數學　M04 / M10

範疇：　圖形與空間

題目：　「四邊形」的縱向課程發展策略

講者：　羅漢輝先生（高級學校發展主任）
李靄儀老師、梁麗開老師、凌淑敏老師（迦密梁省德學校）

---

1. 四邊形在小學數學課程中的重要性

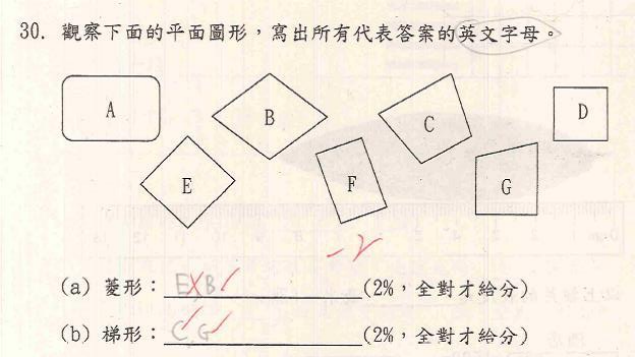
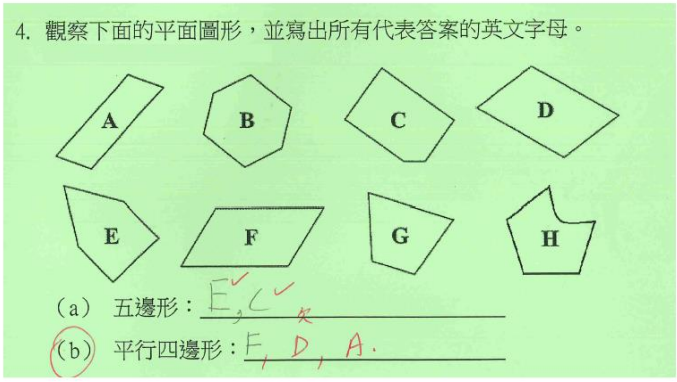
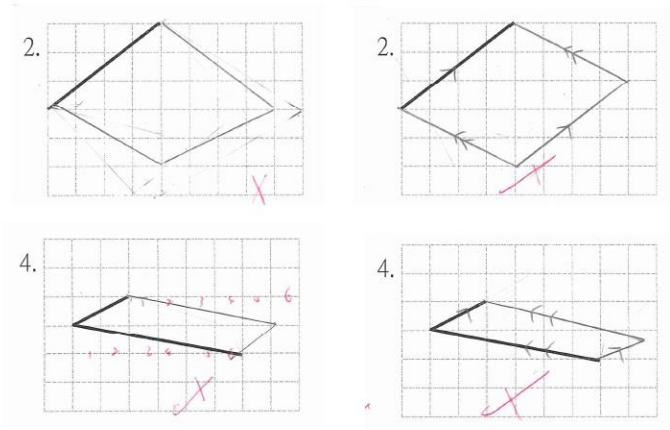
四邊形在小學數學課程中是十分重要的。學生透過認識不同的圖形，掌握它們的特性和結構，從而培養他們的空間感。在香港的小學數學課程中，學生掌握四邊形的概念，主要透過小一至小四的不同學習單元，各級有關四邊形的學習重點如下（香港課程發展議會，2000）：

年級	學習單元	圖形	學習重點
一	1S3 平面圖形	三角形、四邊形 五邊形、六邊形 圓形	● 直觀地辨認各種平面圖形 ● 把平面圖形分類 ● 直觀地辨別正方形和長方形 ● 製作平面圖形
二	2S4 四邊形	長方形、正方形 梯形、菱形	● 分辨正方形和長方形的異同 ● 初步認識梯形和菱形 ● 製作四邊形
三	3S2 四邊形	平行四邊形	● 認識平行四邊形的簡單特性
四	4S1 四邊形	梯形、菱形 各種四邊形	● 認識梯形和菱形的特性 ● 比較各種四邊形的特性 ● 歸納四邊形的特性 ● 製作四邊形

四邊形與「度量」範疇的課題有密切關係。長度是「度量」範疇中的概念，而在認識平行四邊形的特性時，例如：平行四邊形是對邊相等的，學生需要量度圖形的邊長，才能證明這圖形是否平行四邊形。另外，四邊形的學習亦為學生掌握面積課題奠下基礎，例如：學生需要理解長方形可以分割成為兩個直角三角形，從而得出「三角形面積=長方形面積÷ 2」；亦需要理解兩個相同的直角梯形可拼出長方形或平行四邊形，從而得出相關的面積公式。因此，學生對四邊形的掌握，直接影響他們對「度量」範疇課題的理解。

2. 為何探討四邊形的教學

在教授四邊形課題時，迦密梁省德學校的教師過往較著重同級課程的橫向發展，對縱向課程的發展較為忽略，以致學生缺乏統一的學習策略，影響他們的學習表現。另外，教師檢視學生的學習表現時，發現學生對四邊形的掌握未見穩固，部分學習難點如下：

題目	學生的學習難點
	學生未能準確地辨認菱形（圖 B），誤以為正方形（圖 E）是菱形。
	學生未能準確地辨認非標準位置的圖形（圖 A 和圖 D）是否平行四邊形。
在方格紙上製作四邊形 	學生缺乏有效策略製作四邊形，未能加上適當的直線完成四邊形的製作。

3. 「變易理論」與四邊形的教學

「變易理論」（Variation Theory）是一套認知學習理論（Bowdon & Marton, 1998; Marton & Booth, 1997; Marton & Tsui, 2004），為教師提供有效的教學策略，促進學生學習。「變易理論」主要是將研究對象的各種觀察和經驗，歸納為不同的觀點、角度或類型，輔以適當的教學策略，讓學習者找出當中的相同和不同之處，使學習者能夠掌握研究對象的特徵。

若運用「變易理論」在教學上，教師在設計學習任務時，需要編排適當的學習情景，幫助學生掌握學習內容（object of learning），建構數學概念，提升學習成效。當中，學習內容是取決於學習者能否將注意力，聚焦於學習內容的關鍵性特徵（critical features），從而掌握學習內容的特性。在掌握學習內容的過程，學生較常留意變動的現象，容易忽略當中的不變現象；因此，教師可利用不同的變易模式，幫助學生掌握學習內容有什麼特徵是「變」的，什麼是「不變」的，幫助學生將學習的注意力聚焦於學習內容的關鍵性特徵上，並透過審辨（discernment），掌握學習內容的「變易」。

若運用「變易理論」在四邊形的教學上，教師需要分析學習內容的變易，即不同圖形的「變」、「不變」和關鍵性特徵，因應學習內容的變化而規劃課程，設計不同的學習任務，擬訂教學策略，幫助學生找出學習內容及關鍵性特徵，從而認識四邊形的相同和不同之處，掌握四邊形的特性。

下表羅列不同四邊形的「變」和「不變」的特性，以及當中的關鍵性特徵：

年級	平面圖形	不變	變	關鍵性特徵
一	三角形、四邊形 五邊形、六邊形	圖形是以直線組成	邊的數量	● 平面圖形按邊的數量分類
二	正方形 長方形	圖形的內角全部是直角	四條邊的長度	● 正方形是四邊相等 ● 長方形是兩組對邊相等
三	正方形 菱形	四邊相等 兩組對邊平行	圖形內的角	● 正方形有四個直角 ● 菱形沒有直角
四	梯形 （等腰梯形、 直角梯形）	一組對邊平行	梯形的內角和邊長	● 等腰梯形的兩條腰長度相等 ● 直角梯形有兩個直角

4. 發展四邊形的縱向課程

為加強四邊形課程的縱向聯繫，學校重整中央課程的學習單元，因應四邊形概念的發展編排教學流程，使學生能循序漸進地掌握四邊形的概念。當中，校本課程的調適和教學策略，包括：

（1） 梯形和菱形編排在「平行和垂直」後教授

校本課程將梯形和菱形編排在「平行和垂直」後教授。學生在小二學習基本梯形時，直觀地辨認梯形擁有「只有一組平行線」；然而，「平行和垂直」是在小三才教授，小二學生對這概念未有清晰的掌握。為加強學生對梯形的掌握，校本課程將「梯形」的學習內容編排在小三才教授，這樣可先讓學生掌握「平行和垂直」的概念，然後才學習梯形，使他們對梯形有更清晰的理解。另外，教學上先教授學生製作「平行線」的技巧，幫助他們完成不同四邊形的製作。

（2） 運用「變易理論」教授四邊形

運用「變易理論」，教師可以有系統地加深學生對四邊形的掌握。在教授四邊形時，教師每次只教授兩個圖形，比較它們的異同，透過審辨不同圖形的「變」和「不變」，以及關鍵性特徵，使學生能夠準確地描述這兩種圖形的相同和不同之處。例如：在小三教授正方形和菱形時，教師引導學生發現這兩類圖形的相同特性是「四邊相等」，而不相同的特性是「正方形有四個直角」和「菱形沒有四個直角」，從而辨識這兩種圖形的不同之處。經過這樣的分析，學生能夠掌握正方形和菱形的特性。教師運用相同的教學策略，可以有系統地引導學生掌握不同圖形的「變」和「不變」，以及關鍵性特徵，幫助學生掌握不同四邊形的特性。為提升教學效能，教師透過同儕觀課和課後討論，檢視教學成效，修訂教學設計，給隨後任教的教師參考。因應教學設計的優化，從而提升教學成效。

（3） 運用工具，驗證特性

校本課程發展學生的學習策略，教導學生運用適當的工具，驗證平面圖形的特性。在小一，學生需要運用「直尺」驗證線段是直線或曲線，從而辨認這圖案是否只由直線所組成，為掌握四邊形奠下基礎。另外，學生需要數算平面圖形邊的數目，才能分辨圖形的名稱，惟學生數算圖形邊的數目時，往往忽略數算某些邊或重複數算同一條邊；因此，教師制定「仙人掌」的數邊方法，使學生能準確地數出圖形邊的數目。在小二，學生需要驗證四邊形的內角是否「直角」，他們需要以「三角尺」的直角作驗證，並用「直尺」量度圖形的邊長，從而分辨出圖形是正方形或長方形，並使用「三角尺」和「直尺」製作平行線及平面圖形。在小三，在製作四邊形時，學生需要加上適當的直線，畫出圖形的對邊和鄰邊，教師運用方格紙，透過平移的方法，製作圖形的對邊和鄰邊，以完成四邊形的製作。

（4） 強化數學語言，準確表達概念

清晰的數學語言有助學生準確地表達數學概念，並幫助他們進行數學思考和推論。因此，在初小各級，教師有系統地引入不同的數學語言，幫助學生表達數學概念。以下是四邊形的數學語言：

圖形	數學語言		
	角	邊	平行
正方形	四個直角	四邊相等	兩組對邊平行
長方形	四個直角	兩組對邊相等	兩組對邊平行
菱形	兩組對角相等	四邊相等	兩組對邊平行
平行四邊形	兩組對角相等	兩組對邊相等	兩組對邊平行
梯形			只有一組對邊平行

5. 我們的反思

教師方面：以往未參與校本支援計劃時，教師備課時較多考慮同級課題的橫向發展，關注該級的課程設計和教學需要，忽略了跨級課題的縱向發展。因此，教師尚未發展具連貫性的教學策略，幫助學生有系統地學習，影響他們的學習表現。因應校本支援計劃，支援人員和教師在備課會中，除了關注該級的課程設置，亦考慮課題在不同級別的連貫性，並加強教學策略的聯繫，既拓寬教師的專業視野，亦為校本課程奠下持續發展的基礎。另外，校本支援計劃有系統地整理縱向課程，加強課題的聯繫性，促進教師的專業溝通，提升教師的專業能量。另外，校本支援計劃拓寬了教師對同儕觀課的理解，過往教師較著眼於所預備的教學內容如何在課堂任教，現在較關注教學策略如何影響學生的學習過程和表現，而「變易理論」為教師提供有效及多元化的的教學策略，引導學生思考，使他們掌握學習內容。

學生方面：從學生的課堂和課業表現，他們能夠掌握不同的學習策略，透過實作活動掌握不同四邊形的特性，提升了他們的空間感。學生除了直觀地認識不同的四邊形外，亦能夠運用適當的工具，比較各種四邊形的特性。另外，學生能夠運用準確的數學語言，描述四邊形的特性，並準確地指出不同四邊形的相同和不同之處。因應教師均採用具聯繫性的教學策略，學生能夠有系統地掌握學習四邊形的方法，不需適應不同的學習方法，提升了學習效能。

參考資料：

1. Bowden, J., & Marton, F. (1998). *The University of Learning*. London: Kogan Page. Erlbaum Associates.
2. Marton, F., & Tsui, A. (2004). *Classroom Discourse and the Space of Learning*. Routledge.
3. Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and Awareness*. Mahwah, N.J.: L. Erlbaum Associates.
4. 香港課程發展議會（2000）。《數學課程指引（小一至小六）》。香港：政府印務局。