

教育局 小學校本課程發展組  
「以行求知——學·教·評」

探究分數的縱向課程

羅漢輝先生（高級學校發展主任）

陸嘉明、周子傑、吳小娟（大角嘴天主教小學（海帆道））

# 分數的重要性

✚ 發展「數字感」

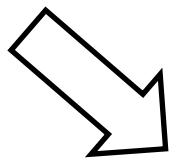
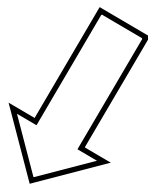
整數 → 分數 → 小數 → 百分數

✚ 分數和其他課題有密切的聯繫，例如

「數」範疇： 除法、小數

「度量」範疇： 時間、重量

# 提升學生對 分數的理解



分數概念  
如何建構？

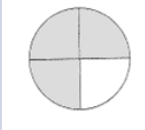
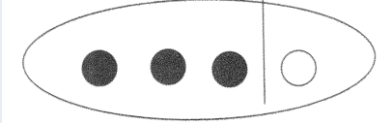
如何發展有效  
的學習策略？

# 分數學習重點

年級	分數學習重點
小三	分數的概念和表達 分數比較
小四	真分數、假分數和帶分數的互化 同分母分數的加法和減法
小五	異分母分數的加法和減法 分數乘法和除法

《數學課程指引(小一至小六)》

# 分數概念有不同的表達形式

分數概念	表達形式
整體與其部分的關係	$3/4$ 理解為1個圖形平均分成4等份，着色部分佔整個圖形的 $3/4$ 。 
一組物件的部分	黑色棋子佔全部棋子的 $3/4$ 
除法：兩個整數的商	$6/3$ 等於2
倍數	12的 $3/4$ 倍等於9

# 縱向課程重要性

- ✦ 課程未連貫
- ✦ 教學的參差
- ✦ 學習方法不連貫
- ✦ 應用機會未足夠

# 大角嘴天主教小學(海帆道)

背景：

✚ 30班

✚ 專科和兼教的老師

✚ 初小和高小的教科書

# 學習分數的難點

- ✚ 「等份」概念
- ✚ 分數與除法的關係
- ✚ 整體的概念
- ✚ 可變的「1」

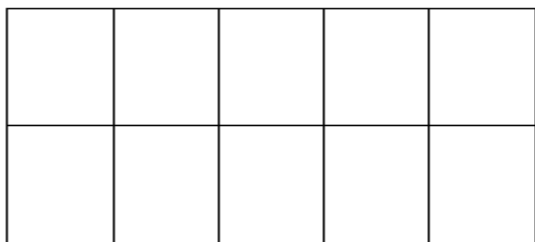


# (1) 學習難點 — 「等份」概念

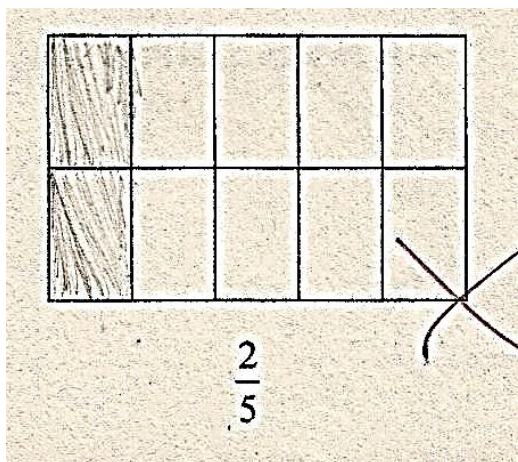
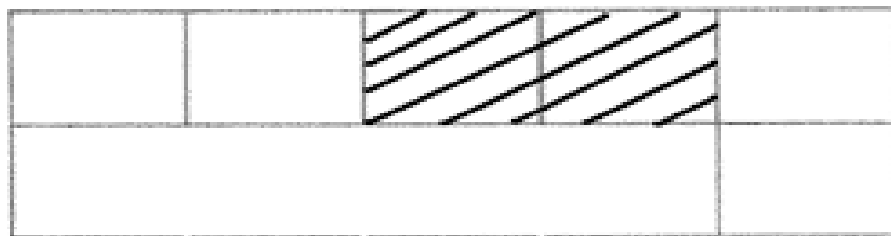
## 圖形的「等份」數目與分母不相同

依分數把下列各圖填上顏色。

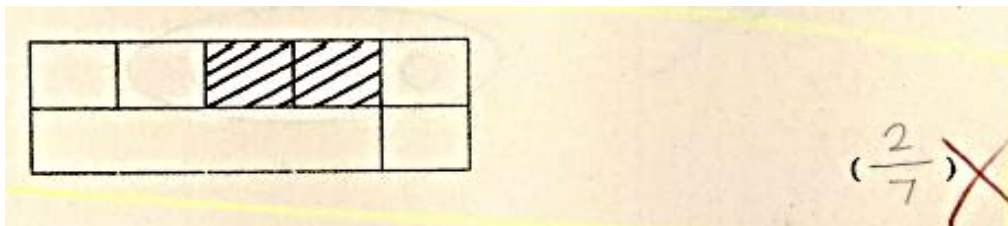
a)



$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{2}{5}$$



$$\left(\frac{2}{7}\right) \times$$

## (2) 學習難點 — 分數與除法的關係

未能準確指出  $\frac{3}{4}$  可以表達為  
 $3 \div 4$ 。

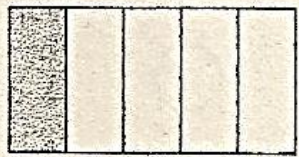
$$3 \div 4$$

$$= \frac{(\quad)}{(\quad)}$$

### (3) 學習難點—整體的概念

整數的運算應用於分數。

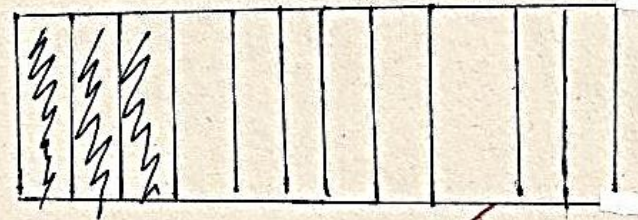
$$5 + 5 = 10 \rightarrow 1/5 + 2/5 = 3/10 \quad (??)$$



+



= ?



$$\frac{1}{5}$$

+

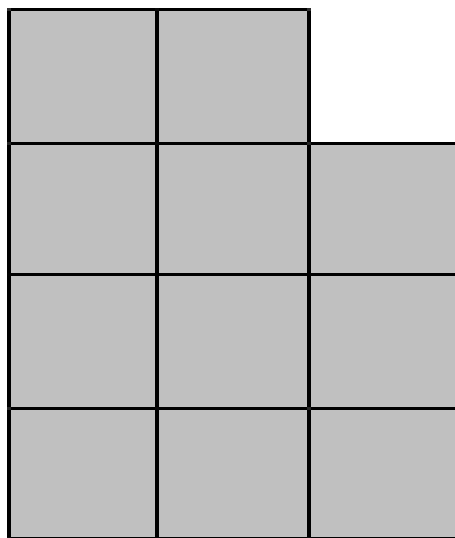
$$\frac{2}{5}$$

$$= \left( \frac{3}{10} \right)$$

## (4) 學習難點—可變的「1」

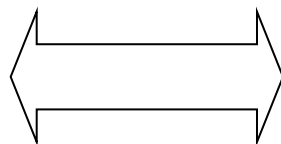
未清晰整體「1」的概念。

陰影部分佔全圖的幾分之幾？

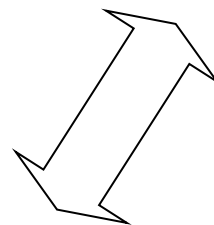
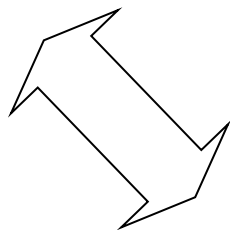


# 教學策略

加強實作活動



發展數學語言



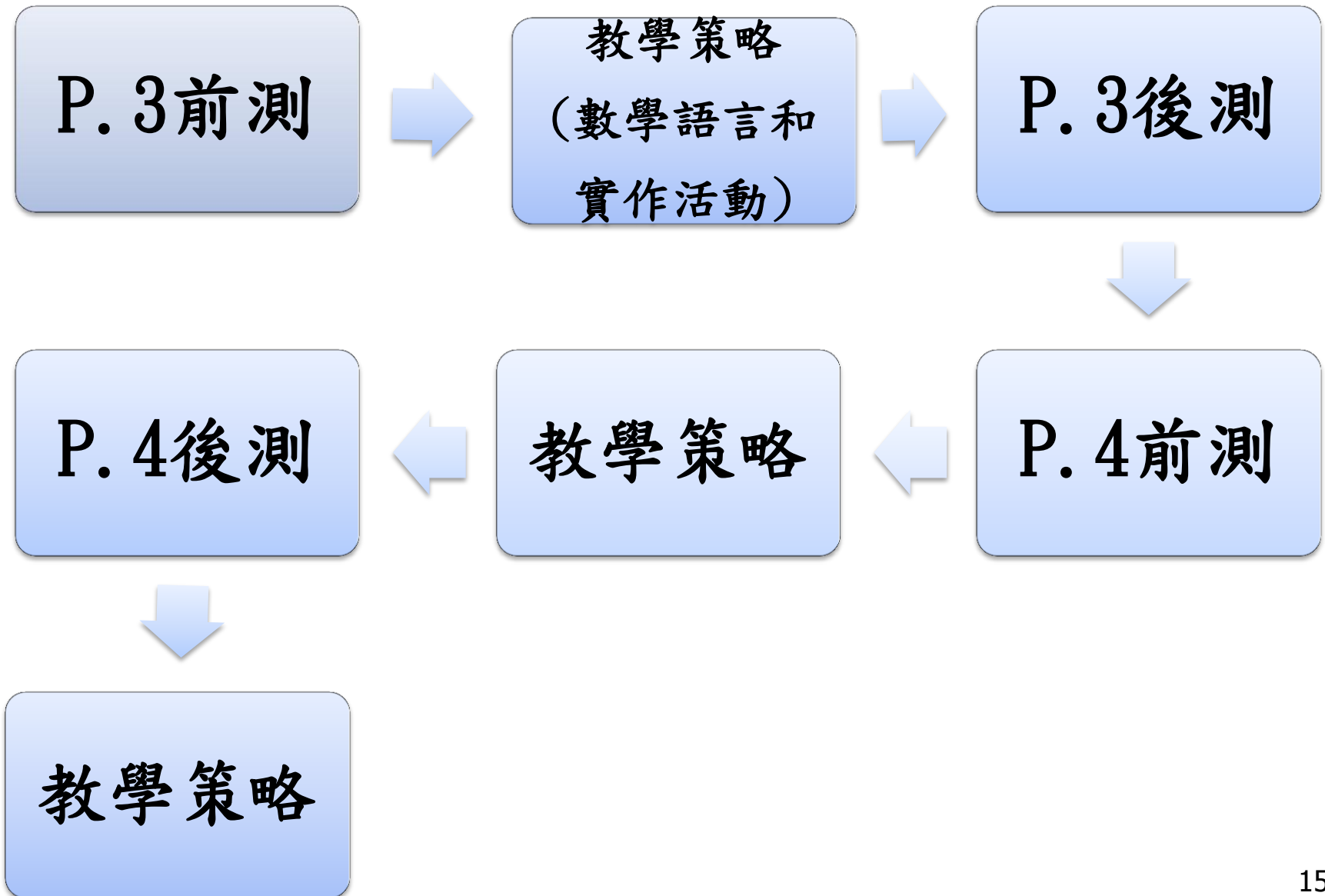
運用「前測和  
後測」

# 前測和後測

- ✚ 學生進入課堂學習前，對數學知識有先入為主的概念(Preconceptions)。
- ✚ 這些先入為主的概念，是從生活中所經驗的，未必與數學知識一致。
- ✚ 教師需要了解學生的已有知識(Prior Knowledge)，提升教學效能。

(Bransford, J. et. al. (2000); M. Suzanne Donovan, et. al. (2005))

# 課程發展



# 前測和後測

前測  
後測

分數的基本概念

整體與部分關係

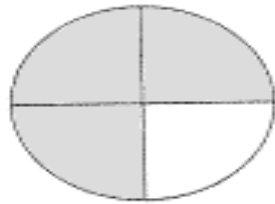
等份的概念



# P. 3前測—分數的基本概念

以下哪些情況表示 $\frac{3}{4}$ ？在  內加  $\checkmark$ 。

情況一：一個圓形等分成4份，其中3份填上顏色。



情況二：一組棋子，黑色棋子佔全部棋子的幾分之幾？

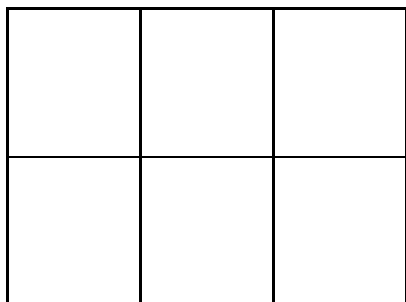


情況三： $3 \div 4$

# P. 3前測—整體與部分關係

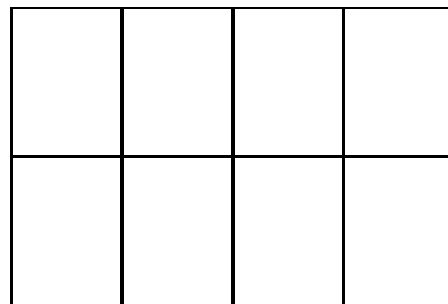
2. 依分數把下列各圖填上顏色。

a)



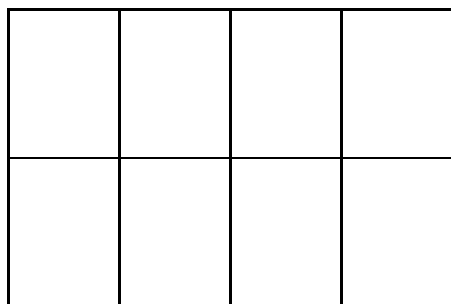
$$\frac{1}{3}$$

b)



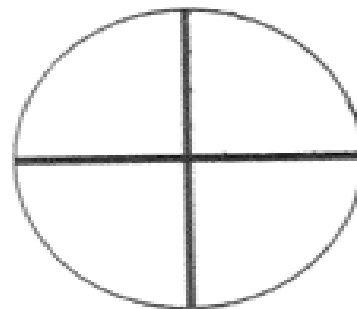
$$\frac{1}{4}$$

c)



$$\frac{1}{8}$$

d)

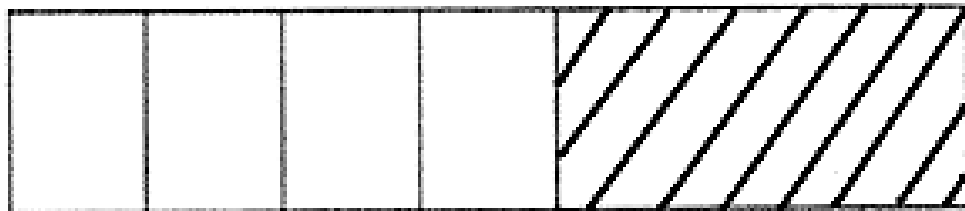


$$\frac{1}{4}$$

# P. 3前測—等份概念

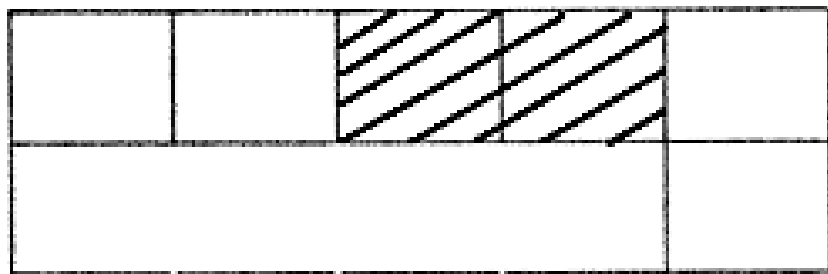
3. 在以下圖形中，陰影部份佔了圖形的幾分之幾？在( )內填上適當的答案。

a)



( )

b)



( )

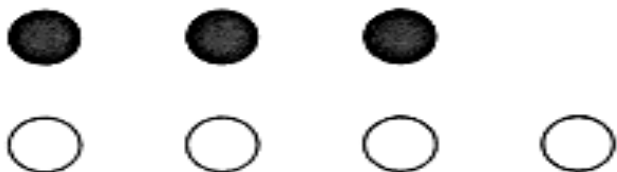
# P. 3後測—分數的基本概念

以下哪些情況表示 $\frac{3}{4}$ ？在  內加  $\checkmark$ 。

情況一：一條數線由0至1，等分成4份。



情況二：一組棋子，黑色棋子佔全部棋子的幾分之幾？

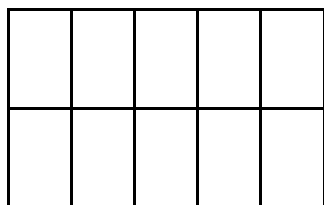


情況三： $3 \div 4$

# P. 3後測—整體與部分關係

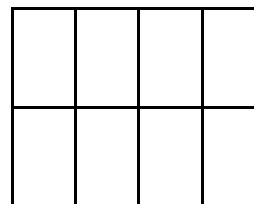
Q2. 依分數把下列各圖填上顏色。

a)



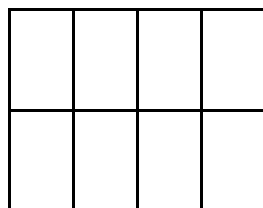
$$\frac{2}{5}$$

b)



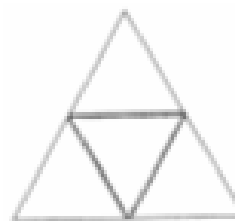
$$\frac{3}{4}$$

c)



$$\frac{3}{8}$$

d)



$$\frac{1}{4}$$

# P. 3後測—等份

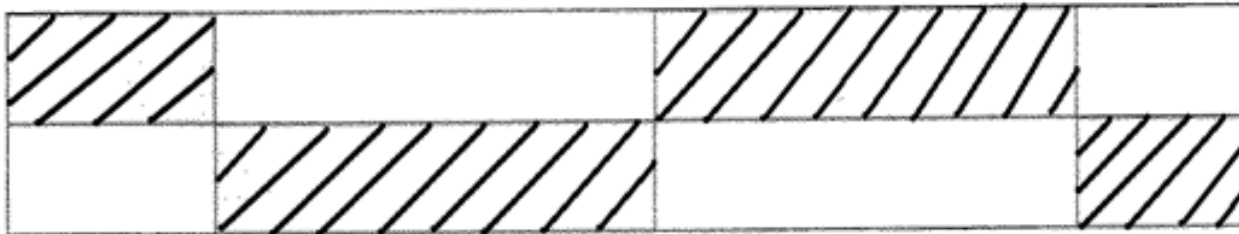
在以下圖形中，陰影部份佔了圖形的幾分之幾？在( )內填上適當的答案。

a)



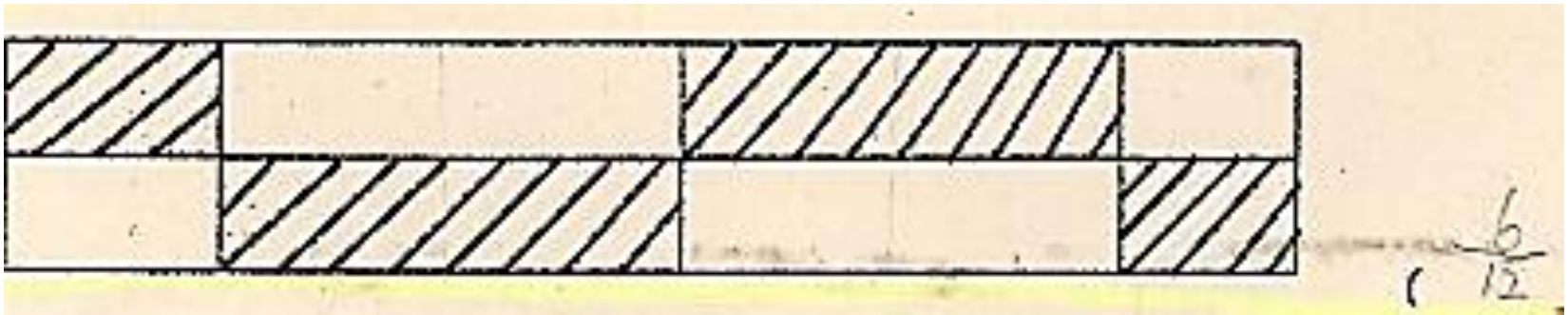
( )

b)



( )

# 討論



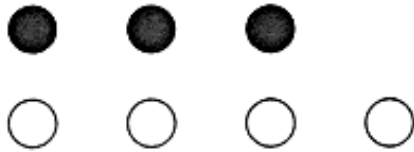
你覺得學生的答案是否正確？

# P. 4前測—分數的基本概念

Q1. 陰影部分佔全圖的幾分之幾?



Q2. 黑色棋子佔全部棋子的幾分之幾?



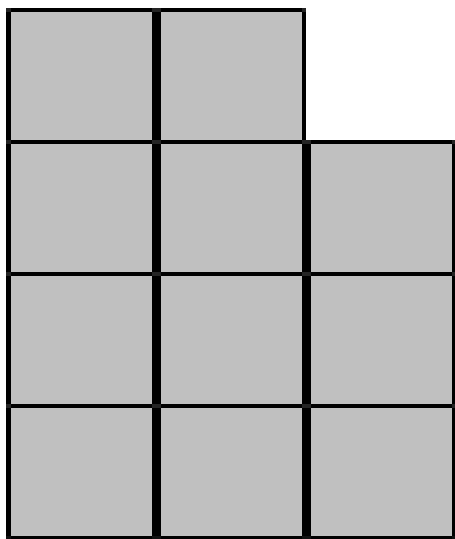
Q3. 15 的  $\frac{1}{3}$  是多少?



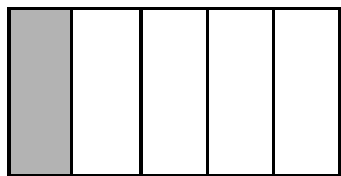


# P. 4前測—可變的「1」

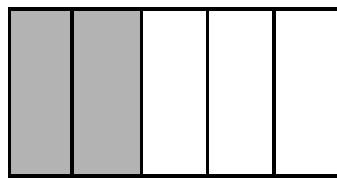
陰影部分佔全圖的幾分之幾？



# P. 4前測—分數加法



+



=

?

$\frac{1}{5}$

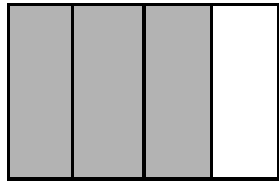
+

$\frac{2}{5}$

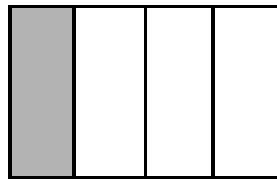
=

(      )

# P. 4前測—分數減法



-



=

?

$\frac{3}{4}$

-

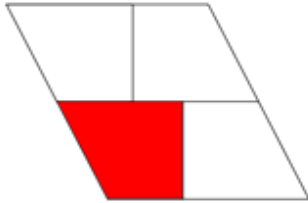
$\frac{1}{4}$

= (

)

# 討論

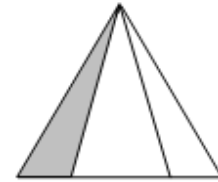
4. 下面各圖著色的部分與表示的分數是否相符？



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{3}$$

是 / 否。原因：

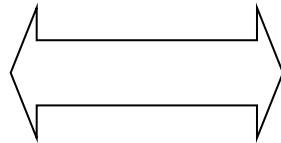
是 / 否。原因：

是 / 否。原因：

## 學生如何理解等份？

# 教學策略

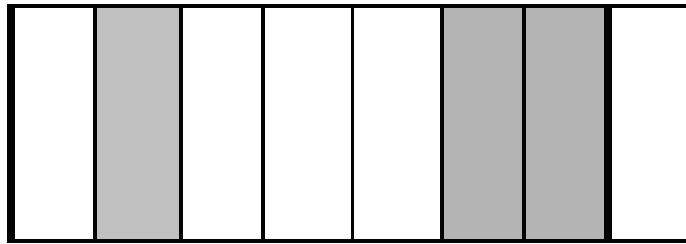
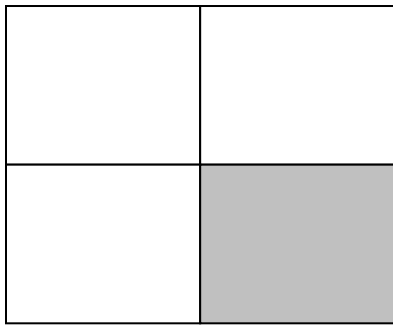
加強實作活動



發展數學  
語言

運用「前測和後測」


# 數學語言—整體與部分



把圖形等分成(            )份，  
着色部分佔了(            )份，  
是整個圖形的(            )。

# 數學語言——全部與部分



全部  有 \_\_\_\_\_ 個。



平均分成 3 份，每份有 \_\_\_\_\_ 個，



取去 2 份，即取去 \_\_\_\_\_ 個。

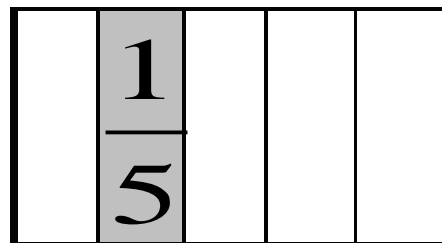
12 的 \_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_ 。

# 單位分數

✚ 「單位分數」是分數的基本單位

$$\frac{3}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5}$$

✚ 準確表達圖形代表的分數值



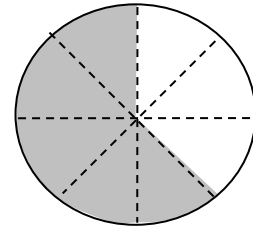
✚ 例如： $\frac{3}{5}$  就是3個  $\frac{1}{5}$ ，即  $\frac{1}{5}$  的3倍



分數課題	算式	數學語言
分數加法	$\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$	3個 $\frac{1}{5}$ 加上1個 $\frac{1}{5}$ ，等於4個 $\frac{1}{5}$
分數減法	$\frac{3}{5} - \frac{1}{5}$	3個 $\frac{1}{5}$ 減少1個 $\frac{1}{5}$ ，等於2個 $\frac{1}{5}$
分數乘法	$\frac{1}{4} \times 3$	3個 $\frac{1}{4}$ ，即 $\frac{1}{4}$ 的3倍
分數除法	$3 \div \frac{1}{2}$	3包含 6 個 $\frac{1}{2}$ ，3是 $\frac{1}{2}$ 的6倍

# 單位分數

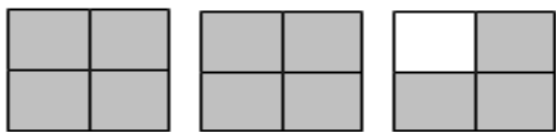
我有  $\frac{5}{8}$  個蘋果批。



把1個蘋果批等分( )份，  
取其中1份的( )倍，就  
是( )個蘋果批。

$\frac{5}{8}$  就是( )個  $\frac{1}{8}$ ，即  $\frac{1}{8}$  的  
( ) 倍。

# 單位分數—假分數與帶分數的互化



( ) 個月餅



( ) 個月餅

$$\begin{aligned} \frac{11}{4} &= ( \quad ) \text{ 個 } \frac{1}{4} \\ &= \underbrace{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}_{( \quad ) \text{ 個 } \frac{1}{4}} + \underbrace{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}_{( \quad ) \text{ 個 } \frac{1}{4}} + \underbrace{\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}_{( \quad ) \text{ 個 } \frac{1}{4}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$$

$\frac{11}{4}$  包含 ( ) 個  $\frac{4}{4}$ ，餘 ( )  
 $\Rightarrow$  即  $\frac{11}{4} = ( \quad )$

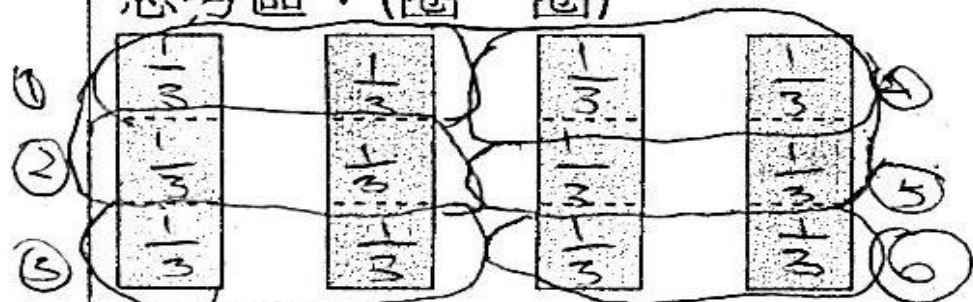
# 分數除法的種類

1. 整數除以整數  $8 \div 2 = 4$
2. 整數除以分數  $4 \div \frac{2}{3} = 6$
3. 分數除以整數  $\frac{3}{2} \div 3 = \frac{1}{2}$
4. 分數除以分數  $\frac{2}{11} \div \frac{10}{11} = \frac{1}{5}$

# 整數除以分數

迷你薄餅4個，每個學生吃 $\frac{2}{3}$ 個，可分給多少個學生吃？

思考區：(圈一圈)



將薄餅均分成  
 $\frac{1}{3}$ 個為1小份

顯示4包含6個 $\frac{2}{3}$

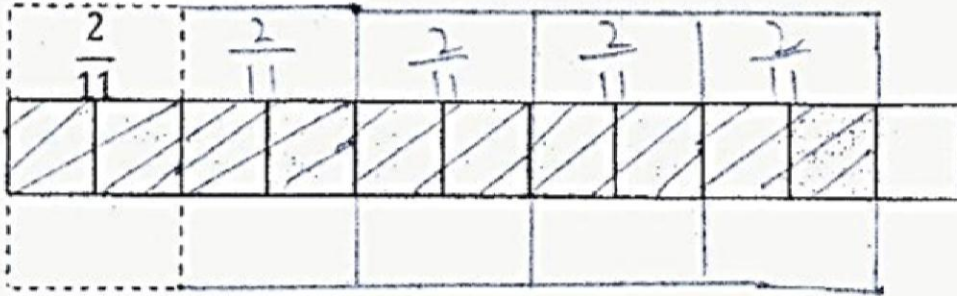
用  $4 \div \frac{2}{3} = \underline{6}$  表示，

即4是 $\frac{2}{3}$ 的6倍， $\frac{2}{3} \times \underline{6} = \underline{4}$

# 分數除以分數

每個學生可喝果汁  $\frac{2}{11}$  瓶， $\frac{10}{11}$  瓶果汁可分給多少個學生飲用？

思考區：



$\frac{10}{11}$  包含 5 個  $\frac{2}{11}$

$$\frac{10}{11} \div \frac{2}{11} = \underline{5}$$

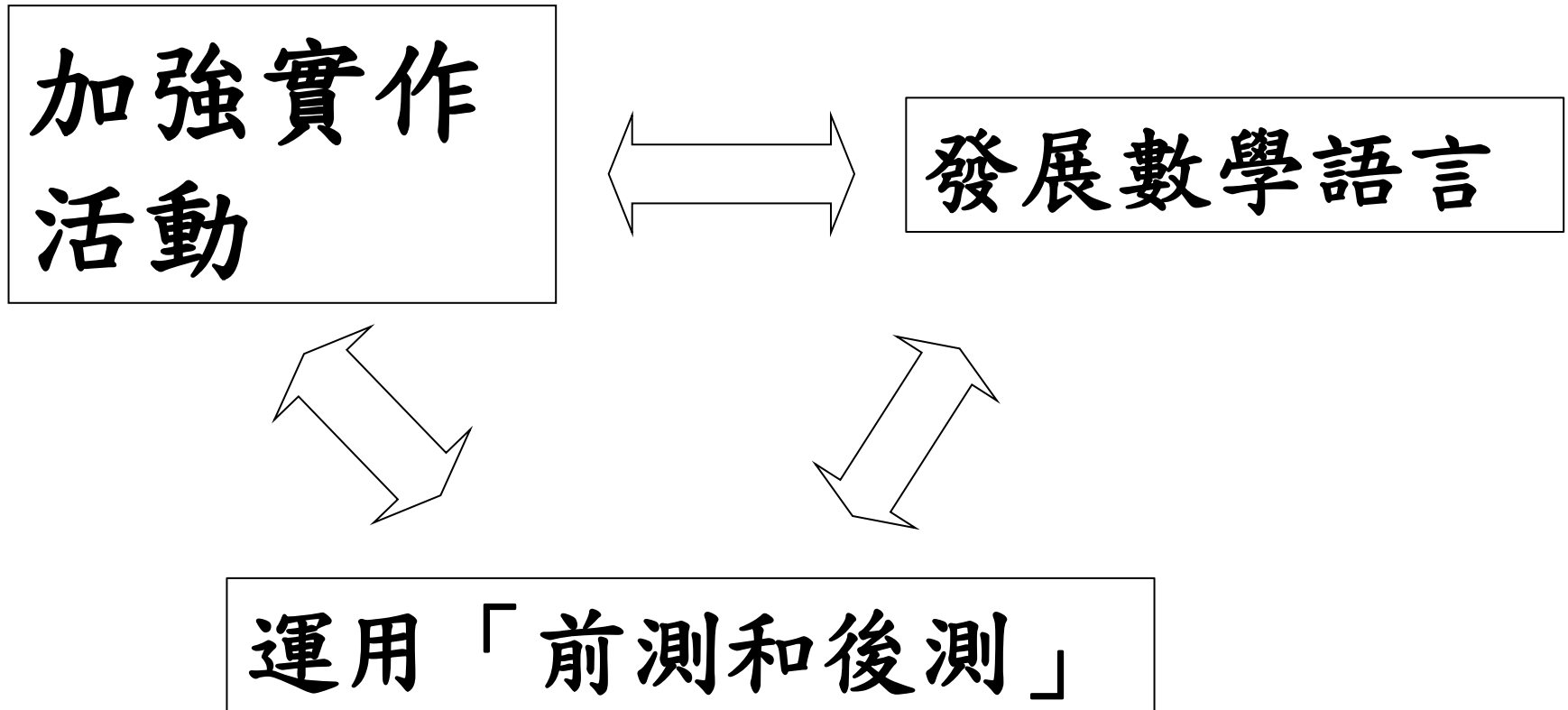
$\frac{10}{11}$  是  $\frac{2}{11}$  的 5 倍， $\frac{2}{11} \times \underline{5} = \frac{10}{11}$  ✓

可分給：

$$\frac{10}{11} \div \frac{2}{11}$$

$$= 5$$

# 教學策略



# 實作活動

 摺紙

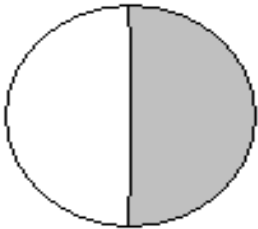
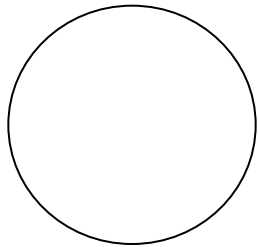
 數粒

 塗色

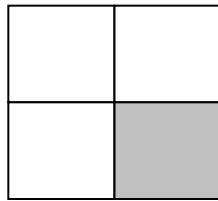
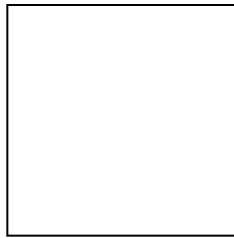


# 實作活動 — 摺紙

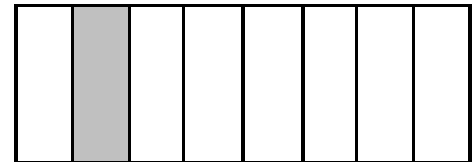
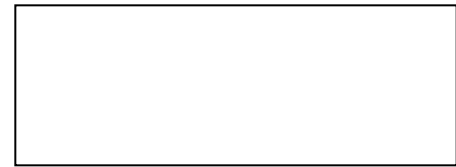
圓形



正方形

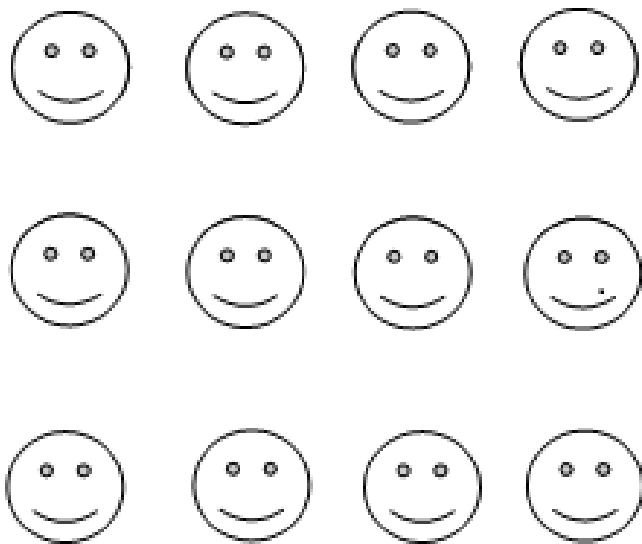



長方形



把圖形等分成( )份，  
着色部分佔了( )份，  
是整個圖形的( )。

# 實作活動—數粒



全部  有 \_\_\_\_\_ 個。

平均分成 3 份，每份有 \_\_\_\_\_ 個，

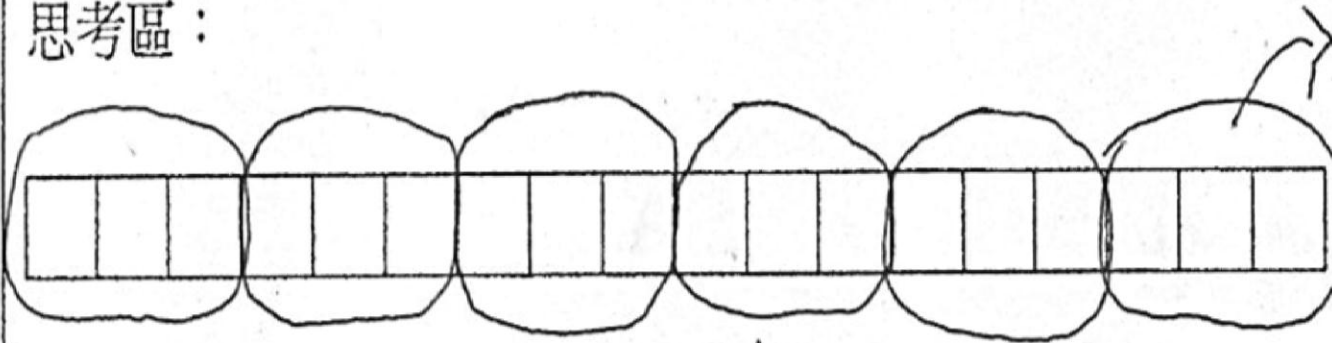
取去 2 份，即取去 \_\_\_\_\_ 個。

12 的 \_\_\_\_\_ 是 \_\_\_\_\_。

# 實作活動

$$18 \times \frac{1}{6}$$

思考區：



a) 18 塊的  $\frac{1}{6}$  即把 18 塊均分爲 6 份，再取出其中 1 份，即吃去 3 塊。

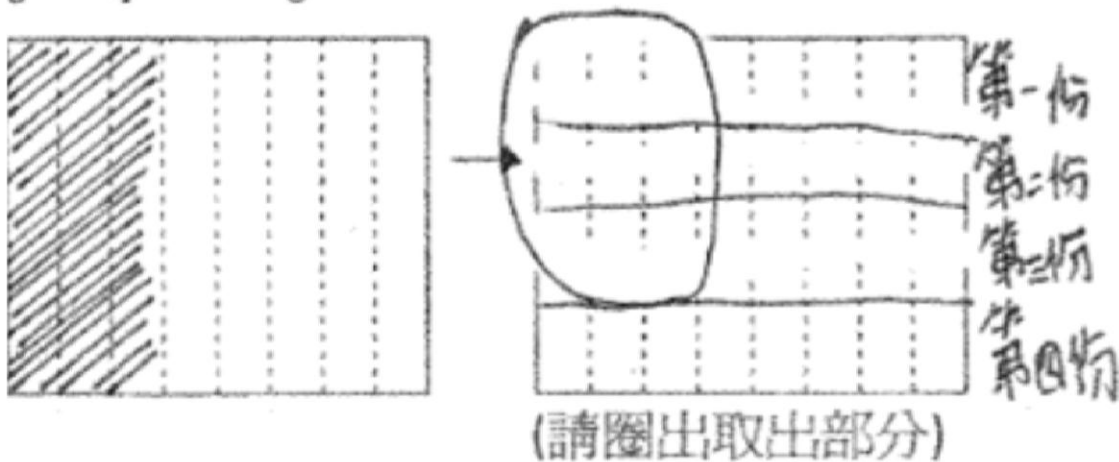
# 實作活動—塗色

$$\frac{3}{8} \times \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{3}{4} = ?$$

思考區：

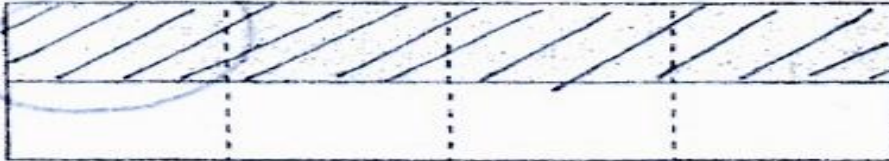
$\frac{3}{8}$  的  $\frac{3}{4}$  即把  $\frac{3}{8}$  平均分成 4 份，再取出其中 3 份。



# 實作活動

把  $\frac{1}{2}$  個薄餅平均分給4個學生，每人可得多少個？

思考區：



把  $\frac{1}{2}$  均分 4 份，取其中 1 份，  
則每人可得薄餅  $\frac{1}{8}$  個。

(請圈出取出部分)

課展前

課展後

等份和整  
體的概念

學習  
難點

課程的  
連貫性

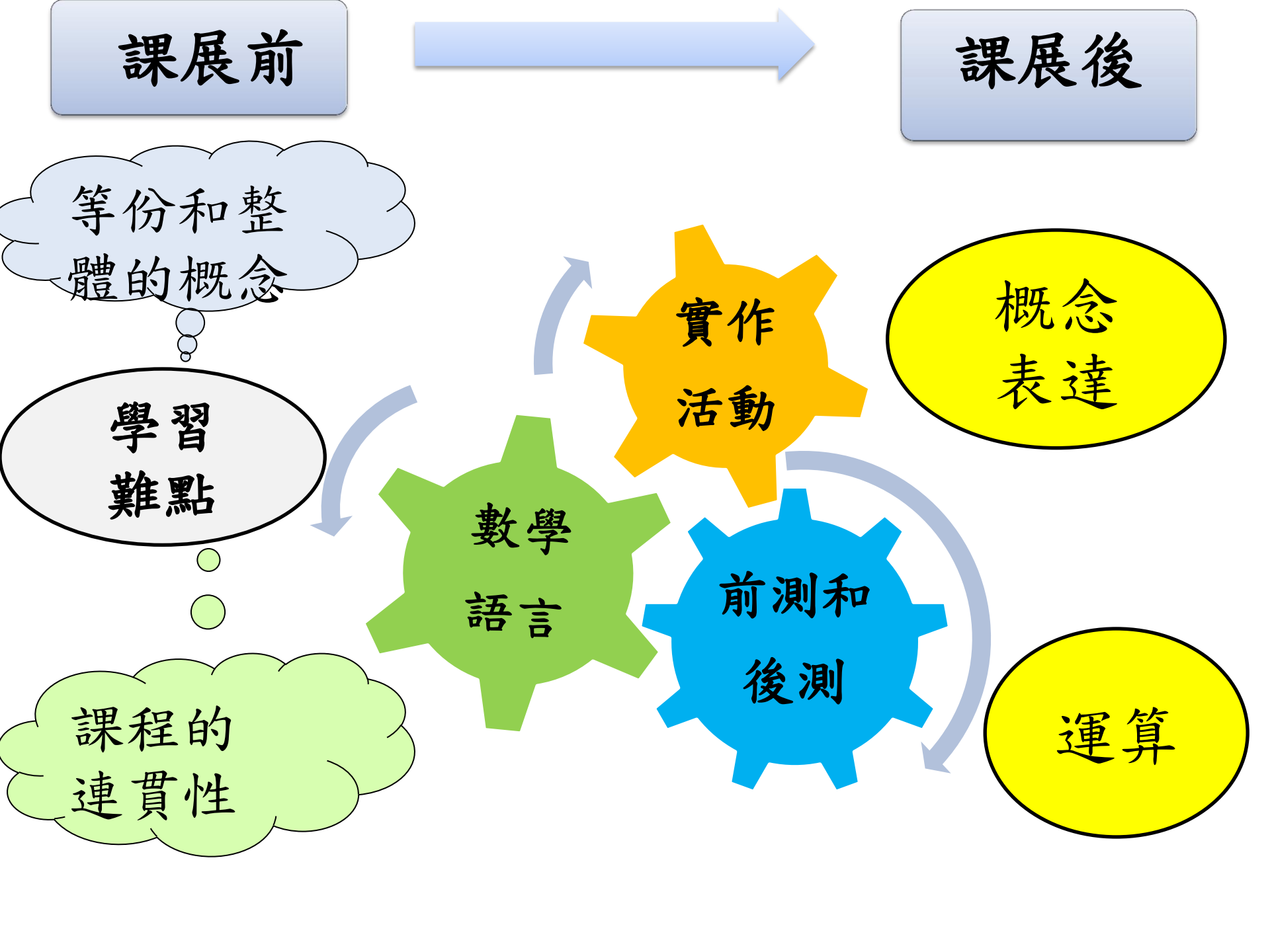
實作  
活動

數學  
語言

前測和  
後測

概念  
表達

運算



謝謝