從電子學習到深度學習——運用棒狀圖探究小三至小五「分數」的概念

周偉志先生（教育局　小學校本課程發展組）
羅嶺芬老師、劉國傑老師、郭美儀老師 （基督教香港信義會深信學校）

引言

隨著數碼化革命的影響，以及資訊科技及電子工具的急促發展，這都大大影響了我們的學習模式，亦改變了數學教育的發展，作為數學教育工作者，我們應如何回應這方面的轉變呢？無疑電子學習的出現能讓教學有更多空間、可能性及選擇，我們如能善用當中正面的作用，會有助提升學習成效。近年教育局的課程文件在運用電子學習上提出了一些關注點，我們可參考當中的建議，以思考這方面的發展方向。

從課程文件看電子學習

在《基礎教育課程指引－聚焦·深化·持續（小一至小六）》（2014）中強調「電子學習是一個開放及有彈性的學習模式」，並說明「資訊科技是一個良好的溝通和學習工具，學校可讓學生在課堂上利用有關資訊科技組織並發表個人觀點，亦可讓他們以資訊科技與教師或同儕溝通，並分享訊息，協作解難。」（課程發展議會，2014）由此可見，電子學習本身的意義應與學習模式連結，其重要性不單在於科技層面，更重要的是如何靈活地配合適切的教學設計，以提升學習效能，而當中如何促進課堂互動及讓學生多作探究及解難等高階思維活動至為重要。此外，教育局正推行的第四個資訊科技教育策略，亦以「發揮 IT 潛能，釋放學習能量」為主題（教育局，2015），目標亦是透過電子學習提升學生的學習能力，策略中提出學校應更新校本課程，以及改變教學和評估方法，從而達至教學質素的提升。

在數學教育方面，運用資訊科技於學習數學乃本港數學教育三個主要發展方向之一，教育局指出：「應適當地運用資訊科技學習數學。電腦和計算機等高科技產品，大大改變了數學教育的世界。學生應能掌握資訊科技以適應互動多變的環境。」（課程發展議會，2002）由此可見，應用電子學習於數學教育甚為重要。而在將要施行的《數學教育學習領域課程指引（小一至中六）》（2017）中亦提到電子學習可

透過以下方式提升數學教育的學習效能（課程發展議會，2017）：

- 應用繪圖工具和動態幾何軟件等，把抽象概念展示，加強學生對概念的理解。
- 進行探索與研究，在適當的軟件協助下，學生可更集中地分析問題和制定解答。
- 電子平台能促進課堂內外學生的交流和協作，學生可在電子平台上延伸其學習。
- 藉著電子學習環境，學生可使用適當工具自主地進行課堂外的學習。

因此，電子學習應以加強學生理解數學概念為目的，並鼓勵學生從探究中學習，以及促進學生多作互動及交流，同時亦鼓勵學生進行課後的延伸學習。這些關注點亦配合數學教育一直所強調的教學元素，現行的小學數學課程指引強調「教師應讓學生有較多機會學習如何觀察、分析、理解及判斷事物及資料，發展他們初步的思維能力」，此外「教師也應提供機會讓學生運用數學語言，包括以說、寫和圖像方式去解釋結果、簡述解決問題或探究問題的方法」。（課程發展議會，2000）指引中闡釋到甚麼樣的課堂能提升學生的數學能力，其中包括強調解難及探究、讓學生探索及發現、強調互動及思考，以及讓學生運用數學語言解釋結果。

香港推行電子學習的情況

本港學校在運用電子學習於數學教育方面的發展情況如何呢？在國際教育研究中顯示，本港雖在推動運用資訊科技進行教學方面已有多年歷史，在數學教育上一直鼓勵運用「計算機輔助教學」（Computer-Assisted Instruction），但在課堂實踐的普遍程度上只屬一般，而其在課堂也大多只應用於資料搜尋及技巧練習等簡單及機械式的操作活動，只有少數課堂運用資訊科技於探究及概念建構等較高階的數學學習活動（Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012）。雖然如此，隨著無線網絡及平板電腦的急促發展及普及化，電子學習趨向更個人化，加上硬件的質素不斷提升，軟件亦十分多元化，且售價愈趨便宜，部份軟件甚或免費可用，這都促使運用資訊科技進行教學上會有突破性的轉變。

如上述討論，引入電子學習，最重要的仍是促進數學教學的成效，它必須配合有效的教學策略才能發揮作用。教師首要著眼的仍是學習的質素，而不是追求在教學中運用大量、多樣化或富新鮮感的軟件。

此外，教師如何理解學習，如何促進學生在學習過程中提升學習成效，達到有深度的學習至為重要。如果說電子學習是配合新時代發展出的教學模式，或許我們更需要關注的是如何培育下一代，使他們能面對新世代及未來的挑戰。

從深度學習看電子學習

在這問題上，Michael Fullan 提出以新教育學（new pedagogies）來帶動深度學習（deep learning）。Fullan 表示教學法乃推動教育改革的基本動力，教育應由強調知識的傳授，轉移至關注學習過程，以此培育學生在現實環境中創造及應用新知識的能力。教師的角色則由知識傳授者，轉變為變革能動者（change agents），需與學生建立互信關係，以協助他們就自己的興趣作出發展；肩負創設具實效及多元化學習環境的使命，以鼓勵學生積極學習；按學生程度予以具挑戰性的目標，讓他們能運用新知識發揮創意完成任務；對學生的學習歷程提供回饋，與他們一起面對挑戰；並協助學生檢視思考過程，讓他們能掌控自己的學習步伐及參考同儕的學習經驗，以達到最佳的學習成效（Fullan & Langworthy, 2014）。

有關深度學習（deep learning），不同的教育學者都曾提及，其內容亦有相關之處，就如 John Biggs 在八十年代已強調深度學習（deep learning）的重要，他表示在深度學習的情況下，學生會有高度的學習動機，主動理解知識背後的意義，連繫舊有的知識及經驗，分析及思考新的學習內容，從不同方向理解資訊並建立自己的論點，以及從學習內容中建立知識的框架（Biggs, 1985）。

Fullan 論及深度學習的教學法時亦有提及電子學習的重要，他建議教師要善用電子資源，讓學生建立新的概念，促進課堂學生間與師生間的互動，以及提升學生檢視學習過程的能力。他亦鼓勵教師以身作則，多學新的知識以豐富教學方法，並多作同儕協作，以改進自己實施不同教學策略的能力，從而提升專業能力（Fullan & Langworthy, 2014）。因此，如何促使電子學習達到深度學習的效能，會是教師要面對的問題與挑戰，教師要以學習者的心態不斷學習與嘗試，讓自己掌握這新的教學方法，並多與同儕協作，互相學習，以提升彼此在這教學模式下的教學效能。

學校發展電子學習的背景

基督教香港信義會深信學校在電子學習的發展上雖屬起步階段，但發展的層面則不斷拓寬，現已在不同年級的課題中試行教學。參與發展的教師們十分積極地探討如何有效地運用相關策略於數學教育中，以達到深度學習的教學效能。在數學教育的校本課程上，學校以建構學生清晰的數學概念為目標，學校計劃在現有的校本課程內加入電子學習元素，並配合深度學習的教學理念，使教學更強調學習過程而非知識的傳授，讓學生多探究及思考，並從課堂互動中提高學生的學習動機及學習成效，以進一步提升學生的數學能力。

教師認為要有效落實電子學習於數學課堂，並不能單從認知層面理解，而要從實踐及反思中掌握，以及從探討學習問題及教學實踐中累積經驗，由於不同級別的學生在有關「分數」的概念上均不清晰，故教師選擇了三至五年級在「分數」課題上的一些教學重點進行課堂研討。他們樂於嘗試及互相學習，過程中不同級別的教師一起設計課堂，進行同儕觀課，收集課堂顯證及進行分析，以及配合深度學習的理念共同反思及改善教學策略。教師並透過跨級觀課及交流促進專業對話及經驗分享，期望能共同加深對這主題的認識及理解，提升自己掌握這新的教學模式的能力，以協助學校推動電子學習在數學教育中的發展。

學校期望藉這次研討經驗，探討及了解結合了電子學習元素的課堂，如何能達到深度學習的學習效能，當中有甚麼優點及需要關注之處，包括學生在課堂上的學習動機、學生在探究活動中的表現、學生檢視自己學習過程的情況，以及電子平台能否促進課堂互動等。教師並透過比較這些課堂和以往沒有電子工具協助下的課堂，對比在相近的教學活動中，兩者之間在課堂實踐中有甚麼分別，從而反思如何有效地善用電子學習的優勝之處，促使數學教學步向深度學習的的學習成效。

「分數」的教學設計

在課堂研討的過程中，教師共同設計的課堂包括：小三的分數比較、小四的假分數及帶分數互化、小四的擴分及約分、小四的同分母分數加減法，以及小五的異分母分數加減法。學習過程主要讓學生運用棒狀圖進行探究，以建構相關的數學概念。

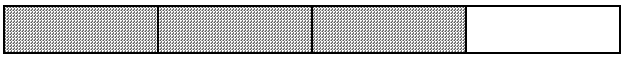
概念分析

有關「分數」的課題，涉及三至五年級的課程內容，包括：基本概念、分數比較、分數種類、擴分和約分，以及分數的四則計算。學生學習當中的概念時，往往感到抽象難明，也難以表達及解釋其意義，學習時多偏重計算技巧，卻忽略了概念的理解及計算背後的意義，因此如何協助學生建構分數的概念一直是教師們關注的問題。

究竟分數有多少種不同的概念呢？在小學課程中，分數可表示一個整體的部分及一組物件的部分，但其實分數也可作為一個數值，這概念的重要性見於分數比較、擴分、約分和通分等課題。Kieren（1976）也提到分數可分為五種不同但互有關連的概念，就是部分與整體的關係、量度、運算、除數及比和比例，而在分數的基礎概念中，部分與整體的關係及量度均為其他概念的發展基礎。在本港的教科書及課堂中，均較強調部分與整體的關係，而較少從量度方面引入概念，其實有關數值的概念和量度的概念較為密切，因兩者也可以數線或長度來表示，Bezuk & Bieck（1993）也建議以長度來顯示分數，因學生可較容易作出估計及檢視解題過程。因此分數教學應加強分數作為數值的概念，好讓學生較全面地理解分數的基礎概念。

運用棒狀圖進行探究活動

在數學教育中，我們強調讓學生從具體至抽象地建構概念，當中實物操作及圖像顯示均能較具體地讓學生理解抽象的概念。在分數作為數值的概念上，教師可以甚麼操作物件或圖像來協助學生建構概念呢？我們可以分數條作操作工具（Jenkins & McLean, 1972），長形紙條也可作為分數條用以進行實作活動，學生可透過摺紙理解當中概念，這工具主要讓學生從長度方面理解分數。在圖像方面，我們可以棒狀圖作表示（例如下圖代表$\frac{3}{4}$），Connell & Peck（1993）也作出同樣建議。現今已愈來愈多數學教育家建議以棒狀圖來理解分數，他們認為這樣學生會較容易理解，而棒狀圖亦較能顯示分數作為數值的概念。



運用電子工具進行探究

在電子工具方面，教師運用了簡報軟件「PowerPoint」設計教學課件，學生在平板電腦上以移動圖形、繪畫表格及表格著色等功能進行探究活動。一些動態幾何軟件（例如：「GeoGebra」）能提供電子學習

環境，讓學生從互動及探究中理解概念。部份軟件在網上已累積了大量教學資源，教師可在當中選擇合適的材料，但由於教材來自不同設計者，質素十分參差，且軟件來自不同國家，所顯示的語言不一，課程內容與香港的亦不盡相同，這都未必符合本港學校的校本情況。教師如想針對自己對課程及教學，以至對本身學生的理解而構想及設計課件，則需學習編寫方法，修改這些網上資源，又或是自行編寫教材，但教師需花時間學習編寫方法，在編寫時也可能會遇到不少困難。

教師可否有其他選擇，在能夠配合自己的想法及目標下設計到合適的互動教材，而又不需重新掌握一種新的編寫課件方式呢？深信學校在研討過程中，嘗試運用「PowerPoint」編寫所需的互動學習課件，「PowerPoint」的功能雖主要用作簡報之用，而不是特別用作數學教學用途，但其在「標準模式」下，學生可作簡單而有互動性的活動，例如：移動圖形、放大或縮小圖形、繪畫表格及表格著色等，它的功能雖有限，但在小學階段的一些課題也可合用。教師在運用「PowerPoint」時，需自行設計相關教材，但由於這軟件已十分普及，很多教師都懂得甚至熟習如何使用，教師在製作教材時會較為得心應手，也較容易把自己的構思落實於教學材料中。

在「分數」教學中，教師在運用「PowerPoint」製作課件時，主要運用畫表方法繪製棒狀圖以表示分數，教師及學生可通過分割表格方法設定分母，再以表格著色方法設定分子，學生也可移動或覆蓋不同的棒狀圖以比較不同分數的分母或分子等，並從探究過程中聯繫不同實例，觀察其中的數學關係並作出猜想，從而推論及歸納出結果。學生也可以手寫方法把結論寫在簡報上，讓其他同學看到答案，促進課堂討論、互動及交流。在製作課件時，需注意把不能移動的物件（例如：題目）設定成背景，再加上可移動的物件讓學生進行互動學習。

配合深度學習理念設計教學

教師探討分數教學的過程中，除了深入地分析涉及分數的不同概念，亦配合深度學習的教學理念設計教學，期望達到理想的學習成效。教師期望學生進行課堂活動時有高的內在動機，透過探究及解難主動地建構概念，檢視學習過程從而反思學習經歷，以及從師生及生生的互動中共同建構知識。

教師在學習活動中加強了解難元素，使學生更有目標接受挑戰，增加內在的學習動機。解決難題與概念理解有著重要的關係，解難題

目能協助學生學習新的概念，以及應用概念於新的情景中，學生掌握到以棒狀圖表示分數後，便可運用這些經驗於不同的探究活動中解決問題，從中建立概念。教師在教學過程中滲透了不少解難元素，例如：學生需要觀察同分子但不同分母的棒狀圖，推論出同分子的分數如何比較大小，並解釋解題策略。教師考慮到解難活動的設計應以提高學生的參與程度及討論的興趣為主，故鼓勵學生以不同的答案、解題策略及表達方式解答。

在進行探究活動的過程中，教師鼓勵學生以多元化表達方式建構分數的概念，學生需從不同方式中探究及表達同一概念，以表示對概念的掌握程度，這些不同的表達方式包括圖像、符號、口述及文字等。學生需不時檢視學習過程，以連繫同一概念在不同表達方式下的意義，例如學生需以棒狀圖及數字符號解釋探究擴分的過程及結果。在探究過程中，學生需有足夠的學習經歷，教師讓學生從不同實例及操作活動中累積經驗，並促使他們恆常地檢視及反思這些學習經驗，多作思考，以不斷加深對這些概念的掌握程度。

教師期望在教學過程中，學生能有充份的機會討論、表達及分享他們的想法，教師相信如學生真的明白概念，他們應能以語言作出解釋，教師鼓勵學生在建構概念的過程中，以口述表達、問題討論及概念解釋等形式來促進全班的互動。在師生與生生的互動過程中，學生能解釋及連繫分數中的不同概念、不同的表達方式及不同的解難策略，也能理解其他同學的思考方式及解題策略，以從新檢視自己的思考過程，拓寬思考空間。在教學過程中，教師讓學生有很多互動的機會，期望學生能解釋「分數」中約分及通分等抽象概念，亦能理解及評鑑其他同學的思考及解釋方法。

教學實踐後的反思

教師在研討過程中表示透過幾級教師的協作與交流，加深了對「分數」的縱向課程、概念發展及教學策略的了解，亦更能掌握不同年級的學生在學習分數時所會遇到的困難，這使他們更為關注這課題不同重點的關鍵特徵，以及理解學生學習這課題的進程，有助提升教師教授此課題的教學效能，促進「分數」教學的校本課程發展。

教師反思到電子學習雖有助提升課堂的教學效能，但最為影響課堂成效的，仍是合適及清晰的課堂目標、有效的學習活動、激發學習動機的方法、引導學生進行探究活動的技巧、促進課堂互動及營造思

考空間的能力，以及透過適切的提問及回饋提升學生的思考及檢視學習的能力。故在觀課及研討時段，教師除會深入討論學生在電子學習環境下的表現，也會重點研討有效處理課堂的教學技巧。

教師以往也曾透過摺紙等實作活動讓學生探究這些分數概念，也見教學成效，相比之下，在電子學習環境中，由於課堂的推進較快，學生可從多於一實例中探究結果，而課堂的互動及討論空間也較充裕。教師也曾運用網上資源進行電子學習，但發覺課件的設計未能配合校本課程，亦不太適合學生的能力。在運用「PowerPoint」自行設計課件時，教師需深思當中的教學策略，配合學生的能力安排實例，思考課堂具體的進行情況，以及循序漸進地舖排教學，從而促使學生能有效地建構概念。在這情況下，由於教師由開始已自主地參與設計課堂，故十分清楚及理解課堂重點及教學目標，這樣不但能更有效地提升教學效能，也提升到自己設計課堂的能力，促進專業發展及成長。

教師觀察學生在課堂中的表現，發覺學生十分投入學習，電子屏幕所顯示的圖像色彩鮮明，有良好的視覺效果，能吸引學生的注意，課堂的探究及解難元素使他們更有動機學習。在探究方面，學生在電子學習的環境中能輕易地在不同例子中重複動作及試誤，而且在屏幕上能自主地操控課件，提升了探究及自主學習能力。電子平台也促進了課堂互動，學生完成課業後可即時提交給教師，同樣地教師能即時清楚知道每位同學的想法及表現，並透過課室內的大屏幕與全班進行討論，課堂中教師讓學生解釋自己的答案，邀請其他同學作出回應，並作出即時的回饋及建議，這都促進了學生檢視學習的能力。綜觀學生的表現，教師表示學生在這課題上已達到深度學習的效能。

參考文獻

1. Bezuk, N.S. & Bieck, M. (1993). Current Research on Rational Numbers and Common Fractions: Summary and Implications for Teachers. In Owens, D.T. (Ed.), *Research Ideas for the Classroom – Middle Grades Mathematics* (pp. 118-136). New York, NY: MacMillan.
2. Biggs, J. (1985). The role of meta-learning in study processes. *British Journal of Educational Psychology, 55,* 185-212.
3. Connell, M.L. & Peck, D.M. (1993). Report of a conceptual intervention in elementary mathematics. *Journal of Mathematical Behavior, 12,* 329-350.
4. Fullan, M., & Langworthy, M. (2014). *A Rich Seam: How New Pedagogies Find Deep Learning*. London: Pearson.
5. Jenkin, L., & McLean, P. (1972). *Fraction tiles*. Hayward, CA: Activity

Resources.
6. Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh & D. Bradbard (Eds.), *Number and Measurement: Papers from a Research Workshop* (pp. 101-144.). Columbus, OH: ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics and Environmental Education.
7. Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics.* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
8. 教育局(2015)。**第四個資訊科技教育策略報告**。香港：政府印務局。
9. 課程發展議會(2000)。**數學課程指引(小一至小六)**。香港：政府印務局。
10. 課程發展議會(2002)。**數學教育學習領域課程指引(小一至中三)**。香港：政府印務局。
11. 課程發展議會(2014)。**基礎教育課程指引－聚焦・深化・持續(小一至小六)**。香港：政府印務局。
12. 課程發展議會(2017)。**數學教育學習領域課程指引(小一至中六)**。香港：課程發展議會。取自 http://www.edb.gov.hk/attachment/tc/curriculum-development/kla/ma/curr/ME_KLACG_chi_2017_12_08.pdf