

## 開放式問題教學舉隅 — 小一及小二 貨幣教學策略分享

曾倫尊博士 (高級學校發展主任)

何善鸞老師、楊佩茵老師、麥家恩老師、王紀人老師 (華富邨寶血小學)

在傳統教室中，數學教學其實大多是講解式的教學，老師上課的模式主要是提出課本中題目，然後與同學討論如何解題，而討論的過程亦由老師主導，運用一連串閉合式問題來引導學生解題，再把解題的方法告訴學生，之後給予學生大量的作業，讓同學模仿老師的解題反覆地練習，完成工作紙或練習，當中題目的類型跟老師示範的問題相同，同學大多能進行練習，很快地熟練解題的方式並計算出正確的單一答案；然而老師卻無法真正瞭解學生理解的程度，老師彷彿只要求學生演算正確，不講究學生思考及反省解題的過程。在這樣的方式下，教給學生的是機械性的操作理解，學生會誤以為所有數學問題都只有一種解題方式及單一答案，學生在解題上的思考模式被制式化，缺乏靈活性及發展性。這樣的教學方式下，僅看表面的考試成績，不注重學生思維的靈活性，往往令學生逐漸失去學習數學的興趣，亦違背了小學數學科課程的主要宗旨——引起學生對數學學習的興趣 (香港課程發展議會，2000)。

Schoenfeld(1988)亦認為，傳統數學教學過分強調計算法則及程序，內容以提問封閉的知識性問題為主，使學生的思考失去靈活性，無法有效地將學生所學應用在非學校的情境，因此促使了開放式教學的產生 (Boaler, 1998)。Sawada (1997)列舉了開放式教學的五個好處：

1. 學生在課堂能有效地參與討論，並且敢於自由地表達他們的想法。
2. 學生有機會更加廣泛地使用他們的數學知識和技巧。
3. 所有學生能運用他們自覺最有意義的方式回答問題。
4. 開放式問題教學提供學生最合理的經驗來解決問題。
5. 學生藉此機會獲得其他同學的認同，感受發現過程的滿足感。

學者們十分同意應該在學校的教學中加入開放式教學法，即使在課程進度緊迫的情況下，老師也可以嘗試在每學期中抽出一些時間進行開放式教學，使學生更能靈活地思考，使腦筋不致僵化。「老師教什麼？以及學生如何體驗？是塑造學生理解數學到底是什麼的主要因素」(National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1989)。在現今建構主義的影響下，認為學生不是被動的接受知識，而是主動地經由感官或溝通等方式建立 (Von Glasersfeld, 1995)，因此學生除了懂得解題及討論解題方式外，學生應有機會接觸多樣化的題型，尤其是開放式數學問題，好讓同學擴闊思考空間，靈活處理不同的題型，不會只默守老師教授的解題方式，而懂得靈活變通，思考多於一個的解題方法，從而作出適當的選擇，選出最合適、最方便快捷的運算方法，整體地提升課堂學習的質量。Schoenfeld (1991, 1992)也強調：學生從他們的課室活動與學習經驗中了解數學的意義；如果老師把數學內容分解成片段的知



識，然後讓學生逐步的操練，那麼我們就可以預期這種教學法的學習結果，學生只懂得反射式地對應特定的題目作出條件的計算，卻不懂得靈活變通，更遑論舉一反三了。因此 Schoenfeld 又重申：需要創造一個思考數學的學習環境，以適合學生學習的需要。讓開放式教學將學生放在解題過程的中心，令學生不單只做數學，還思考數學。

### 三種開放式教學類型

以上簡單闡述了開放式教學好處，當中包含了不同類型的開放式問題教學，它們大抵分成三種類型 (Becker & Shimada, 1997)，簡略介紹如下：

#### I. 過程開放的開放式問題

為了創造學習興趣及讓學生多角度思考問題，老師可在眾多答案是唯一的問題情境中，改寫成多於一種方式解題的開放式問題，這種題型稱之為過程開放的開放式問題。這樣的開放題對於解題的方法有彈性和空間，學生可選擇不同的方法和不同的角度來處理問題，老師只要在學生解答時多了解學生的思路，重視學生解題過程是否多元化，強調分享不同解題的途徑，不要只是注重答案的正確與否，應更能達到開放式教學的目標。例如有關小二貨幣的題目：如何將一張五百元鈔票兌換適當的貨幣，以購買四百一十三元的玩具而不用找贖呢？老師請學生想出不同的策略來解決此問題，並將兌換的過程記錄在工作紙內，結果發現大部分同學會傾向地，由大面額鈔票兌換至硬幣，即先將五百元鈔票兌換成五張一百元，再用其中一張一百元兌換成十個十元硬幣，最後再將一個十元硬幣兌換成十個一元硬幣，這樣便可成功地取得四百一十三元的總值，還能清楚地數算出餘下的總值為八十七元；然而亦有學生會想出一次過將五百元兌換成四張一百元、九個十元硬幣及十個一元，這樣亦可成功地取得四百一十三元的總值；同學解決問題的速度很不同呢！

#### II. 結果開放的開放式問題

問題的設計若能有許多正確答案產生，這樣的題目稱之為結果開放的開放式問題 (Becker & Shimada, 1997; Shimada, 1997)。例如有關小一貨幣的題目：尋找組成十二元六角硬幣組合，在日常生活中有許多這樣的經驗，同學都可以任意找出不同的答案。例如：我們當然可以用一般書本或老師鼓勵採用最少硬幣的方式：一個十元、一個二元、一個五角及一個一角組成答案，但除此以外，我們還可以找出哪些組合呢？由上述問題可衍生出許多不同的答案，例如兩個五元、兩個一元及三個二角等，有時更取決於錢包內各種硬幣的數量組合。開放題的答案不是只有單一答案，答案可以是無限的，亦可以是多於一個解，更可以是針對問題而解，就如上題，若老師追問是什麼條件決定答案的數目呢？同學可以按記錄展示思考的過程，再描述觀察後的總結，自由地表達意見：同學會發現答案的數目取決於各種硬幣有多少種兌換方法，兌換方法越多，答案的數目便越多。



### III. 自擬的開放式問題

由學生修改問題或自擬題目，便是自擬的開放式問題。如上題可讓學生改變題目中的金額數目，便可有很多相對應的答案，若要提高難度，更可要求學生思考哪些金額的數量答案只得一個，而哪些金額的數量可得答案較多，這樣可以啟發學生更多元化的思考，間接使學生更熟悉貨幣的兌換，再者，若有學生能在找尋答案的過程中歸納出關鍵所在，更可以發現學生擁有可貴的歸納與整合能力。另外由於在傳統的問題中，題目會提供足夠的數目讓學生求解，不會過多，亦不會過少。這類題目不經意地讓學生養成過於依賴題目的習慣，對於題目所給定的條件是否足夠或是否合理並不關注。若讓學生自擬開放式問題，然後讓他們互相核對或訂正，老師便可揀選同學擬定的，如條件不足夠的題目，或有過多資料的題目，這樣可令學生經過思考後篩選題目內的條件，令同學更加認真審題。

老師如何能運用以上各種開放式教學來創造不一樣的課堂？首先老師必須改變一下慣常輸入式的教學模式，從傳統講述、注重演算和解題的教學取向，轉向注重學生理解概念與自我建構的教學取向，即重視學生從多角度思巧和發現規律的過程，教學時避免發問較低層次封閉性的知識性問題，令學生別無選擇，只好依照教師所問的問題，去回答老師所要的標準答案。老師應善於運用生活情境與相關數學課題的開放式問題來提供學生思巧的機會，藉以促進學生思考數學，進而建立數學概念。老師和學生在課堂互動的過程中，若老師能暫時放開對或錯的判斷，試根據學生的回應去追問學生，請學生解釋理由，學生便會設法整理自己的思緒，運用習得的數學知識和技巧，將自覺最有意義的思考過程表達出來，於是教室裡的對話會自然而然地開放起來，增加同學與同學之間的討論或質疑，這樣自由的討論會令更多正確或錯誤的想法浮現，最後由老師一一修正學生錯誤的想法，澄清學生模糊的概念，令正確的數學知識紮根學生心中。

華富邨寶血小學的老師也認為開放式教學法的確可以給學生更多獨立思考的機會，於是嘗試校本地進行開放式教學，由老師根據單元設計開放式教學活動，在小一及二教授貨幣的單元實行，鼓勵學生運用多元的方式及途徑來完成老師所給予的任務，使學生更懂得運用所學，思考也更靈活。這樣的教學活動若能配合工作紙的運用，作出即時的、開放式問題的紙筆評量活動，可令不同程度的學生自由地作出不同層次的回答，教師便可以根據他們的認知層次，判斷學生對課堂的了解與應用能力，從而跟進照顧學生差異，適當地發展延伸教學內容，故老師在準備開放式教學的問題時，必須深入認識開放式教學的背景與教學類型，設計原則與實施步驟，並且嘗試思考開放教學在自己班上實踐的可能性。

## 開放式教學的設計原則

Kabiri 和 Smith (2003) 強調實施開放式教學最重要的是要思考以下問題：

1. 是否能引發學生更高層次的概念？
2. 是否能鼓勵學生有更多批判性的思考？
3. 可否讓更多的學生引發更多的解題途徑及更多的解釋？



老師們均認為開放式問題的設計原則，是要提供學生獲得高層次的數學概念、培養批判性思考的能力，以及引發與觀摩更多元的解題途徑，這正符合數學教育的目標。接著，老師們參考了學者 Becker 和 Shimada(1997) 提出實施開放式教學時，備課時應注意的事項以設計小一及小二的貨幣單元：

- I. 選擇合適的教學單元，貨幣教學會是一個較為生活化的單元，學生會有運用金錢買賣的實際經驗，只是由於電子貨幣的廣泛運用，同學往往利用八達通來付款，對真正的貨幣顯得陌生。老師們細意地考慮學生學習上的難點，就如小一學生會混淆貨幣的幣值，誤將一角上的10視為十角、二角上的20為二十角、五角上的50視為五十角等，又會在兌換不同種類硬幣時出錯，不能有效地數算總值，對於一元可以兌換五個二角能輕易掌握，但卻不能計算出五元有多少個二角。小二方面，學生仍然會在兌換不同種類紙幣時出錯，尤其面對大額紙幣時，學生未能掌握有效的策略應對問題。
  
- II. 老師們針對各項難點，發展一個兩級縱向的單元教學計劃，特別在適當的教節提出連貫的開放式問題，讓學生深入理解貨幣的幣值與總值的關係，老師會首先教授學生操作實物貨幣教具，順向數算貨幣總值的技巧，如當數算二角、五角時，同學可用兩個、五個一數得出總值，從而理解兌換幣值相等的較大面額貨幣的方法，當同學了解一元可以兌換五個二角，便可再推算二元可以兌換十個二角及五元可以兌換二十五個二角，如此類推，令同學逐漸掌握各種不同面額貨幣兌換的規律及變化，並發現兌換貨幣時，總值不變，只有貨幣的數量改變；與此同時，老師又會提出日常生活遇到的難題，如汽水機只可以一種硬幣購買飲品，如何才能成功購買六元五角的飲品呢？同學很快地會想到只能用五角付款，於是立刻想到需要兌換十三個五角來買飲品；若選擇的飲品價值是三元二角呢？這次同學會想到只能用二角付款，於是想到需要兌換十六個二角來買飲品；最後當老師再追問有沒有其他方法時，同學還會想到用一角來付款，並且認為這答案可以很快地想出是六十五個一角及三十二個一角，然而經過討論後，他們最終均表示這方法不太可行，因為同學們不可能有這麼多一角，這樣付款亦太費時。同樣性質的開放式問題，可繼續在小二的課堂出現，面額可較大，令變化更多，同學便可運用最合理的經驗總結出策略以解決各種兌換問題。
  
- III. 寫下所有學生對此問題情境的預期反應，當做課程計劃的一部份。老師們在設計開放式問題時，必須預計一下同學的可能答案，才能適當地帶引學生總結策略，實際地幫助學生合理地解決難題，就如以上提及的開放式問題，老師希望同學能總結出策略來解決各種兌換問題，並未預期同學會提出用一角來付款，相對其他方法較容易準確地算出正確答案，於是老師再讓各同學從實際生活出發，刺激同學作出批判性的思考，從而將重心放回兌換策略上，引發同學更多的解題途徑及更多的解釋，於是同學聚焦於一種硬幣購買飲品的條件下，必須揀選較小面額的硬幣，如六元五角五角，然後再思考一元有兩個五角，六元便有十二個五角，再加上本來的一個五角，便得十三個五角來買飲品；同樣地，同學亦能解釋三元二角的情況，必須先訂出二角，再思考一元有五個二角，那麼三元有十五個二角，再加上本來的一個二角，便得 答案是十六個二角，這樣下來，老師便可提出其他更多變化的 值，如六元，同學便可用三個二元、六個一元、十二個五角、三十個二角又或六十個一角等來付款。



IV. 提供學生最自然的數學方式來思考問題情境。在引發同學思考各類型現實生活問題時，老師往往會禁不住給予提示，令同學的思路亦跟隨老師，這樣實在是大忌，老師應正面地給予同學信心，鼓勵同學放胆思考，讓他們自由地、沒任何約束地思考，這樣才能提供學生最自然的數學方式來思考問題情境。過程中可能會出現很多意想不到的情況，老師必須延遲判斷，並邀請同學首先整理思路，詳細描述思考過程，再讓其他同學相互批判質疑，指出正確的地方加以肯定，而當中同學出現的謬誤，老師應加以接受及澄清，強調同學的謬誤非常有價值，能警醒全班，以避免同學亦落入陷阱，例如同學在思考付款方法時，往往會傾向用最少的貨幣個數來付款，盲目相信這樣最方便快捷，卻不能按錢包內可用貨幣的種類來組合相當的幣值，缺乏靈活變通的能力，故老師需要設計不同類型的開放式問題，加強同學多角度思考的能力。

## 總結

老師們認為選擇適當的問題情境，就是給學生設計日常生活的問題情境，以給學生學習解決問題的機會，然而在設計前老師必須考慮學生的已有知識，他們能否用最自然的方法來解題，並預先估計學生可能作出的解題表現，以思考問題的合理性與難易程度，才將傳統的問題設計成開放式的問題，最後，老師們還嘗試跟隨學者 Becker 和 Shimada(1997) 提出開放式教學具體的實施步驟：首先老師介紹生活化的問題，讓學生了解問題及自由發問，才讓學生個別作答或小組合作解題，並請同學記下解題的過程，或其思考的方法以作評量，解題後讓學生一起討論與分享，最後由老師作總結及提出課後延伸問題，讓學生進一步深化所學，使學生能舉一反三的思考。開放式教學實施過程雖有明確的步驟，但也可以根據學生的需要與時間的多寡，選擇性的實施。

整個縱向課程約實施了兩年，老師們總結運用開放式問題教學應具有的特色包括：重視學生思考的過程、提倡學生運用最自然的方法來討論解題、經常留意將數學與日常生活的應用連結，以及鼓勵學生自由地運用多角度思考。教學的步驟以日常生活的問題作為開始，進而激發學生高層次的思考。綜合來說，老師嘗試開放式教學的目標是引發學生思考數學。老師就一至二年級有關各貨幣課題的不同難點作出深入的探討，在教學中嘗試加強開放式教學，來貫通各級學習活動的設計，經過多次研課、觀課及不斷反思改良，累積了一些設計活動的經驗，希望透過分享會與其他老師交流。在此分享校本開放式教學從課程設計到教學實施，提供了一個具體明確的程序與策略，希望引發老師在教學實踐中累積的智慧——生活中尋找問題的素材、積極鼓勵學生、引導課堂的討論與發表，作為實施開放式教學的參考。



## 參考資料

1. Becker, J. P., & Shimada, C. (Eds.) (1997). *The open-ended Approach: A new proposal for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
2. Boaler, J. (1998). Open and closed mathematics: Student experiences and understandings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 41-62.
3. Kabiri, M. S., & Smith, N. S. (2003). Turning traditional textbook problems into open-ended problems. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(3), 186-192.
4. National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
5. Sawada, T. (1997). Developing Lesson Plans. In J. Becker, & S. Shimada (Eds.), *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics*. (pp. 23-35). National Council of Teachers of Mathematics.
6. Schoenfeld, A. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of "well-taught" mathematics courses. *Educational Psychologist*, 23(2), 145-166.
7. Schoenfeld, A. (1991). On mathematics as sense-making. In J. F. Voss, D. N. Perkins, & J. W. Segal (Eds.), *Informal reasoning and education* (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
8. Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-371). New York : Macmillan.
9. Shimada, S. (1997). The significance of an open-ended approach. In J. P. Becker, & S. Shimada (Eds.), *The open-ended approach: A new proposal for teaching mathematics* (pp.1-11). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
10. Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism a way of knowing and learning*. London: The Farmer Press.
11. 香港課程發展議會 (2002)。《數學教育學習領域課程指引(小一至中三)》。香港：香港印務局。

