 件, 昨天吃去 20%, 今天再吃剩下的 20%。 現在剩下蛋撻多少件?

列式: 50×(1-20%)×20%

5. 有糖果 360 粒,昨天吃去 15%,今天吃去 20%,剩下糖果多少粒?

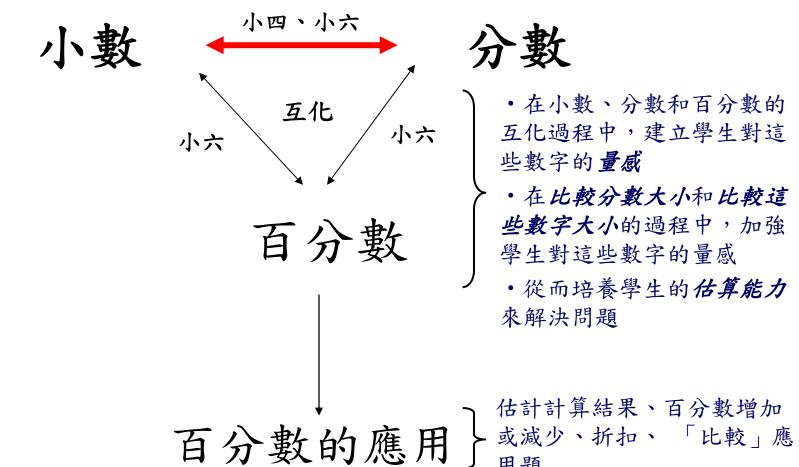
列式: 360×(1-15-20)= ~

## 本年度百分數教學調適的方向

根據學生以上的學習問題,老師從三方面著手來調整教學工作:

- · 教材和教學的調適,幫助學生建立分數、小數和百分數的量感,從而加強學生的估算能力
- ·促進數學課堂對話,鼓勵學生從不同角度審視和解決問題,加強學生對百分數應用題(例如:折扣、「比較」應用題)的理解
- · 透過觀課、課堂錄影和學生習作的分析及測考的表現來檢視教學的果效

#### 小數、分數和百分數的相互關係



小數和分數是代表相同意義的兩種不同符號學生必須把分數和小數的概念連結起來,才可以學習百分數

## 小數和分數的互化

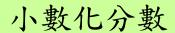
依老師堂上的指示,按步驟完成以下題目:

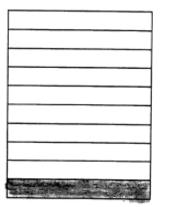
1. 0.1

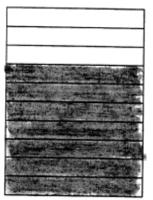
2. 0.7

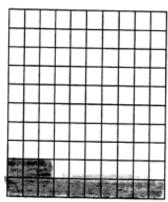
3. 0.13

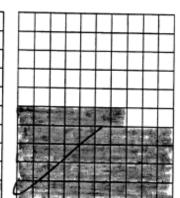
4. 0.47







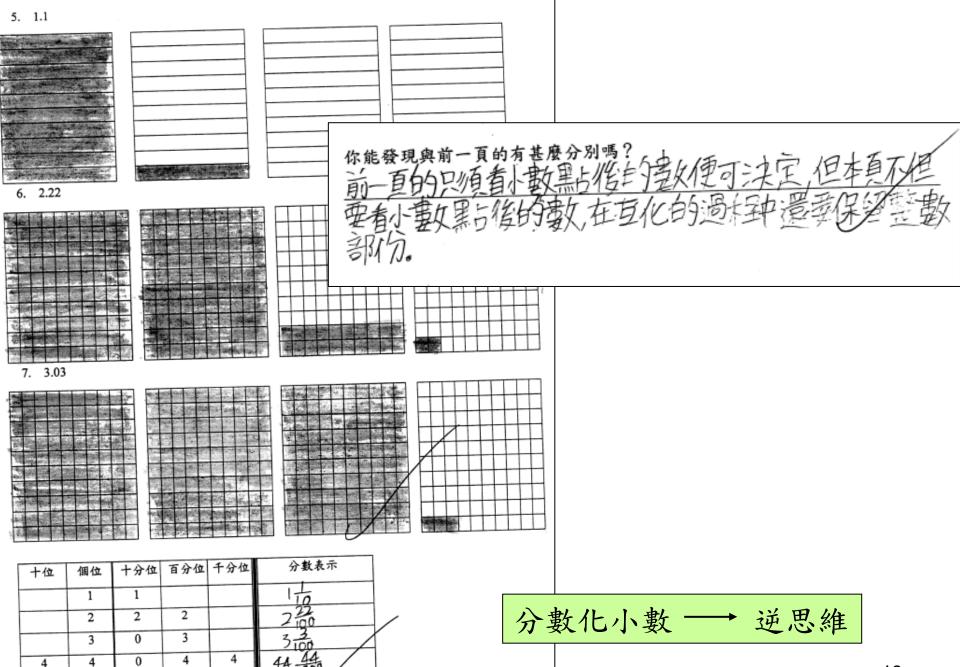




| 個位 | 十分位 | 百分位 | 千分位 | 分數表示 |
|----|-----|-----|-----|------|
| 0  | 1   |     |     | 10   |
| 0  | 7   |     |     | 710  |
| 0  | 1   | 3   |     | 13   |
| 0  | 4   | 7   |     | 47   |
| 0  | 1   | 6   | 9   | 1000 |
| 0  | 0   | 7   |     | 100  |
| 0  | 0   | 0   | 9   | 1000 |

你能找出小數化分數的規律嗎?

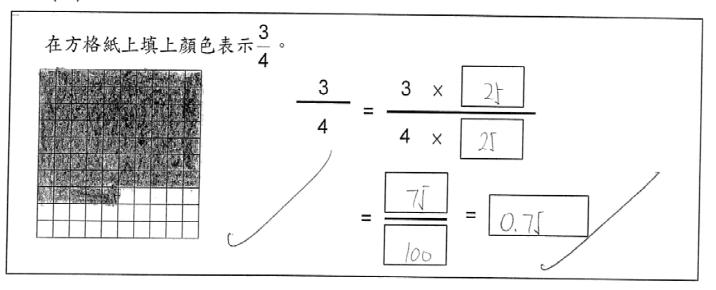
要視乎小數最後數字的后值,十分位的活动是10,如此類推



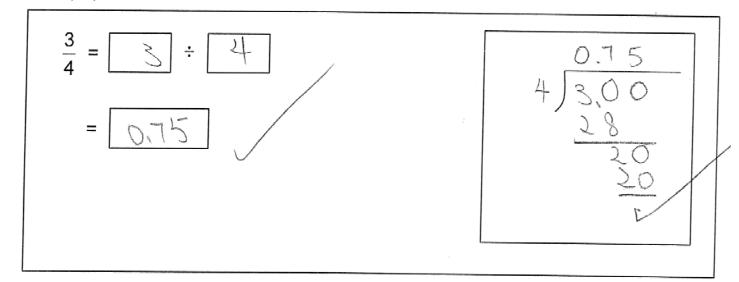
## 分數化小數

<u>小明</u>不知道怎樣將<mark>3</mark>化成小數,同學們可以幫助他嗎?試討論兩個方法來找出答案。

#### 方法(一)



#### 方法(二)



## 分數化小數

你們認為哪一個方法較為方便?

我們認為方法(二)較為方便。

若想將一化成小數,可以用以上的兩種方法嗎?為甚麼?

| 方法=,因為了永遠沙建也不 | 曾是10,100        | , 1000, 10000 |
|---------------|-----------------|---------------|
| 的因數分析以不能用方法一。 | 发展 100          | 71400°D       |
|               | 4-4-7           | 35            |
|               | =0.171<br>≈0.57 | 49            |
|               |                 | 1 = 1         |

## 比較分數的大小

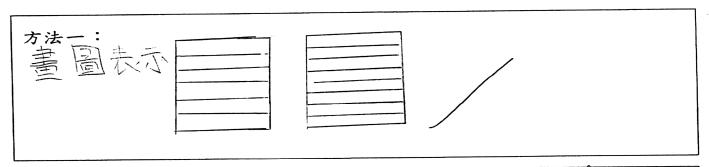
異分母分數的大小比較

觀察以下的情境,並作討論。



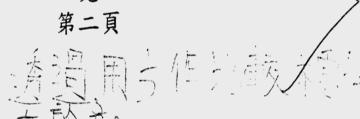
5 和 3 ,哪一個的數值較大?

方法二:轉小數

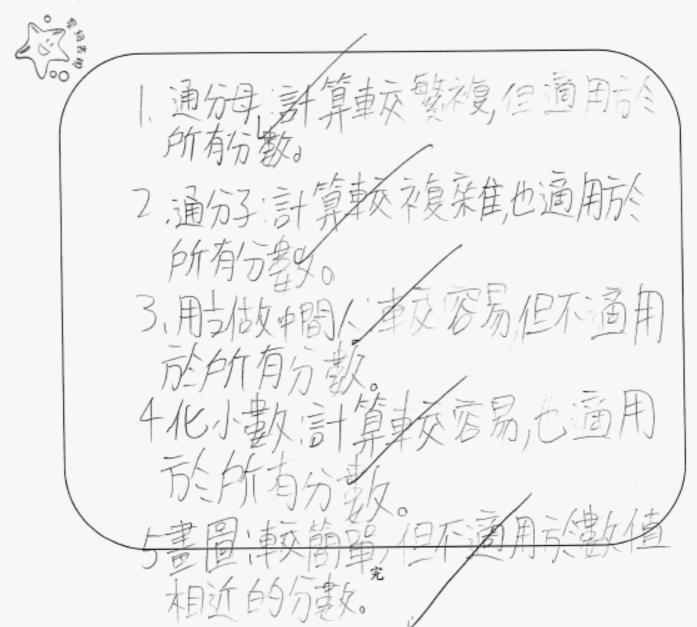


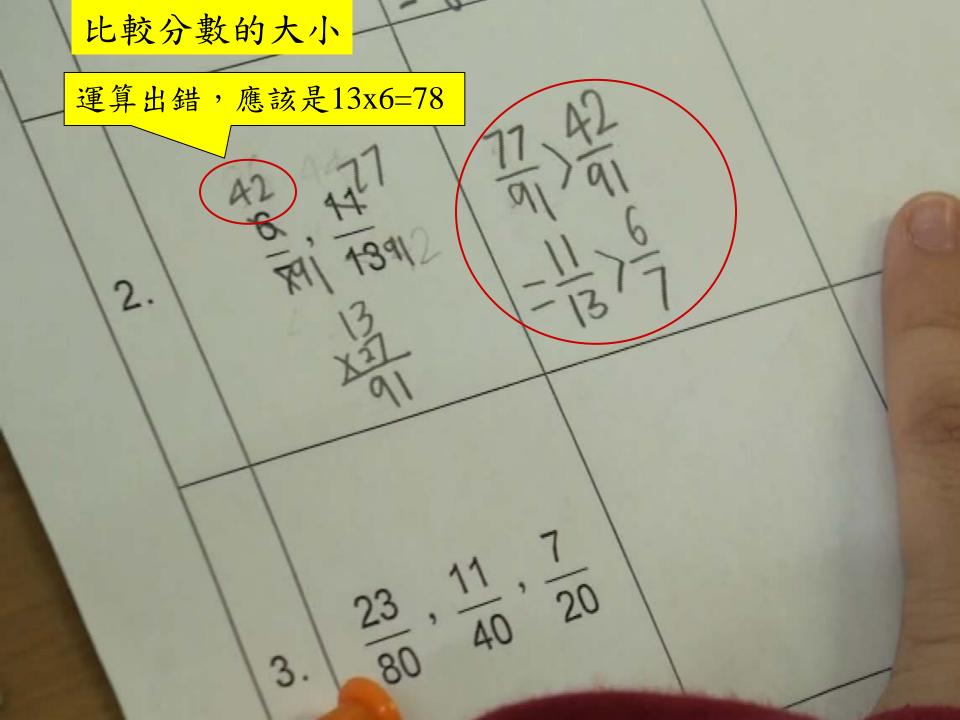
方法四:

用与作標準

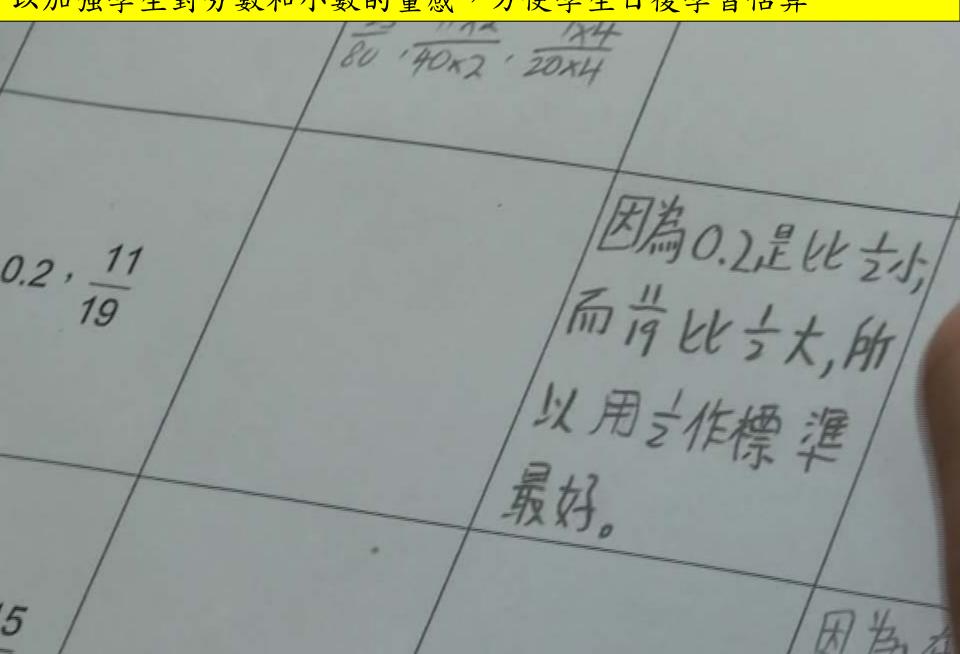


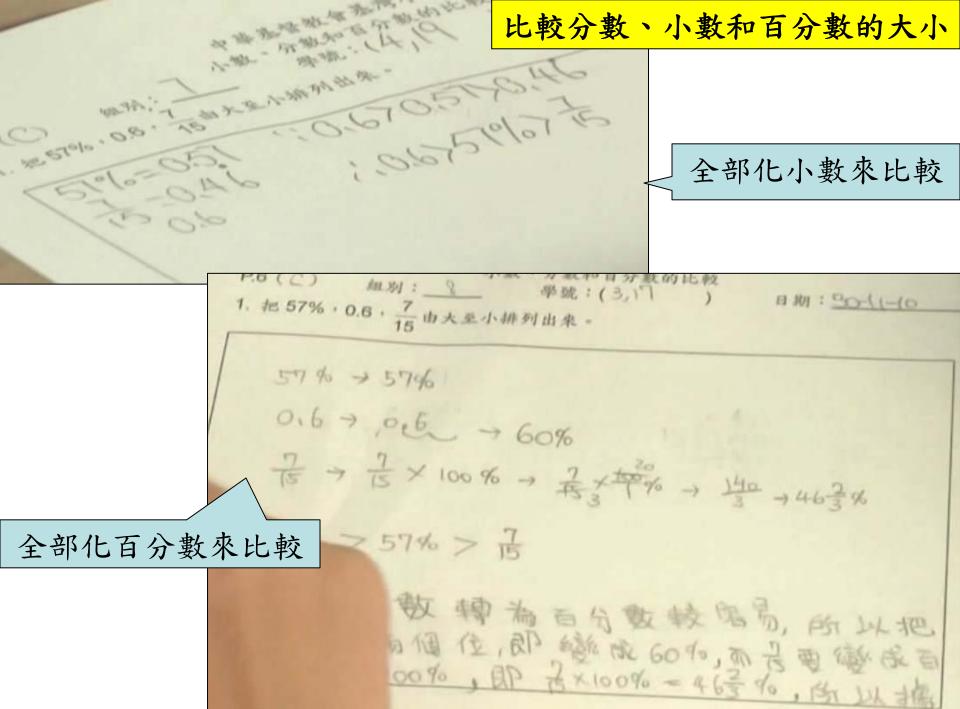
(三)試寫出比較分數大小的各種方法。 對各種比較分數的方法,有什麼意見(例如:適用範圍,優點,缺點)?

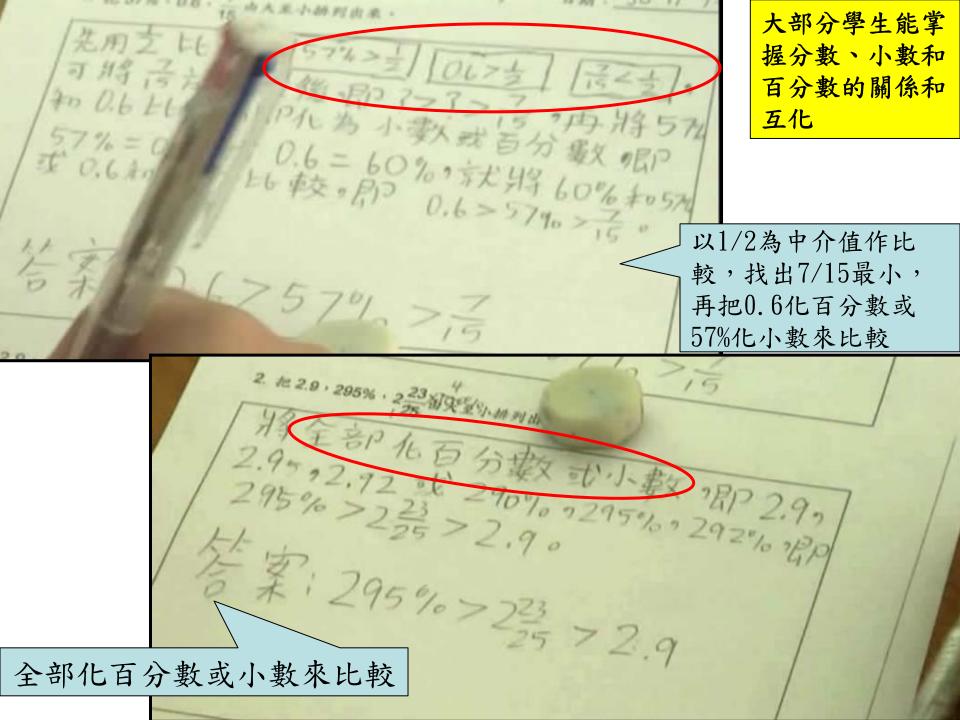




建議學生先以是為中介值作比較,比計算的方法更快捷方便,亦藉以加強學生對分數和小數的量感,方便學生日後學習估算







學生認為全部化為小數,較為方便比較分數的大小

把  $57\% \cdot 0.6 \cdot \frac{7}{15}$  由大至小排列出來

學生認為以立為中介值作比較,比計算的方法更快捷方便

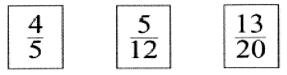
為甚麼學生認為「全部化為小數」來比較的方法較好?

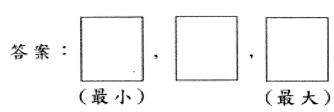
其他學生的意見

有些學生對分數和小數的量感較好,喜歡以 2 為中介值作比較

學生經過討論後,會否嘗試採用以 2 為中介值來比較分數和小數的大小?

1 把下列分数由小至大排列出來。



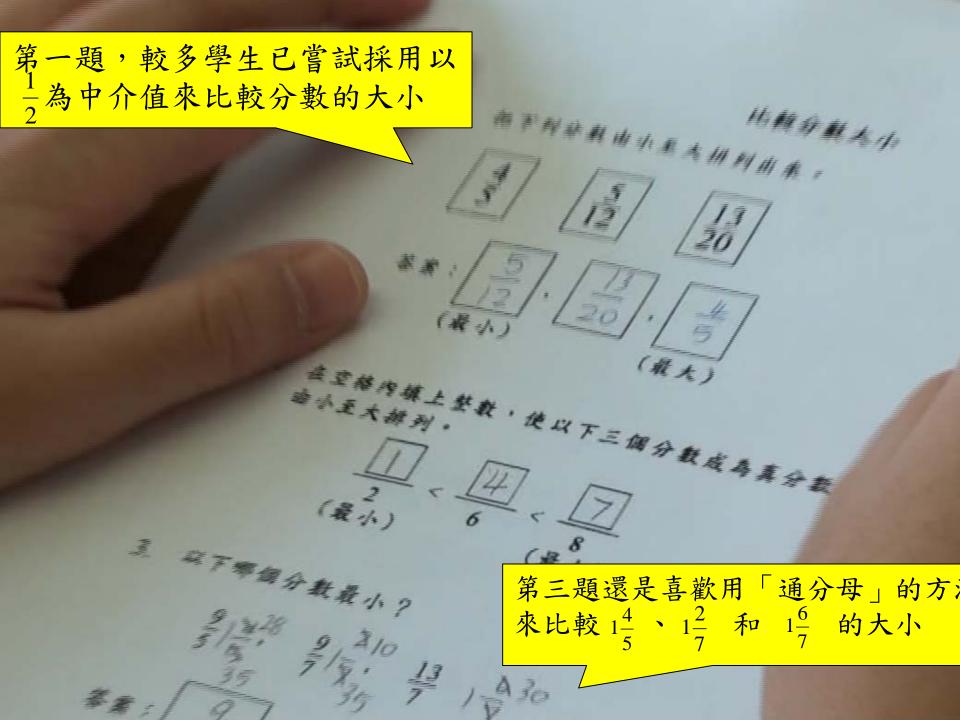


 在空格內填上整數,使以下三個分數成為真分數,並 由小至大排列。

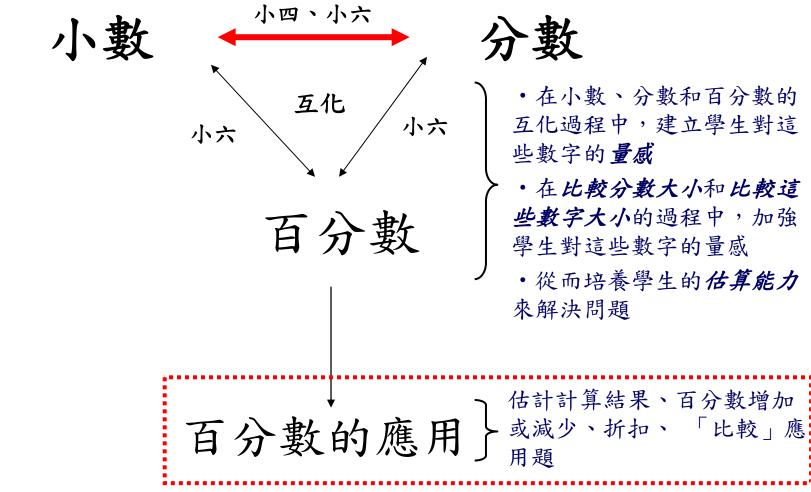
3. 以下哪個分數最小?

$$\frac{9}{5}$$
 ,  $\frac{9}{7}$  ,  $\frac{13}{7}$ 

答案:



### 小數、分數和百分數的相互關係



小數和分數是代表相同意義的兩種不同符號學生必須把分數和小數的概念連結起來,才可以學習百分數

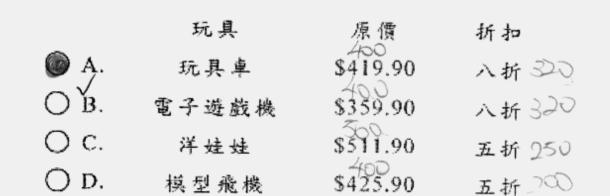
## 估計計算結果

- 通過比較小 數、分數和百 分數大小的過 程中,加強了 學生對這些數 字的量感
- 學生在估計 計算結果的表 現上良好

4. 下列哪個算式最適合估計 6.9×115 - 4.1 的數值?

- TOUL V

- $OA.6 \times 1 4$
- O B.  $6 \times 2 4$
- O C. 7 x 1 4
- $\bigcirc$ , D.  $7 \times 2 4$
- 5 估計  $15\frac{8}{9} \times \frac{1}{12}$  的數值,下列哪個算式最適合?
  - A. 16 × 1
  - C. 15 × 0.2×
- B. 16 × 0.1 O D. 15 × L+
- 6. 某玩具公司舉行夏季大減價,試估計下列哪款玩具在減 價後的售價是最實的?

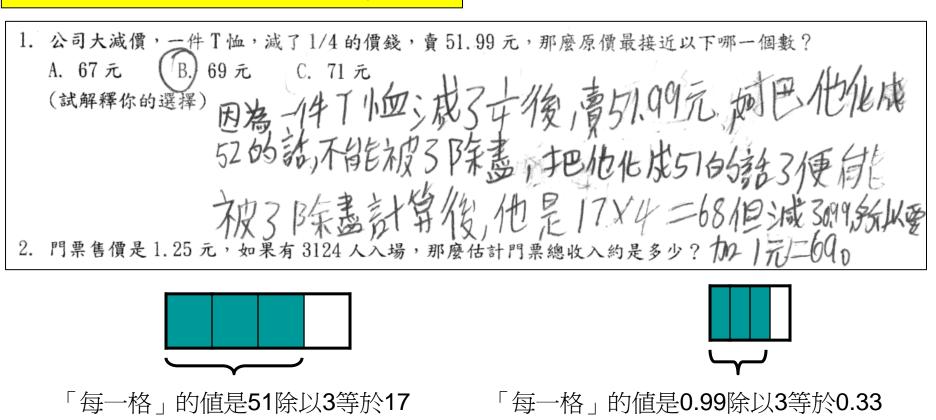


## 運用估算能力來解決應用題

| 1. 公司大減價,一件T恤,減了1/4的價錢,賣5 | 61.99元,那麼原價最接近以下哪一個數? |
|---------------------------|-----------------------|
| A. 67元 B. 69元 C. 71元      | 應該是1/3                |
| (試解釋你的選擇)                 |                       |
| 先把51.99元當作為52元,5          | 主的(4是13元,52+13=65元    |
| 因此原價最接近67元。               |                       |

1. 公司大減價,一件T恤,減了1/4的價錢,賣51.99元,那麼原價最接近以下哪一個數? A) 67元 B. 69元 C. 71元 (試解釋你的選擇)
因為了恤 或了1/4的價錢,賣51.99元,即是接近52元,补除4 是3,原價是=52+13=65元,所以我估算A) 這個答案。

### 把51.99分折為51和0.99來計算



原價是17×4+0.33×4=69.32, 大約69

原來設計的估算: $52 \div 3 \times 17.3$ , 而 $17.3 \times 4 \times 69$ , 即答案B

### 使用除法來估算

1. 公司大減價,一件T恤,減了1/4的價錢,賣51.99元,那麼原價最接近以下哪一個數?

B. 69元 C. 71元

(試解釋你的選擇)

1. 公司大減價,一件T恤,減了1/4的價錢,賣51.99元,那麼原價最接近以下哪一個數?

A. 67元 (B.) 69元 C. 71元

(試解釋你的選擇)

了1.99四指五人為52

693最接近69的外外3選擇B

#### 列方程計算

1. 公司大減價,一件T恤,減了1/4的價錢,賣51.99元,那麼原價最接近以下哪一個數?

A. 67元 B. 69元 C. 71元

(試解釋你的選擇) 原價是「.~ (試解釋你的選擇) 原價是「.~ (1-4) = 51.99 ~ 至了 = 51.99 ~ 平本 = 51.99 ~ 17.33 ~

T=17.33×4 T=69.32 / :.原價是69.32 ,最接近69元。

#### 學生誤解題意

1. 公司大減價,一件T恤,減了1/4的價錢,賣51.99元,那麼原價最接近以下哪一個數?

A. 67元 B. 69元 C. 71元

(試解釋你的選擇)

因為51.99四括五入是52元,而67元是最接近52元,所以原價最接近67元。

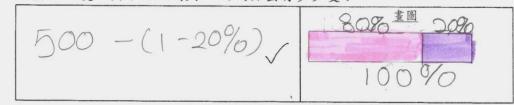
## 百分數應用題:百分數增加或減少

## 建議學生用畫圖幫助理解 應用題

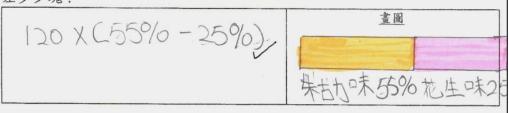
1. 爸爸的月薪是8000元,加薪5%後,他的薪金是多少元?



2. 雞蛋 500 隻,其中 20%壞了,好的雞蛋有多少隻?



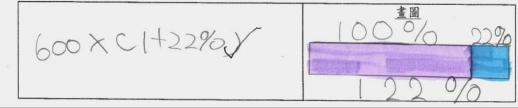
3. 夾心餅 120 塊,其中 25%是花生味,55%是巧克力味,兩種味道的夾心餅相 差多少塊?



4. 把 200 粒彈珠分成三份,第一份有 20%,第二份有 35%,第一份和第二份 共有彈珠多少粒? 第三份有彈珠多少粒?



5. 紅色手工紙有600張,黄色手工紙比紅色的多22%,黄色手工紙有多少張?



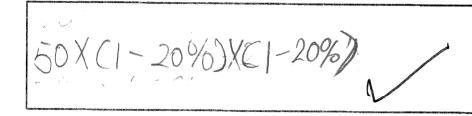
#### 學生解決百分數增加或減少的應用題上,大致表現良好

(小強/小文),因為小文1.2米,而小強的编記:[X(115分) -100×59 -100

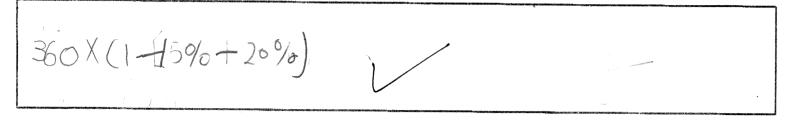
2. 一年之後,<u>小文</u>的身高估計比今年增高了20%,而<u>小強</u>的身高估計比今年增高了30%,哪一位小朋友較高?

(小強)小文),因為小文的编是了12X(1+20%)之中20%。另外 三144(厘米),而增入118X(1+30%) 二甲X10 = 153(4厘米),约 山小强比較高。

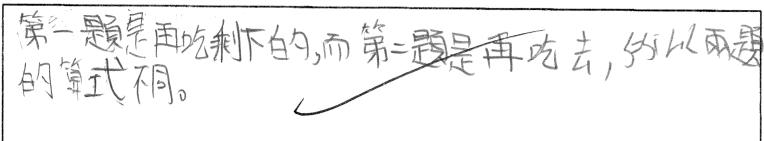
- (二) 以下雨道題目,只需列式,不用計算。
- 1. 蛋撻 50 件,昨天吃去 20%,今天再吃剩下的 20%,現在剩下蛋撻多少件?



2. 有糖果 360 粒,昨天吃去 15%,今天再吃去 20%,剩下糖果多少粒?



3. 以上兩題有有甚麼不相同之處呢?



#### 百分數應用題:折扣 (哪一樣貨品減價幅度最多?)

千之島百貨公司進行新年大減價,你們認為哪一種貨品最值得購買?哪一種貨品不值得購買?並寫上原因。

試比較哪一種貨品 減價減得最厲害

| 貨品  | 原價   | 售價   | 原價 — 售價 |  |
|-----|------|------|---------|--|
| 牙膏  | 24 元 | 12 元 |         |  |
| 毛巾  | 25 元 | 9元   |         |  |
| 洗髮水 | 40 元 | 30 元 |         |  |
| 拖鞋  | 20 元 | 14 元 |         |  |

千之島百貨公司進行新年大減價,你們認為哪一種貨品最值得購買?哪一種貨

品不值得購買?並寫上原因。

百分數應用題:折扣

試比較哪一種貨品 減價減得最厲害

| 貨品  | 原價   | 售價   | 原價 — 售價 | th to            |  |  |  |
|-----|------|------|---------|------------------|--|--|--|
| 牙膏  | 24 元 | 12 元 | 12      | 1 52 X180% = 50% |  |  |  |
| 毛巾  | 25 元 | 9元   | 16      | 1 25 xtoo = 36%  |  |  |  |
| 洗髮水 | 40 元 | 30 元 | 10      | 30 X 75%         |  |  |  |
| 拖鞋  | 20 元 | 14 元 | 6       | 14 X 100 %= 70%  |  |  |  |
|     |      |      |         |                  |  |  |  |

我們認為 毛巾 最值得購買,因為 它的扩射型最多。

我們認為法學水不值得購買,因為它自自折拍最少。

千之島百貨公司進行新年大減價,你們認為哪一種貨品最值得購買?哪一種貨品不值得購買?並寫上原因。

試比較哪一種貨品 減價減得最厲害

| 貨品  | 原價   | 售價   | 原價 — 售價 |  |            |
|-----|------|------|---------|--|------------|
| 牙膏  | 24 元 | 12 元 | 12元     | 周楼立比較  |            |
| 毛巾  | 25 元 | 9元   | 16元     | 同樣之比較  |            |
| 洗髮水 | 40 元 | 30 元 | して      | 同樣之比較 30-15-15-15-15-15-15-15-15-15-15-15-15-15- | - 75 = tak |
| 拖鞋  | 20 元 | 14 元 | 6元      | 同楼之比较  | 二七折        |

| 我們認為生力    | _ 最值得購買,因為       | 這個產的分析和 |
|-----------|------------------|---------|
| 我們認為一次是多大 | <u></u> 不值得購買,因為 | 注加强的的新  |

| 貨品  | 原價   | 售價   | 原價 — 售價 |                                      |
|-----|------|------|---------|--------------------------------------|
| 牙膏  | 24 元 | 12 元 | 12      | 24-12 ×10006 = 50%                   |
| 毛巾  | 25 元 | 9元   | 16      | $\frac{25-9}{25} \times 60\% = 64\%$ |
| 洗髮水 | 40 元 | 30 元 | 10      | 40-30 ×100% = 250b                   |
| 拖鞋  | 20 元 | 14 元 | 6       | 20-14 × 1009 = 308                   |

| 我們認為 土巾       | 最值得購買,因為        | 它減價減得嚴多。  |
|---------------|-----------------|-----------|
| <b>参</b> 物便宜。 |                 |           |
| 我們認為 华县       | 不 信 得 膳 胃 , 因 為 | 京流信:武煌最小、 |

試用「多」、「少」和「百分之幾」來描述以上貨品的減價情況。

- 1. 牙膏 的售價 比原價少的 到分太五十
- 2. 毛巾的售價比原價少的到入六十四
- 3. 洗髮水的原價比售價多的是原價的耐力二十五

4. 拖鞋的售價比原價少的是原價的到分三十

洗髮水的售價比原價 少百分之二十五

#### 百分數應用題:「比較」應用題

| *** | 男生制 | 25人生是 | 姓胜 | 和四 | 人。 | ļı<br>V |          |       |        |   |
|-----|-----|-------|----|----|----|---------|----------|-------|--------|---|
| 可女  | 5   | 5     | 5  | 5  | 5  |         | 20<br>25 | X100° | /0-10/ | ) |

(6) 男生比女生多百分之幾

(c)女生比男生少百分之幾

100% - (a) 的答案便是(c)

(a) 80% ( 20 × 100%) 80 4 (b) 25% (25-20 × 100%) 5-1-(())20°6(25毫米100°/6)至三言 比男生的話是用男生數

試以「男生比女生多(少)百分之幾」或「女生比男生多(少)百分之幾」的問句, 自擬一道應用題來表示班中男生和女生人數的關係。

從自擬應用題中,了 解學生對「比較」應 用題的理解 题目:六丁主任有女生14人,有男生门人。 女生比男生少估至部人喜欢的百分之幾?

答案: 佔全部人数的: 
$$\frac{17-14}{17+114} \times 100\% = \frac{3}{31} \times 100\% = \frac{300\%}{31} = 921\%$$

題目: 六丁珍有男生门人, 女生有什么。 女生比男少百分之幾? 取至少事無機一個位)

- 1. 六甲班有男生 25 人,女生 20 人。
  - a) 女生是男生的幾分之幾? 女生是男生的 女生是男生的: 36 × 100% = 36 × 100% = 36 × 100% = 36 × 100%

從自擬應用題中,了解 學生對「比較」應用題 的理解

- b) 男生比女生多百分之幾? 男生比女生多三分之 25-20 20 ×100% = 5 × +00% = 25%
- 2. 試以「男生比女生多(少)百分之幾」或「女生比男生多(少)百分之幾」的問句, 自擬一道應用題來表示班中男生和女生人數的關係。

型目: 六丁 到王有男生 14人, 女生16人。 女生比男生多百分之幾?

3. 老師有紅色手工紙 250 張, 黃色手工紙 100 張, 紅色手工紙比黃色手工紙多

試以「男生比女生多(少)百分之幾」或「女生比男生多(少)百分之幾」的問句, 自擬一道應用題來表示班中男生和女生人數的關係。

題目:

六丁到王有军性门人。姓山人。

女生比 "生少百分之老"?

(取至)教乳後-個份

### 教學反思

- 幫助學生建立一個緊密而深層的概念網絡知識,有助學生知識轉移,應付日後學習的需要
- 加強學生數學課堂上的對話,有助培養他們的 數學思考,令思維更加靈活
- 學生若慣於循著一些既定的策略來解題,難以培養學生解決問題的能力;同樣地,老師若習慣於循著一些既定的教學模式來教學,不理解及不按著學生的學習問題來設計教學,亦難以改善學生學習
- 學生在學習百分數的應用題上,沒有以往同級學生那麼多問題,而過往常犯錯的題目,亦相應地較少

# 謝謝!

(請簽到及填寫問卷)