第一環節 M02

透過開放式教學提升學生的思維能力 ---
小四及小五「周界」和「面積」

潘靄玲老師、關惠珠老師、梁莉銘老師、鄧翠雯老師、黃佩儀老師、
蘇敏婷老師、林嘉彤老師、唐司洛老師、尹志偉老師
（嘉諾撒聖家學校）
曾倫尊博士（教育局 小學校本課程發展組）

分享目的

1. 校本經驗
2. 如何透過開放性問題，鼓勵學生主動投入學習活動，促進同學間之互動，幫助學生學習周界和面積，並靈活運用概念解答當中難題。
3. 課研的分享、反思及展望
4. 持續修訂以優化教學

校本課程發展經驗分享

1. 源起及教學設計

2. 學校簡介

3. 各級課研經驗分享反思及展望

4. 總結及溫馨提示

開放式教學設計

- 強調讓學生在有計畫的開放課堂中，利用開放式難題，鼓勵學生運用數學知識嘗試解題，並用多角度的思考來建構概念，而非傳統地追求單一的答案（Miwa, 1991）。
- Nohda（2000）亦提出開放式教學法應以開放式問題為中心，老師鼓勵同學積極地討論，讓學生自主地運用數學概念來解題。

開放式教學設計

- Vygotsky 更發現學生在小組內能透過討論，綜合同學的觀點，從而解決問題，過程中同學的討論提供了解決問題的鷹架（Slavin, 2012）。
- 另外Kazemi（2008）強調老師不應在教學過程中，只討論正確的解題方法，而忽略其他錯誤的答案，應讓同學展示不同的或錯誤的解題方法，並鼓勵他們解釋其方法，讓其他同學理解其犯錯的原因，這樣才能深入澄清概念，藉此改變與重組學生的認知結構，提升他們的認知層次。

開放式教學設計

- 美國全國數學教師協會曾提出「學生在課堂學習的經驗是主要影響數學概念的理解層次」(National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 1989)。
- 因此 Schoenfeld (1991;1992) 強調：老師需要運用開放式教學，創造一個適合學生思考數學的環境，讓學生在解難的過程中，不斷思考數學。

嘉諾撒聖家學校
Holy Family Canossian School

1954 HOLY FAMILY CANOSSIAN SCHOOL
修女在九龍城開設嘉諾撒聖家學校

校訓：謙遜仁愛

教育理念

- 為學生**真正好處**及**需要**著想
- 因材施教
- 無限慈愛、永不言棄

聖瑪大肋納嘉諾撒

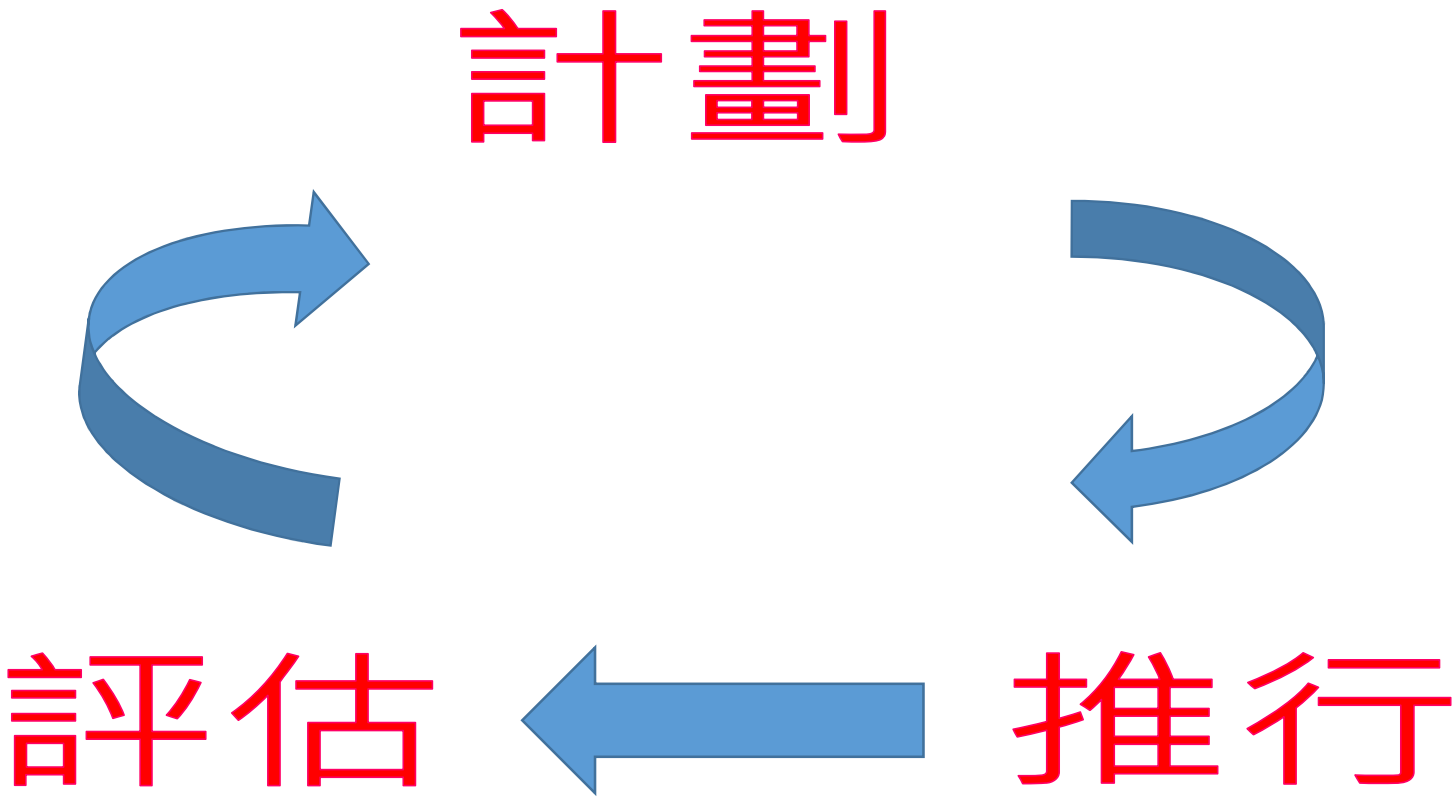
學校願景

- 秉承嘉諾撒仁愛女修會辦學目標，以基督為典範，會祖聖女瑪大肋納•嘉諾撒「心靈陶育」為依歸，實踐全人教育。

- 培育學生熱愛生命、積極學習、關懷弱小及服務社群。

六個核心價值

不斷反思，自我完善



三年期的關注事項 (2017-2020)

1.心靈陶育課程 - 仁愛

2.學習社群

語文支援服務計劃(小四英文科)
校本支援服務計劃(小三數學科)
電子學習(小四數學科)
電子學習(小五中文科)
STEM (小五常識科)

3.聖家小兵丁獎勵計劃

- 學生特性
- 支援模式

  共同備課

  課堂研究
- 引入電子教學

課程規劃理念設計

- 以學生為中心
- 針對課題的教學難點設計教學內容
- 讓學生從錯誤中學習

開放式教學怎樣提升學生的思維能力

從課程層面

- 電子教學配合實作活動
- 由低年級開始設計不同的課業
- 課業中加入探究的學習，延展學習內容

從教學層面

- 加入開放式的問題
- 鼓勵學生主動及投入活動
- 學生在學習上有錯誤時，教師不立即作出判斷
- 課堂給予學生互相討論的時間

選取課題

年級	學習範疇	課題
三	圖形與空間	垂直和平行
四上	度量	周界
四下		面積
五	度量	平行四邊形、 三角形、梯形， 多邊形面積

三年級 垂直線和平行線設計課業的原因

- 部分學生只以直觀方法來判斷垂直線和平行線
- 部分學生用一把直尺量度，欠準確性
- 引入三角尺
  - 讓學生明白兩條線相交形成直角，才可互相垂直
  - 讓學生判斷平行線的間距是相等和平行的
- 引入平板電腦便於配合三角尺和直尺進行探究活動及驗證

教學流程

節數	教學目標
一至二	• 學生認識垂直的概念後，能辨別垂直線
三至四	• 學生能運用三角尺和直尺來找出垂直線，並能加上直角符號
	• 學生在工作紙上繪畫後，以三角尺驗證
五至六	• 學生使用平板電腦製作垂直線 • 使用三角尺和直尺，在方格紙和釘點紙上畫出垂直線
七	• 認識平行的概念後，辨別平行線
八	• 學生能運用三角尺和直尺來找出圖形中的平行線，並加上平行符號
九至十	• 學生使用平板電腦製作平行線 • 並能用三角尺和直尺，在方格紙和釘點紙上畫出平行線 • 學生反思

第五節至第六節

（一）學生在工作紙上繪畫後，以三角尺驗證

（二）學生在平板電腦上嘗試繪畫直角

- 學生使用平板電腦製作垂直線
- 使用三角尺和直尺，在方格紙和釘點紙上畫出垂直線

（三）學生在平板電腦上繪畫後，以三角尺驗證

（四）學生在平板電腦上繪畫時，運用三角尺協助及驗證

（五）學生在工作紙上繪畫時，運用三角尺協助及驗證

（六）學生在平板電腦上繪畫時，運用三角尺協助及驗證，找到更多的可能性

教學流程

節數	教學目標
一至二	• 學生認識垂直的概念後，能辨別垂直線
三至四	• 學生能運用三角尺和直尺來找出垂直線，並能加上直角符號
	• 學生在工作紙上繪畫後，以三角尺驗證
五至六	• 學生使用平板電腦製作垂直線 • 使用三角尺和直尺，在方格紙和釘點紙上畫出垂直線
七	• 認識平行的概念後，辨別平行線
八	• 學生能運用三角尺和直尺來找出圖形中的平行線，並加上平行符號
九至十	• 學生使用平板電腦製作平行線 • 並能用三角尺和直尺，在方格紙和釘點紙上畫出平行線 • 學生反思

第七節至第十節

（一）以三角尺驗證後，學生未能在平板電腦繪畫出平行線

（二）學生使用平板電腦製作平行線

（三）並能用三角尺和直尺，在方格紙和釘點紙上畫出平行線

（四）學生在平板電腦上更正錯誤的平行線，以三角尺驗證

（五）學生在平板電腦上繪畫後，以三角尺驗證

教學反思

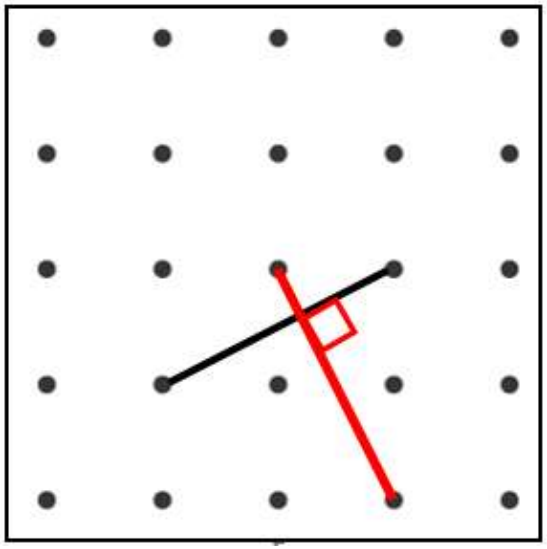
- 使用平板電腦進行電子學習較使用傳統釘板更靈活
- 進行驗證時，學生能把三角尺和直尺放置在平板電腦上；相反，傳統釘板則較難作此驗證
- 使用平板電腦能讓學生更有效掌握點對點的概念
- 學生能更清楚掌握正確的直角和兩條平行線之間的距離是永遠相同
- 學生從二人小組合作中可獲得即時回饋和進行修正結果，加強溝通和協作學習

教學難點

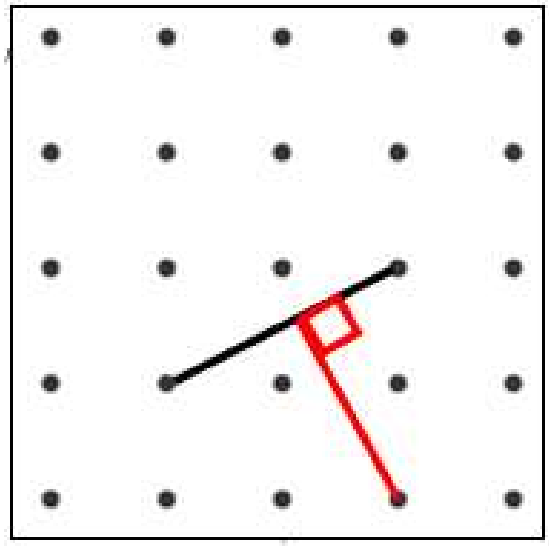
- 三年級學生初次接觸平板電腦和三角尺
- 平板電腦多點觸控，學生較難掌握
- 部分學生只以直觀方法來判斷垂直線和平行線
- 部分學生用三角尺量度欠準確性

優化教學

1. 學生預習Geoboard的網上版
2. 建議校方增添智慧觸控筆
3. 透過同儕互評，改善直觀方法來判斷垂直線和平行線
4. 着學生認知三角尺和直尺的分別及好處
5. 強調繪畫直垂線時，要學生留意釘點對釘點



(✓)



(✗)

四年級 周界 教學流程

教學流程	教學目的
第一教節	1. 重溫公里、厘米、米及毫米的單位轉換。 2. 學生能說出周界的定義。 （平面圖形最外圍的界線） 3. 學生能分辨哪些閉合圖形的周界。 4. 學生能運用工具（繩和直尺）找出含有曲線圖形的周界。
第二至三教節	1. 學生能運用厘米尺量度各圖形的邊長，並運用不同的方法計算正方形和長方形的周界。 2. 學生運用公式計算正方形和長方形的周界。
第四教節	1. 透過運用不同圖形的特性，計算圖形的周界。
第五教節	1. 透過運用不同圖形的特性，由周界找出各圖形未知的邊長。
第六教節	1. 應用正方形和長方形的公式解決周界應用題。

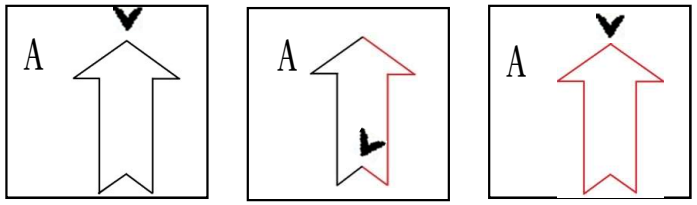
教學流程	教學目的
第七教節	1. 應用正方形和長方形的公式，由周界找出各圖形未知的邊長。
第八教節	1. 計算平面圖形的周界。 2. 學生透過已知平面圖形的周界，找出圖形的邊長。
第九至十教節	1. 透過移「邊」換「形」的活動，探究計算矩形周界的方法。 2. 判別哪些圖形能利用移「邊」換「形」的方法來計算周界。
第十一教節	1. 計算多邊形的周界。
第十二教節	1. 利用矩形周界的公式計算有關相片與相架不同的周界。
第十三至十四教節	1. 運用解難策略來探究矩形內分割為兩相鄰圖形的周界是否相等。

（一）長度單位

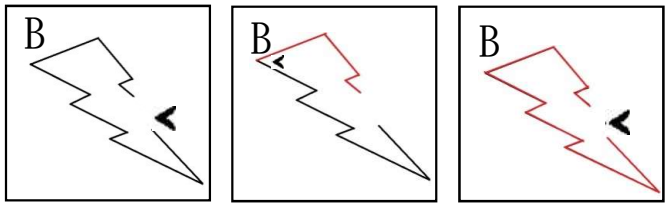
- 重溫已有知識
  - 公認單位（mm、cm、m、km等）
  - 複名數轉化為單名數或由單名數轉化為複名數
  - 選用合適的量度工具(滾輪、捲尺、直尺)來量度物件的周界

（二）找出圖形的周界

- 介紹周界的定義
  - 圖形最外圍的界線
  - 用手指沿着圖形外圍的界線
    - 在閉合圖形(如圖A)的其中一點 開始



    - 圖B不是閉合圖形，用手指沿着圖形外圍的界線，不能回到開始的位置。



（三）量度曲線圖形的周界

- 先估計各周界的長度
- 利用繩子和直尺等工具來找出圖形的周界

（四）量度圖形的周界

- 重溫正方形的特性
- 量度正方形各邊長
- 探究計算正方形周界的最快捷方法

正方形的周界
= 邊長＋邊長＋邊長＋邊長

正方形的周界 = 邊長 × 4

（四）量度圖形的周界

- 重溫長方形的特性
- 量度長方形各邊長
- 引導學生利用長方形的長和闊的特性，從而找出計算長方形周界最快捷的方法。

長方形的周界 ＝ 長＋闊＋長＋闊

長方形的周界 ＝ 長 × 2＋闊 × 2

長方形的周界 ＝（長＋闊）× 2

（五）計算正方形及長方形的周界

（六）計算不同圖形的周界

- 重溫各圖形的邊長特性，引導學生簡化計算周界。
- 利用菱形、平行四邊形、梯形、鷂形的邊長特性，計算它們的周界。

（七）計算不同圖形的邊長

- 利用正方形的周界公式轉化其他公式：
  - 正方形的周界=邊長 × 4
    →正方形的邊長=周界 ÷ 4
- 利用長方形的周界公式轉化其他公式：
  - 長方形的周界=(長+闊) × 2
    →長方形的長=周界 ÷ 2 - 闊
    長方形的闊=周界 ÷ 2 - 長

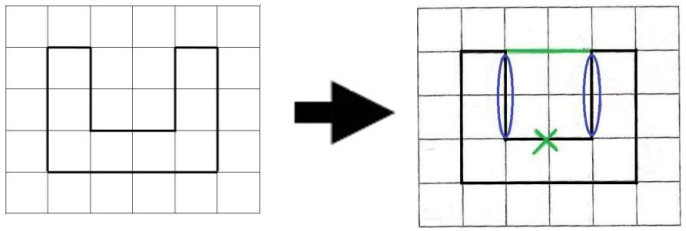
（八）周界應用題

（九）計算平面圖形的周界

（十）移「邊」換「形」
常犯錯誤

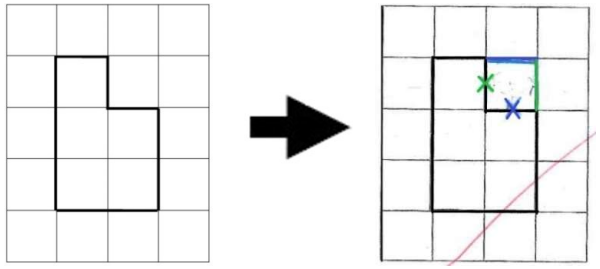
1. 移「邊」換「形」後，因圖形形狀改變，學生容易誤會周界亦改變了。

2. 學生在「改變」多邊形的形狀來計算周界時，有些邊會多了出來（不在矩形周界上的線），容易遺漏計算。

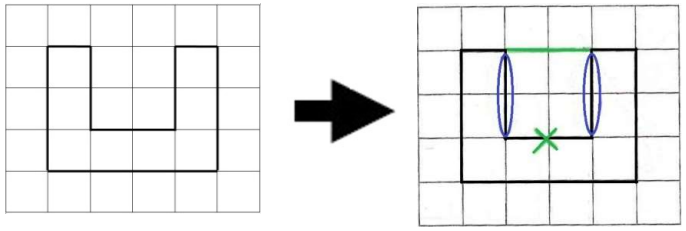


（十）移「邊」換「形」
教學目標

1. 學生能移動圖形部份的邊線砌出矩形（介紹水平線和垂直線）。
   - 學生發現適當地移動圖形的邊並不會改變圖形的周界。



2. 學生能發現在「改變」多邊形的形狀來計算周界時，有些邊會多了出來（不在矩形周界上的線），不能遺漏計算。



（十）移「邊」換「形」

- 老師給予各組學生12枝木棒，任意砌游泳池的周界。
- 學生透過「我的游泳池」教學軟件來學習移「邊」換「形」的方法來計算周界。

（十一）計算多邊形的周界

- 快捷找出圖形周界
- 運用水平線和垂直線來解決圖形的周界。

（十二）兩相鄰圖形的周界

教學目標

1. 學生能發現在一個圖形中，分割線的長度是相同的。
2. 學生能發現，若在矩形的對角(A點、C點)加上線段，則無論其中間位置(B點)怎樣改變，兩個相鄰圖形的周界也是相同的。
3. 學生能探究出圖形的大小與周界是沒有關係的。
4. 學生能夠發現圖形中虛線的兩端位置是會影響分割圖形周界的大小。
5. 學生能應用相關知識於其他平面圖形。

教學流程

活動(1)

- 老師利用長方形紙的對角線(一條直線)，分割成兩個相鄰的圖形，學生能發現它們的周界是相同的。

活動(2) https://www.geogebra.org/m/vyh9WQYD

- 老師提問學生若在長方形的對角，加上兩條直線，分割成兩個相鄰的圖形，它們的周界會相同嗎?

- 學生2人一組，利用iPad: 周界(1)，配合工作紙(P.1)，自行找出答案。

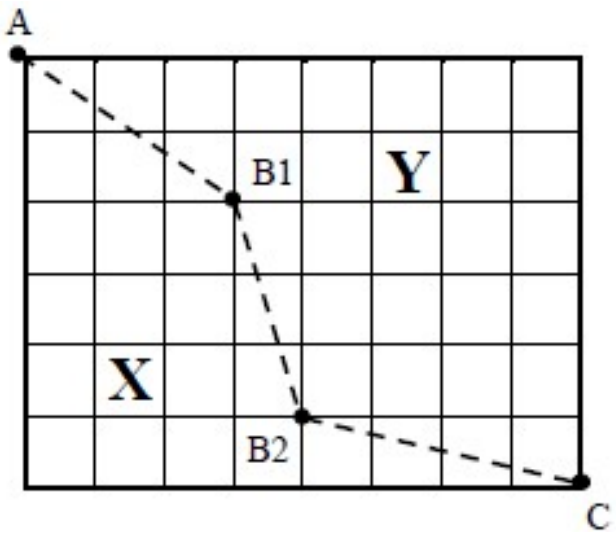
這兩個相鄰圖形的周界相等嗎？

若在矩形的對角加上線段，則無論其中間位置（B點）怎樣改變，兩個相鄰圖形的周界也是（　相同　/　不相同　）的。

教學流程

活動(3) https://www.geogebra.org/m/uAAceCKj

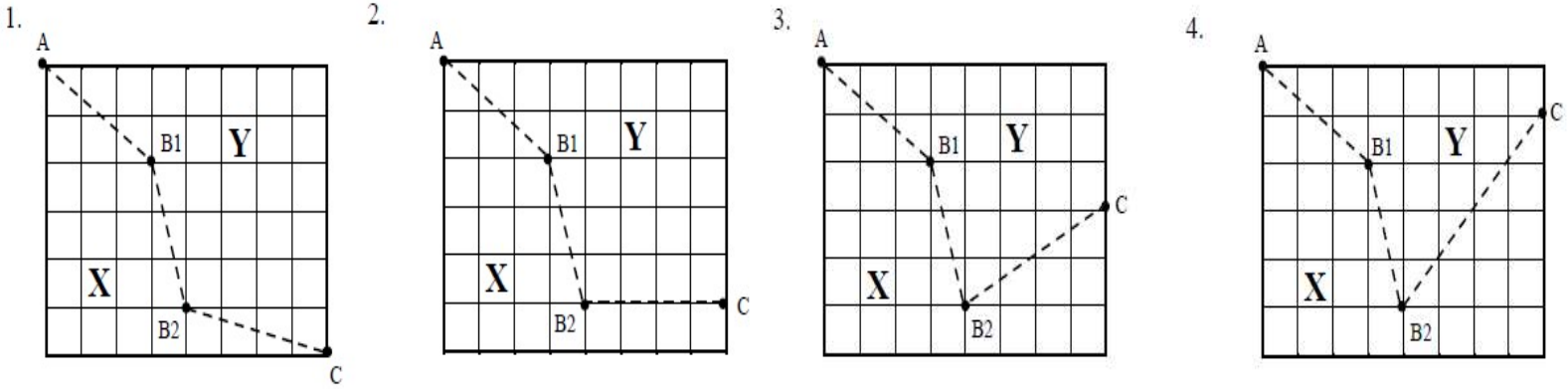
- 老師提問學生，若分割線A點、B點固定不變，只改變C點的位置，所分割成的兩個相鄰圖形，它們的周界會相同嗎?



- 學生2人一組，利用iPad: 周界(2)，配合工作紙(P.2)，自行找出答案。

這兩個相鄰圖形的周界相等嗎？

A⟶C 的虛線為「共同邊」



Y ： 80+60	Y ： 80+50	Y ： 80+30	Y ： 80+10
X ： 80+60	X ： 80+60+10	X ： 80+60+30	X ： 80+60+50

教學流程

活動(4)：延伸練習

- 學生把課堂的學習應用到相關的題目中，即完成工作紙 (P.3)。
- 判別分割成的兩個相鄰圖形，它們的周界是否相同？並說出原因。

檢討及建議

- 由於她們對「四邊形」的認識頗為深入，故在課堂中，學生能運用四邊形的特性及數學語言來解釋有關結果。
- 學習移「邊」換「形」時，運用電子學習較傳統使用木棒為佳。

檢討及建議

- 學生平時較少接觸「相鄰圖形的周界」這類高層次的思考題目。故此在她們的學習過程中，起初的思考過程並不清晰，易被圖形的大小或形狀而影響判別周界的長短。

- 在糾正錯誤後，學生的表現有所進步。在延伸練習中，大部分學生亦能自我完成及解決問題，選擇正確的答案。
- 這課節的教學是值得的，因可融合學生的已有知識、提高學生的興趣、刺激學生的思維模式，擴闊她們對數學領域的知識，從思考錯誤中學習。

五年級 面積 單元設計

課次	教學目標
第16課 平行四邊形面積	1. 學生能找出平行四邊形的底及高 2. 學生能推算公式並計算平行四邊形的面積
第17課 三角形的面積	1. 學生能找出三角形的底及高 2. 學生能推算公式並計算三角形的面積
第18課 梯形的面積	1. 學生能找出梯形的上底、下底及高 2. 學生能推算公式並計算梯形的面積
第19課 多邊形的面積	1. 學生能重溫計算矩形、三角形、平行四邊形及梯形面積的方法 2. 學生能運用分割及填補法找出多邊形的面積 3. 學生能處理圖形重疊的面積計算

第16課 平行四邊形面積

16.1 平行四邊形的底和高

- 底→繪畫高
- 高→繪畫底

16.2 推算平行四邊形面積公式

- 透過平版電腦，探究長方形與平行四邊形的關係

- 透過實作剪貼和拼砌，推算平行四邊形面積的公式

16.2 運用平行四邊形面積公式

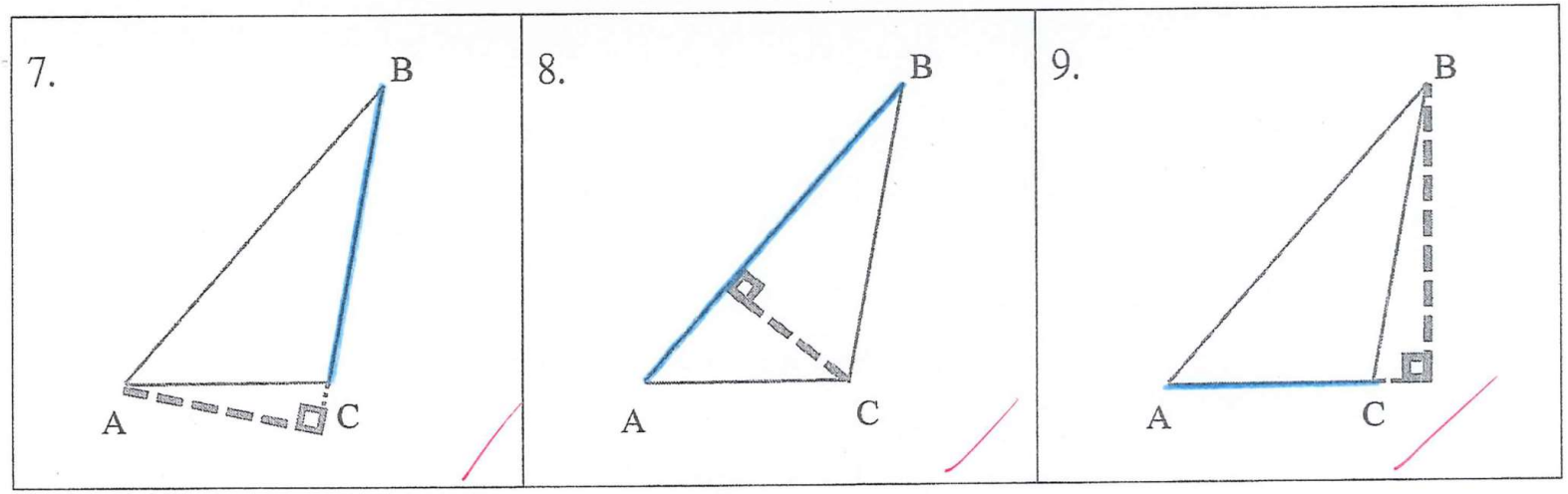
- 計算面積
- 計算底或高

第17課 三角形面積

17.1 三角形的底和高

- 高 → 繪畫底

在下列三角形中，如果**粗虛線**是三角形的高，請畫出對應的底。

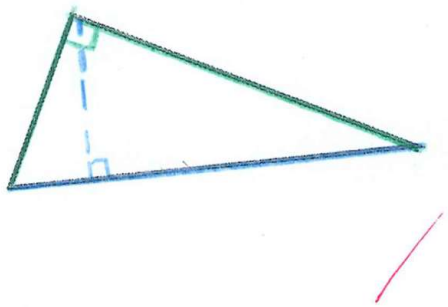
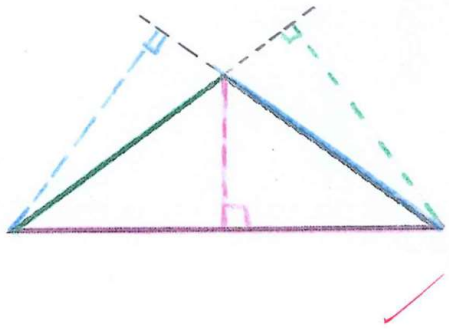
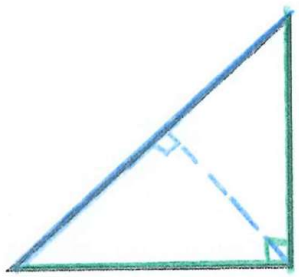


第17課 三角形面積

17.1 三角形的底和高

- 相同的顏色線 → 表示底和相應的高

畫相同的顏色線，表示出以下三個三角形的底和相應的高。

10.	11.	12.
		

17.2 推算三角形面積公式

- 透過平版電腦，探究平行四邊形與三角形的關係
- 透過實作剪貼和拼砌，推算三角形面積的公式

17.2 運用三角形面積公式

- 計算面積
- 計算底或高

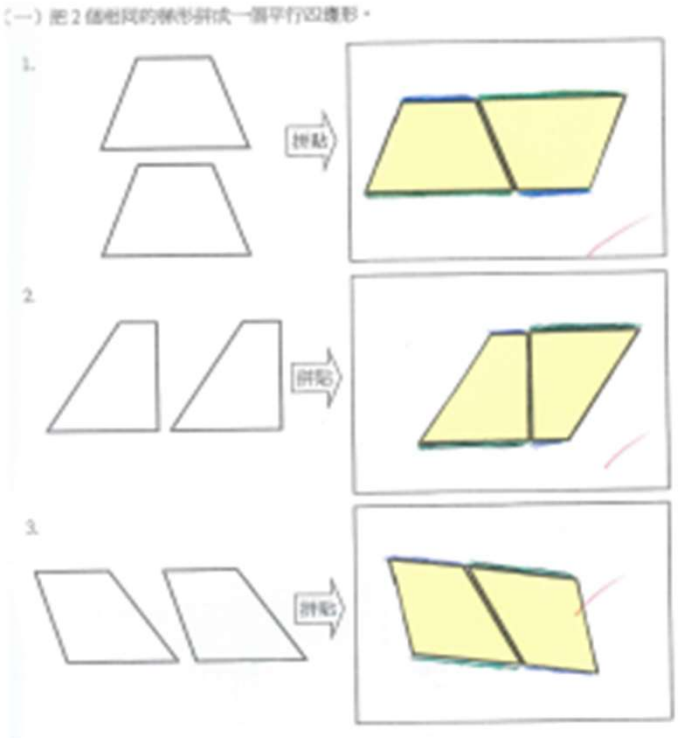
17.2 認識三角形的底、高與面積的關係

- 透過平板電腦，探究三角形在同底同高，但形狀不同的情況下，面積有甚麼變化

- 透過平板電腦活動，普遍學生對三角形在同底同高，但形狀不同的情況下，面積的變化有更深入的了解

第18課 梯形的面積

18.1 釐清梯形上底、下底與高的概念



利用兩個大小相同的梯形拼成一個平行四邊形。

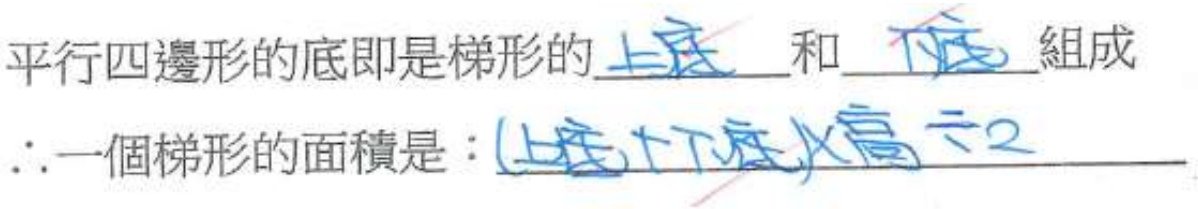
探究不同種類梯形

等腰梯形

直角梯形

不等邊梯形

18.2 利用平行四邊形的面積公式，推算出梯形的面積公式。


平行四邊形的底即是梯形的上底和下底組成

∴一個梯形的面積是：(上底+下底)×高÷2

學生利用梯形公式計算面積

學生透過計算逆向題目，加深對梯形公式的了解。

第19課 多邊形面積

19.1 利用各平面圖形拼砌多邊形

19.2 利用最少分割的原則分割圖形

- 填補法

將多邊形填補成一個方便計算的大圖形，然後減去填補的部分。

19.2 利用最少分割的原則分割圖形

- 學生能從不同圖形的拼貼活動，發現：

a）著色部分的面積

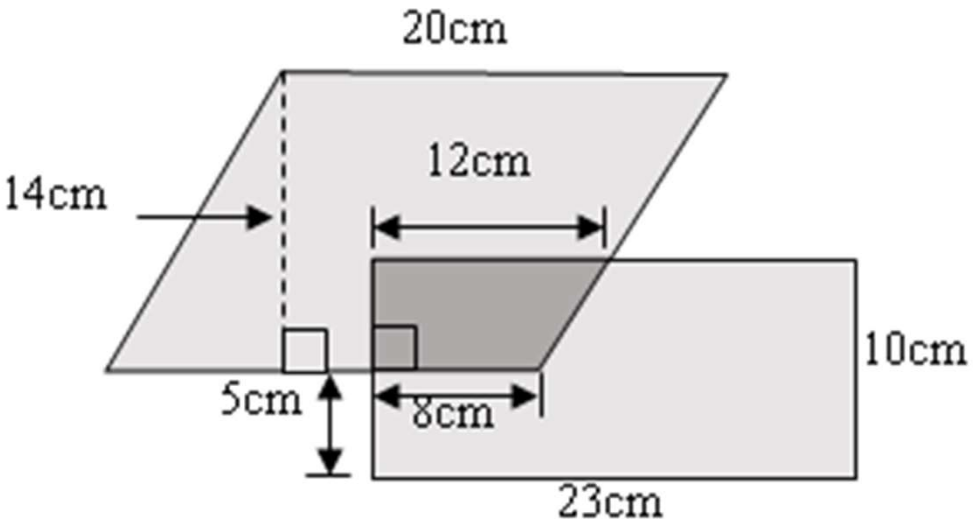
= 全圖面積 － 白色部分圖形的面積

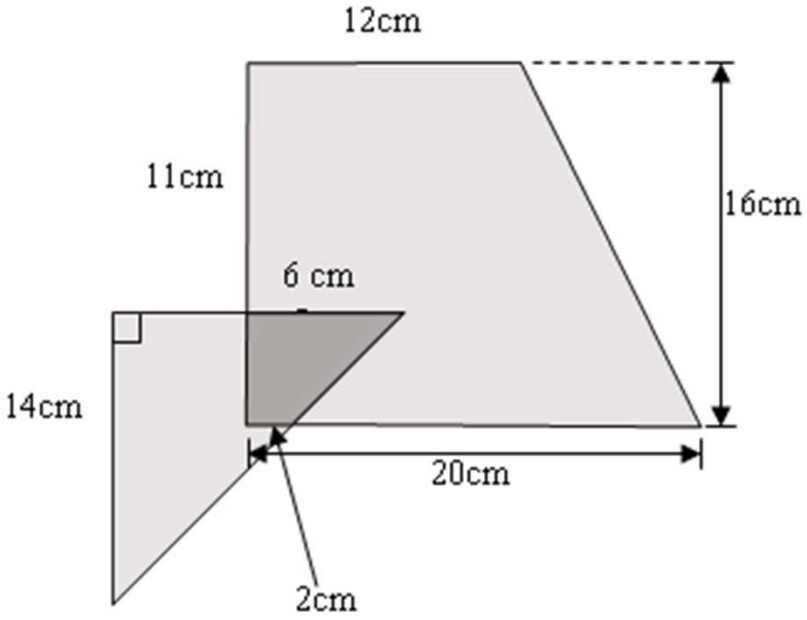
b）白色部分圖形無論在著色部分的任何一角，其面積都是相同。

- 透過拼貼活動，讓學生發現一些多邊形，需要在圖中補畫虛線，使成為一個平面圖形，才能利用填補法計算面積。

- 學生能利用填補法計算多邊形面積。

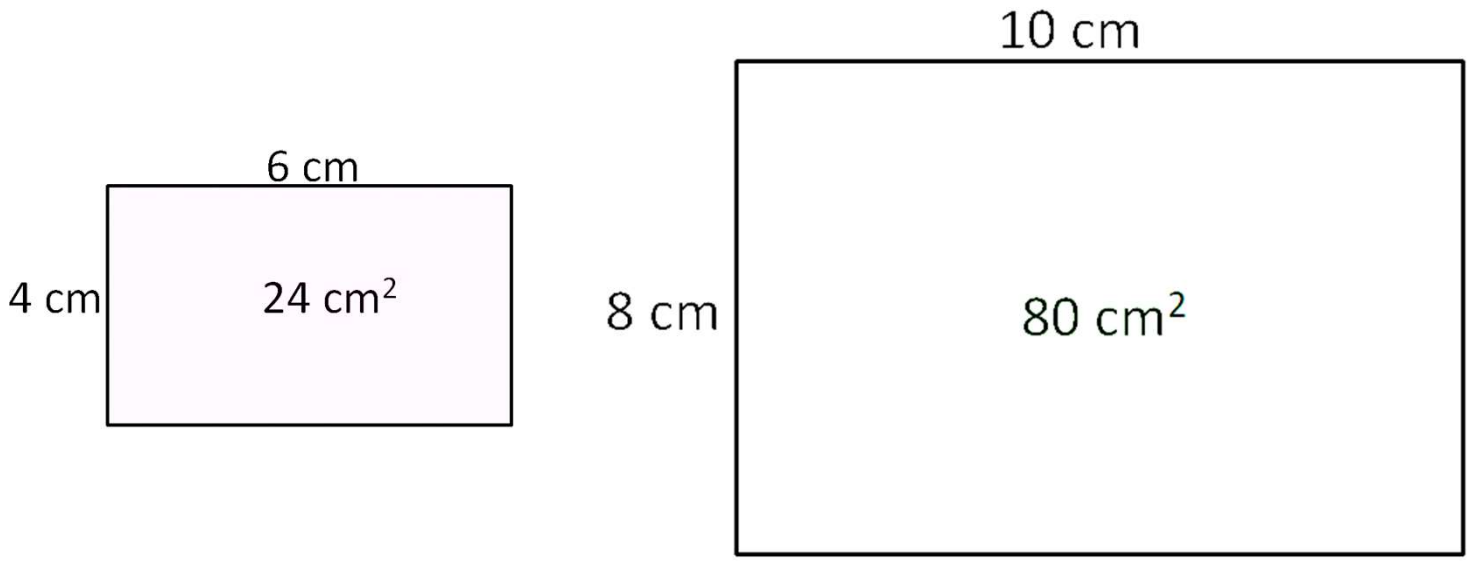
19.3 圖形重疊的面積計算





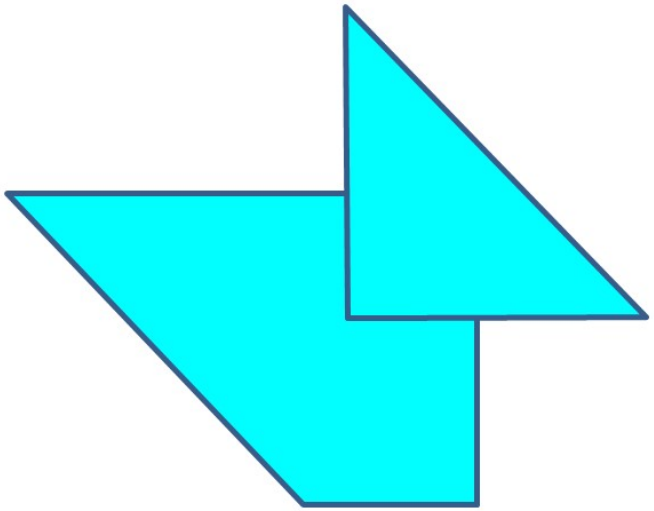
活動一

利用手上兩個長方形，拼出一個面積等於 $92cm^2$ 的圖形



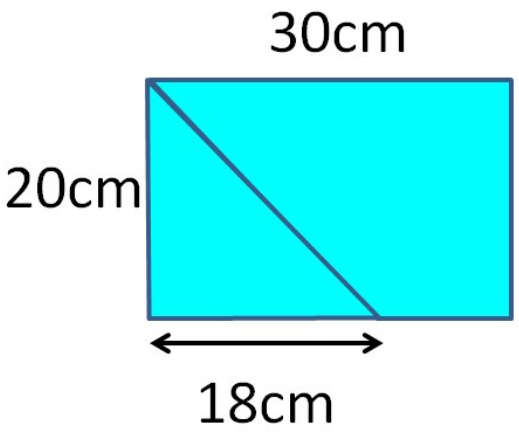
活動二

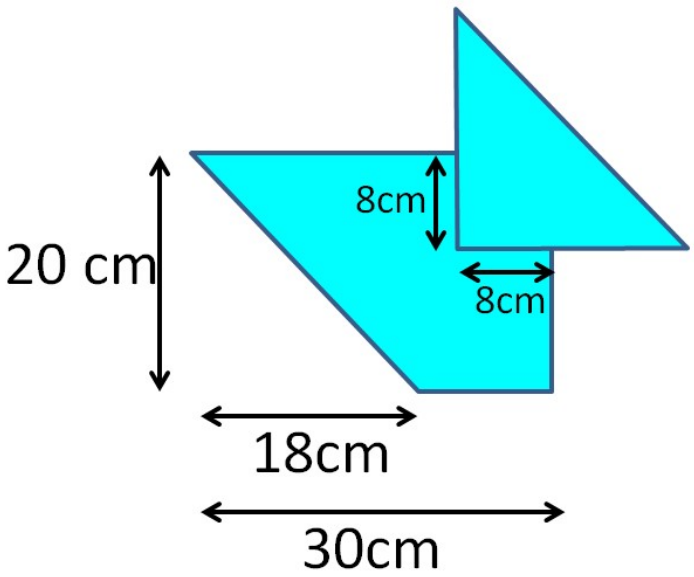
試在圖形上畫上虛線，
再說出如何找出圖形的面積

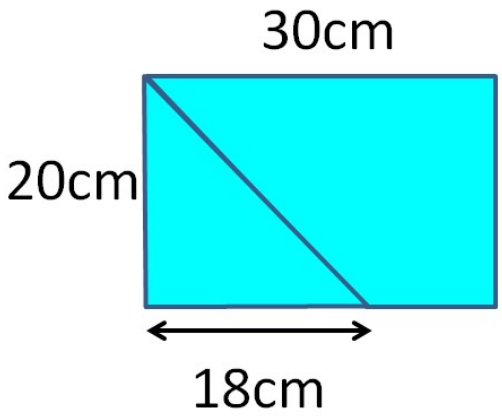


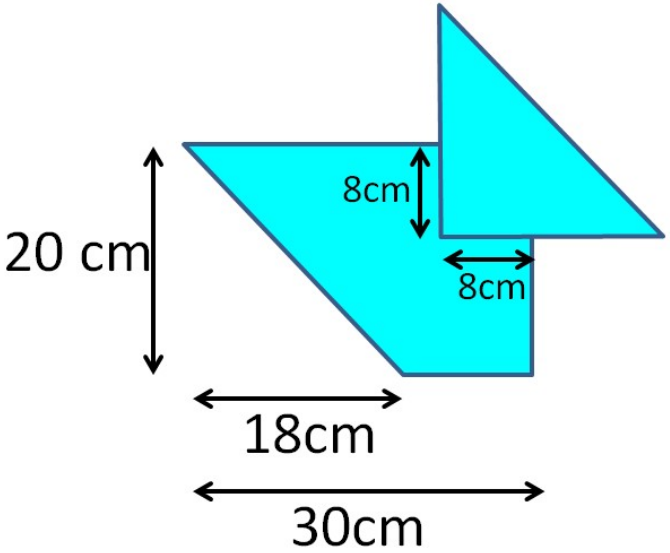
活動三

試在方格內寫出計算
圖形面積的橫式









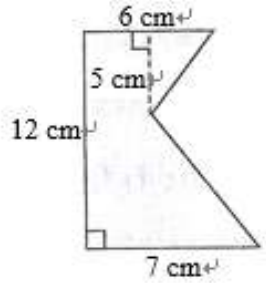
綜合運用

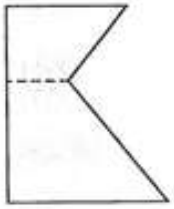
- 當圖形重疊時，面積只計算 1 次（活動一）
- 多邊形面積計算(分割/填補)（活動二）
- 運用長方形面積計算

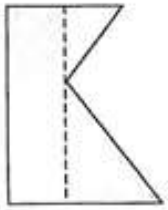
一題多解的原則

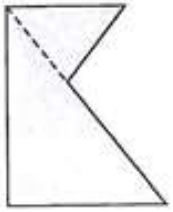
- 學生嘗試運用不同的解題策略計算多邊形的面積。綜合各解題策略，探究最便捷的計算方法。
- 學生能從多邊形中，找出最快捷方便的方法計算多邊形的面積，並理解用分割法或填補法計算多邊形面積，其結果也是相同。
- 學生2人一組，各人用不同的方法(分割法和填補法)來計算同一圖形的面積，從而找出其中最快捷方便的方法計算多邊形的面積。

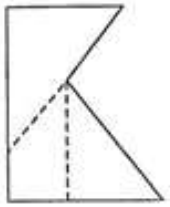
2. 如何分割下圖的多邊形，才可計算它的面積？在空格內加「✓」，不能計算的在方格內加「×」。











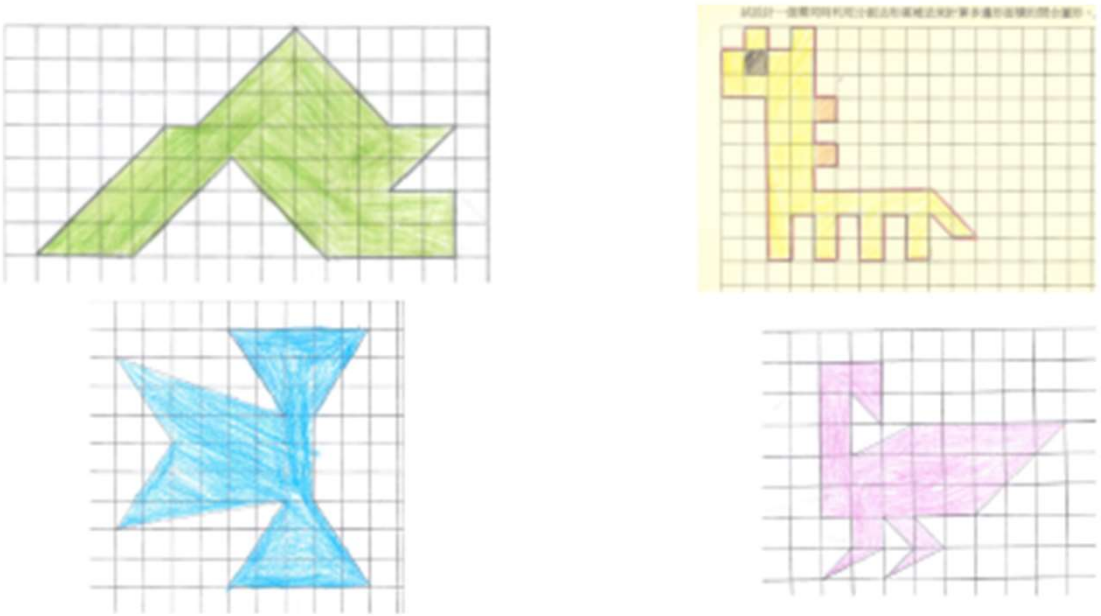
P.10.

學生能探究出一些沒有足夠資料的多邊形，只可利用一種方法，分割法或填補法來計算面積。

探究沒有足夠資料的多邊形

讓學生嘗試找出圖形中有否足夠資料計算圖形的面積，為下一課的高思維探究作好準備。

加入創意元素：讓學生設計一個需同時利用分割法及填補法計算的多邊形面積



總結及反思

根據經驗，學生遇到多邊形的題目時，不懂如何運用分割法和填補法幫助計算。透過課業活動，學生動手操作，剪貼不同的圖形作拼貼活動，再在圖形中補畫虛線，學生便能逐步建構知識，面對高層次思考的題目時，亦能有信心自行完成。

增加了學生學習的興趣，加強了學生的互動，從討論中刺激彼此的思考及互補不足。

老師需用的課時較多，有需要刪減課業部分的內容，如簡化拼貼圖形部分。

檢討及反思

- 學生的學習興趣提高了
- 學生勇於嘗試學習
- 穩固了學生的抽象概念
- 學生在周界和面積的題目明顯有進步
- 二年級可引入三角尺的運用

總結

1. 重視學生思考的過程
2. 對基礎概念的掌握
3. 提升學生理解的層次
4. 鼓勵學生自由地運用多角度思考及用不同的方法討論解題

温馨提示

- 校本課程規劃
- 教學及行政互相協調
- 老師的認同、實踐及不斷反思改進
- 持續修訂以優化教學

Reference

- Kazemi, E. (2008). Discourse that promotes conceptual understanding. In P. C. Elliott, & C. M. E. Garnet (Eds.), Getting into the mathematics conversation：Valuing communication in mathematics classroom (pp. 53-61). Reston, VA：NCTM.
- Miwa, T. (1991). A comparative study on classroom practices of mathematical problem solving between Japan and the US. Sukuba
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Nohda, N. (2000). Teaching by open-approach method in Japanese mathematics mlassroom. Proceedings of the PME-24 Conference (eds. T. Nakahara & M. Koyama), Vol.1,39-53. Hiroshima University (Japan).
- Schoenfeld, A. (1991). On mathematics as sense-making. In J. F. Voss, D. N. Perkins, & J. W. Segal (Eds), Informal reasoning and education (pp. 311-343). Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. N. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 334-371). New York：Macmillan.
- Slavin, R. E. (2012). Educational psychology: Theory and practice. New York, NY: Pearson.

謝謝！！