「擬」目一新 ----
自擬數學應用題的教學策略分享
“To find everything fresh” in teaching student to pose mathematical problems

鄭幗儀老師、梁潔儀老師、鄧露老師
（聖公會聖提摩太小學）
曾倫尊女士(高級學校發展主任)

分享目的

1. 校本經驗
2. 如何透過縱向課程設計幫助學生解難及自擬應用題
3. 課研的分享、反思及展望
4. 持續修訂以優化教學

校本課程發展經驗分享

1. 源起及教學設計

2. 學校簡介

3. 各級課研經驗分享反思及展望

4. 總結及溫馨提示

源起

Sowder(1988)提出能力一般的學生較常使用的解題策略為:

- 使用最擅長或是最近才教的運算法
- 由數字大小來決定運算符號
- 將所有運算都試過再選出最適當的答案
- 利用關鍵字
- 先猜測答案是大(用乘、加)或小(用除、減)等不同方式。

擬題和解題

- 數學家 Polya(1945) 強調「擬題和解題是相連性的活動 (Brown & Walter, 1983)。」;
- 美國數學教師協會認為擬題是數學課程中最有啟發性的活動，是現今數學課程不可缺少的活動 (NCTM, 1989;1991)，更倡導老師應該製造機會讓學生在問題情節中探索和形成問題，進而主動擬題，並按問題之條件修正新的題目，以培養學生自學及自省的精神，最後老師在評量學生的擬題時，還可從中瞭解學生理解課題的程度 (NCTM, 1995)。

教學設計

小學數學科課程的宗旨包括:

- 誘導學生理解及掌握數學的基本概念和計算技巧;
- 發展學生的思維、傳意、解難及創造能力。

《數學課程指引》(2000)

教學設計

(1)擬題教學緊扣解難教學，幫助學生提升解難能力。

- 在解難教學時刻意將題目的結構組織詳加分析，讓同學初步理解某類型題目的特有結構。
- 到擬題教學時，又參考 Leung（1993）根據 Polya 以上所提出的解題四階段，改成擬題四階段：首先了解擬題的題型，然後策劃擬題，再計算答案及回顧所擬出題目是否合理。

教學設計

Silver(1994)曾提出，擬題於數學教育上是訓練與思考的中心，並整理出擬題的特徵與重要性如下：

(a)擬題的教學特徵就像是一種探索式教育

(b)是提升學生解題能力的方法

(c)是讓學生瞭解數學的窗口；亦是讓老師瞭解學生是否瞭解的窗口

(d)是增加學生學習數學動機的方法

(e)可以幫助學生成為一個有自主學習力的學習者。

教學設計

(2)不同問題結構的擬題鷹架設計

－鷹架提供輔助的過程，也就是不管是透過老師或同學的幫助，又或是工作紙內容設計的幫助，這個鷹架最好能夠以明白且自然的方式包裝起的教學內容，並且可以完整的透過鷹架傳遞出教學內容。

教學設計

- 鷹架(scaffolding)一詞是由Wood、Bruner以及Ross於1976年所提出的，它的基本概念是源自於蘇俄心理學家Vygotsky的學習理論。

- 它的主要意義是指：兒童內在心理能力的成長有賴成人或能力較強的同儕協助，而這種協助應該建立在學習者當時的認知組織特質上。

教學設計

Wood 等三人也整理出六種鷹架在學習上所能提供的支援：

1. 引發學童參與
2. 指出所欲學習事物的關鍵特徵
3. 示範
4. 減輕學習時的負擔
5. 進行學習活動方向管理
6. 掌控學習過程挫折

教學設計

- 這些由成人或專家所提供的學習支援，可以幫助學童發展學習的能力，進而使學童最後能自行完成學習的工作。
- 這也是維高斯基(Vygotsky)在人類發展理論中所題到的近側發展區(ZPD)可發展的距離。
- Vygotsky認為人類的認知發展過程是經由「內化」或「行動的遷移」，將社會意義及經驗轉變成個人內在的意義。

教學設計

- 而近年來Roy(2004)也整理了許多對探討鷹架的研究，他指出鷹架之目的，在意的是他提供輔助的過程，也就是透過人的幫助或是其他的教材內容提供的幫助，這個鷹架最好能夠以明白且自然的方式包裝起這個正規教育的教學內容，並且可以完整的透過鷹架傳遞出這個教學內容並做教育上的實踐。

學校背景：

- 基督教學校
- 隸屬聖公宗(香港)小學監理委員會
- 1887年創校
- 位於紅磡舊區
- 2007年9月轉為一所一校兩舍全日制小學

學校的課程發展

- 共同備課及觀課安排
- 不斷引入外界的支援
- 2001、2004、2005年參加「種籽計劃」
- 2009年參加「課程為本學與教資源庫」發展計劃
- 2010年參加「小學校本課程發展組」支援服務
- 學與教的分享會

現況分析

有利因素

- 課研風氣良好
- 行政配合
- 學生投入學習

現況分析

面對情況

- 學生的家庭支援不足
- 學生應用題的解難能力較弱
- 學校的分班政策
- 小班教學政策及合作學習的引入

第一年的發展經歷

- 發展重點級別為小一及小二
- 單元重點：比較應用題
- 目標：

  1. 提升學生應用題的解難能力
  2. 培養學生良好的社交技巧

2010-2011年度一年級
比較句語及應用題
學習目標

- 能夠說出兩個數之間的比較語句
- 能夠找出比較語句的主角
- 能自擬比較語句
- 培養同學互相合作的態度

設計策略

- 第一階段

（一）實物比較

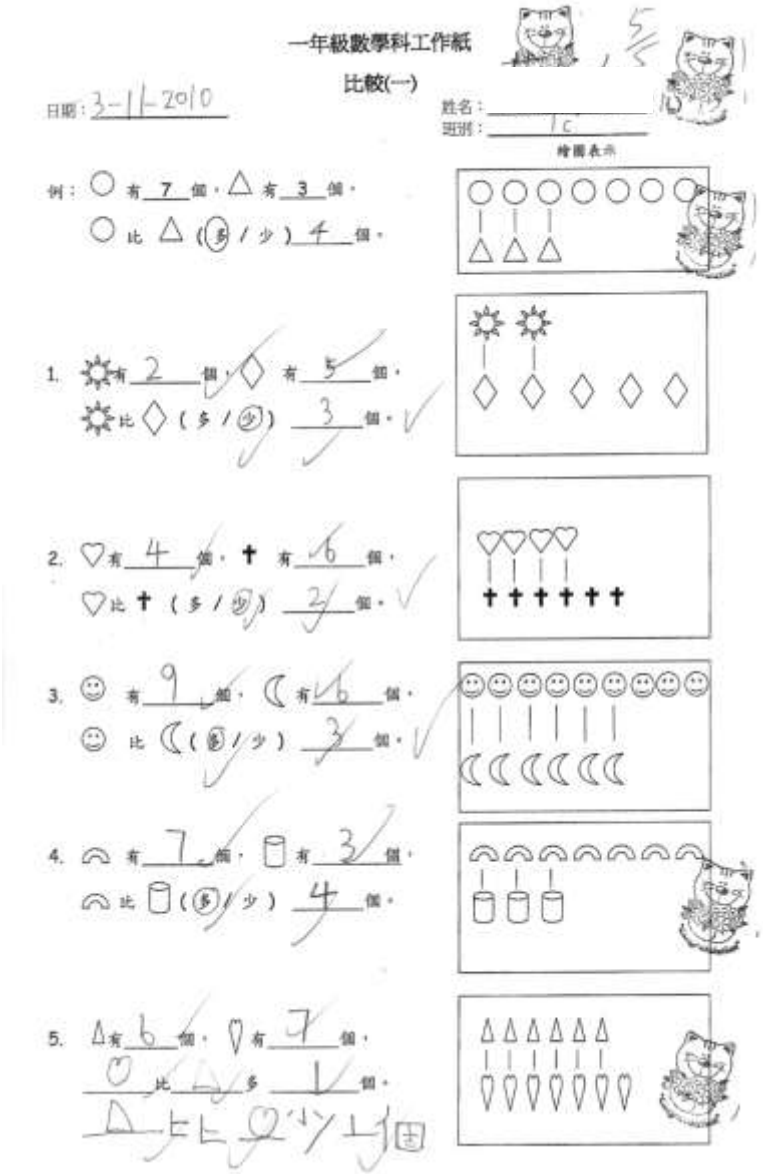
- 高、矮
- 肥、瘦
- 厚、薄
- 粗、幼

（在教授長度和距離(一)後插入比較句語）

分組活動

- 比一比
- 誰是主角？
- 主角放在句子的
  前面 / 後面？

- 我有鉛筆____枝，
- 我的鉛筆比你多／少，
- 我的鉛筆比你多／少____枝。



一年級數學科工作紙

比較(一)

日期：3-11-2010

姓名：

班別：1C

例：○ 有 7 個，△ 有 3 個。

○ 比 △ （多 / 少） 4 個。

1. ☼ 有 2 個，◇ 有 5 個。

☼ 比 ◇ （多 / 少） 3 個。

2. ♡ 有 4 個，✝ 有 6 個。

♡ 比 ✝ （多 / 少） 2 個。

3. ☺ 有 9 個，☾ 有 6 個。

☺ 比 ☾ （多 / 少） 3 個。

4. ◠ 有 7 個，⛁ 有 3 個。

◠ 比 ⛁ （多 / 少） 4 個。

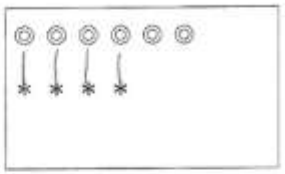
5. △ 有 6 個，▽ 有 7 個。

▽ 比 △ 多 1 個。

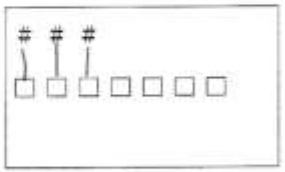
△上上▽少1個

班別：C

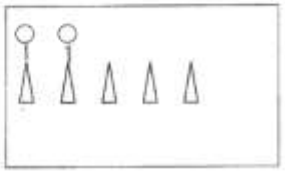
1. ◎ 有 6 個，＊有 4 個，
◎ 比 ＊ 多 2 個。
＊ 比 ◎ 少 2 個。



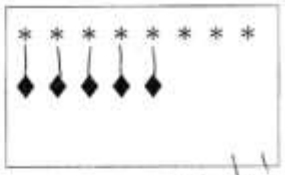
2：# 有 3 個，□有 7 個，
□ 比 # 多 4 個。
比 □ 少 4 個。



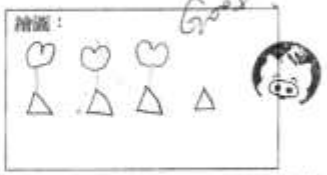
3：○ 有 2 個，△有 5 個，
△ 比 ○ 多 3 個。
○ 比 △ 少 3 個。



4：＊ 有 8 個，◆ 有 5 個，
＊ 比 ◆ 多 3 個。
◆ 比 ＊ 少 3 個。



5： ♡ 有 3 個， △ 有 4 個，
△ 比 ♡ 多 1 個。
♡ 比 △ 少 1 個。



6： # 有 4 個， ♡ 有 5 個，
♡ 比 # 多 1 個。
比 ♡ 少 1 個。

第二階段教學目標

1. 找出應用題問甚麼
2. 計算出……比……多/少的比較應用題
3. 判斷出誰是多，誰是少
   和決定用加法或減法

猜猜遊戲

- 學生：手上有筆_____枝。
- 教師：「……比……. 多/少……枝」
- 老師有鉛筆_____枝 。

提問步驟

1. 這應用題是問甚麼？
   （問三角形有多少個？）
2. 哪句句子提示我們找出三角形的數目？
   （三角形比圓形多2個）
3. 三角形是多/少 ？（三角形是多）
4. 這題是加或減

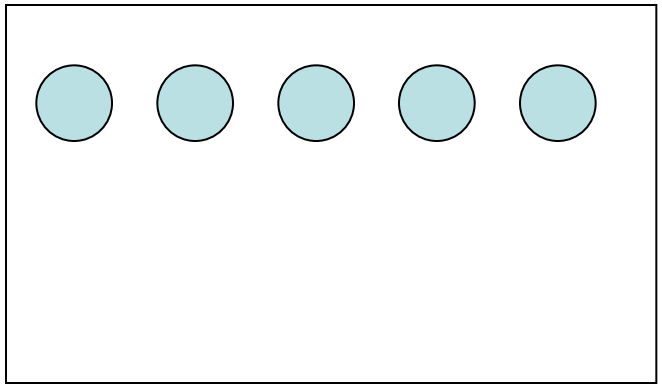
（多）　（少）

例：圓形有5個，**三角形比圓形多2個**，

（ 多 ）

問三角形有多少個？

答：三角形有_____個



這應用題是問甚麼？

哪句句子提示我們找出三角形的數目？

三角形比較多，求三角形，所以是加數。

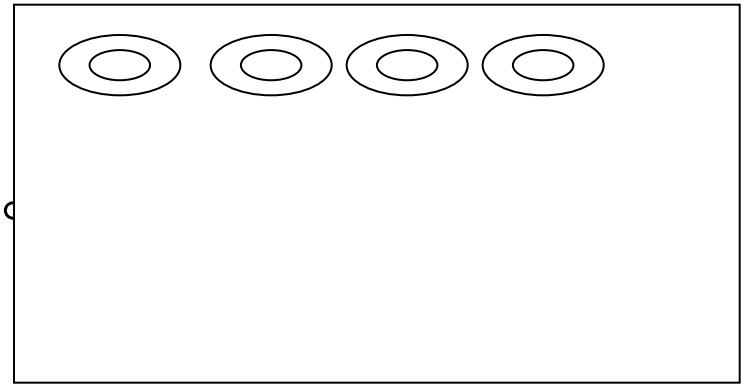
（多） （少）

◎有4個，◎ 比 ⬡ 多2個，

（少）

問 ⬡ 有多少個？

答：⬡ 有＿＿＿＿＿＿個。



這應用題是問甚麼？

哪句句子提示我們找出 ⬡ 的數目？

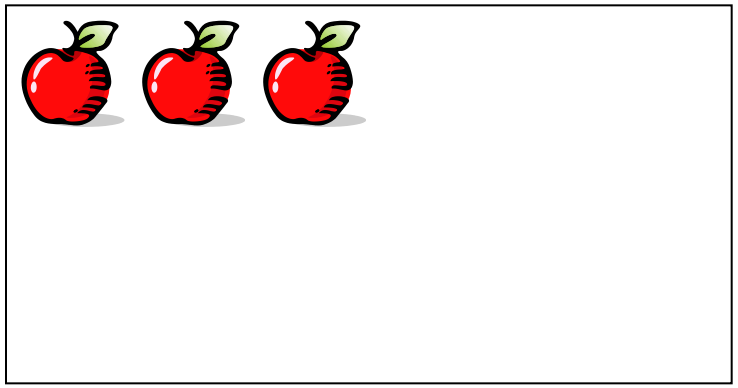
⬡ 比較少，求 ⬡ ，所以是減數。

（少）　（多）

蘋果有3個，**蘋果比橙少2個**，

（多）

問**橙**有多少個？



答：橙有＿＿＿＿＿＿個。

這應用題是問甚麼？

哪句句子提示我們找出橙的數目？

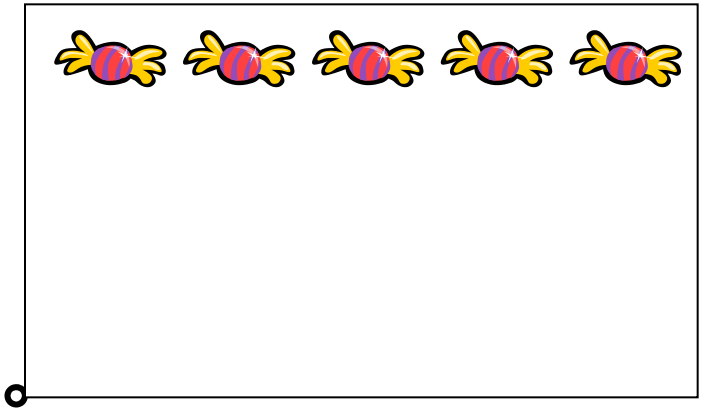
橙比較多，求橙，所以是加數。

（少）　（多）

糖果有5粒，巧克力比糖果少3粒，

（ 少 ）

問巧克力有多少粒？



答：巧克力有＿＿＿＿＿＿粒。

這應用題是問甚麼？

哪句句子提示我們找出巧克力的數目？

巧克力比較少，求巧克力，所以是減數。

總結

1. 先要知道應用題是問甚麼
2. 要判斷清楚誰是多，誰是少
3. 求多的用加法。
4. 求少的用減法。

第一年的反思

- 教案及工作紙會因應學生的表現而需要不斷修改。
- 一至二年級比較應用題概念的建立，將影響學生日後其他相關課題的學習。（例如：分數、小數的加減及代數應用）
- 因強調比較應用題的教學，忽略了其他應用題的解答方法。
- 要求學生互評時，未能提供有系統的準則，影響互評的質素。

第一年的反思

- 適時引入學生自擬應用題，能提升學生的解難能力，及讓教師了解學生是否理解有關的課題。
- 學生的自擬題目，往往有抄襲之嫌。
- 運用表格的好與壞。
- 學生的社交技巧仍有改善的空間。
- 教師宜優化教學策略，避免小組工作由組內能力較佳的學生所控制。

2011-2012年度
一年級
反思後的改進

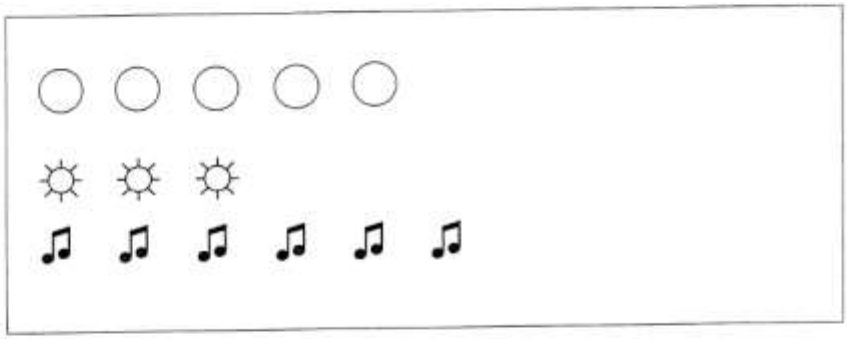
- 先教較容易明白和解決的應用題。

  如：求原有多少？

  共有？

  相差？

  求兩樣或三樣相同數量的物件？



○ 有 5 個。

☼ 有 3 個。

♫ 有 6 個。

試寫出比較語句：

1. ○ 比 ☼ 多 2 個

2. ☼ 比 ○ 少 2 個

3. ♫ 比 ☼ 多 3 個

4. ☼ 比 ♫ 少 3 個

5 ○ 比 ♫ 少 1 個

6 ♫ 比 ○ 多 1 個

2011-
2012年度
二年級

班別：2____班

列式計算各題：(請在方格內列式)

(多)(少)

1a. 蘋果有 20 個，橙比蘋果多 18 個，橙有 $\boxed{20+18}$ 個。

(多)(少) $\boxed{20+18}$

1b. 蘋果有 20 個，橙比蘋果多 18 個，**梨又比橙多 20 個**，梨有多少個？

(多)(少)

20+18+20

= 38+20

∴梨有 58 個。

(　)(　)

2a. 籃球有 50 個，足球比籃球多 22 個，足球有 $\boxed{}$ 個。

(　)(　) $\boxed{}$

2b. 籃球有 50 個，足球比籃球多 22 個，**排球又比足球多 15 個**，排球有多少個？

(　)(　)

∴排球有_____個。

日期：_____ 姓名：_____（　　）

班別：2____班

列式計算各題：（請在方格內列式）

（少）（多）

68-25

1. 妹妹有 68 元，弟弟比妹妹少 25 元，**哥哥又比弟弟少 17 元**，哥哥有多少元？
（少）（多）

68-25-17

= 43-17

= 26

∴哥哥有 26 元。

（　）（　）

2. 超級市場前天賣出牛奶 86 盒，昨天比前天少賣出 38 盒，**今天又比昨天少賣出 19 盒**，超級市場今天賣出牛奶多少盒？（　）（　）

_____

_____

_____

∴超級市場今天賣出牛奶_____盒。

（　）（　）

小組合作自擬加減混合應用題

- 題目句子結構：
  - 情境(2號)
  - 第一句比較語句(1號)
  - 第二句比較語句(3號)
  - 題目的問題(4號)

三年級學生的已有知識

- 一、二年級學習比較應用題句子及其結構
- 一、二年級的小班活動的經驗
- 一、二年級的數學擬題經驗

小三的學習難點

- 學生未能審視比較用應用題的問句
  - 例：兩天共賣出多少？
    今天賣出的比昨天的多幾個？
- 當兩句比較語句出現時，出現「…比…多、…比…多」學生直觀以為是連加，或「…比…少、 …比…少」學生直觀以為是連減。

三年級的擬題的教學目的

透過自擬題：

- 自行審視題目提問
- 了解各條件之間的關係
- 了解問題各個條件是否足夠解題

學生自擬題目的經驗

- 一、二年級由更改題目數字開始(個人)。
- 二年級有小組合作，輪流寫，每人創作一句來組成自擬題。
- 鑑於以往三年級自擬題的經驗，不宜加入太多的限制。
- 學生互評時，對於何為合理較含糊。

學生自擬題目前教學

- 題目句子結構
- 審視題目的提問是否合理
- 審視題目中比較語句是否合理
- 審視題目是否正確運用中間人

審視題目提問是否合理

- 紅花有100朵，黃花比紅花多200朵，紅花有幾朵？
  - 題目是否合理？
  - 錯在哪裡？
  - 如何修正？

審視題目中比較語句是否合理

- 爸爸有500元，爸爸比媽媽多600 元，媽媽有幾元？
- 橙有200個，梨比橙少100個， 梨比蘋果多200個，蘋果有幾個？
  - 題目是否合理？
  - 錯在哪裡？
  - 如何修正？

審視題目是否正確使用中間人

- 紫水晶有300粒，紫水晶比黃水晶少100粒，紅水晶比紫水晶多200粒，紅水晶有多少粒？
  - 題目是否合理？
  - 錯在哪裡？
  - 如何修正？

小組合作自擬加減混合應用題

- 題目句子結構：
  - 情境
  - 第一句比較語句
  - 第二句比較語句
  - 題目的問題

完成小組自擬題後，
學生已能掌握自擬題的重點
透過學生個人自擬題目
提升學生創作能力，
評估學生對自擬應用題的認知

收集學生作品後分析：

- 多一項比較：16%
- 提問多元化：40%
- 非一般「比較語句」：20%
- 一般題目：24%
- 提問不合理：4%
- 情境不合理：8%

自擬題

- 自擬
- 自我修正、判斷
- 難度、創意
- 提升學生學生解難能力
- 優化學生學習

數學科的課程問題

- 加法課題的全是加法的練習，減法的練習全是減法的練習。
- 學生習慣做相同的計算，不審題
- 一般簡單應用題：餘下、還有、原有、A比B多？ A比B少？

收集自擬比較應用題再制作班本工作紙

反思

- 學生自擬題時缺乏生活經驗
- 學生能審視題目的問句
- 學生能了解各條件之間的關係
- 學生創作艱深的題目，亦能自行解題
- 提升學生理解應用題能力，解難能力

校本縱向課程發展

階段	年級	內容	教節
認識比較語句	一上	加法及減法(略過比較應用題)	4
		「比較」句子	4
二項比較	一下	加法及減法應用題	3
		基本「二項比較」應用題	4
三項比較(一)	二上	進位加法及兩位退位減法	4
		「三項比較」應用題(只限於連加或連減) 自擬題目	4
		其他「比較」類應用題（二人共有）	2
三項比較(二)	二下	三項比較應用題 (涉及連加、連減或加減混合)	3
鞏固期	三上	重溫全部「比較」類應用題 自擬「比較」類應用題	2 2

總結

學生方面

- 動機提高，學習興趣增加
- 提升學生的審題能力
- 透過鷹架，改善學生的解題能力
- 運用合作學習策略，提升學生的社交能力。
- 透過小組活動，學生在互助及互相激勵的氣氛下，更積極地學習。

總結

校本方面

- 持續透過課研進行校本縱向課程設計

老師方面

- 加強理解學生建構概念及思考過程
- 重新檢視課程及妥善規劃課程
- 敢於設計課業及調適課程

溫馨提示

- 校本課程規劃
- 教學及行政互相協調
- 老師的認同、實踐及不斷反思改進
- 持續修訂以優化教學
- 由解難教學時刻意將題目的結構組織詳加分析，讓同學初步理解某類型題目的特有結構，到運用鷹架教學策略輔助學生自擬應用題。

Reference

- Brown, S.I. & Walter (1983) *The art of problem posing phiadeiphia*, PA: Franklin Institue Press.
- Leung, S. S.（1993）. The relation of mathematical problem posing of prospective elementary school teachers on tasks differing in numerical information content. Doctoral dissertation, University of Pittsburgh.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1991). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1995). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. (2nd ed.). New York: Doubleday.

Reference

- Roy, D. P. (2004). The Social and Technological Dimensions of Scaffolding and Related Theoretical Concepts for Learning, Education, and Human Activity. *The Journal of the* Learning sciences. 13(3), 423–451.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing, *For the Learning of Mathematics*. 14(1). 19-28.
- Sowder, L. (1988). Choosing operations in solving routine story problem. In R. I. Charles (Ed.), *The Teaching and assessing of mathematical problem solving*, 148-158. Hilsdale, NJ:Erlbaum.
- Wood, D., Bruner, J., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines*, 17, 89–100.
- 香港課程發展議會(2000)。《數學課程指引(小一至小六)》。香港：香港印務局。

分享會的簡報大綱將於稍後上載於：

- 教育局>教育制度及政策>小學及中學教育>小學及中學教育適用>校本支援服務>小學校本課程發展>小學校本課程發展–專業交流>「從教中學、以行求知」校本行動研究分享會

網址：

http://www.edb.gov.hk/tc/edu-system/primary-secondary/applicable-to-primary-secondary/sbss/school-based-curriculum-primary/professional-sharing/journey-ss/index.html