小三「平行四邊形」教學－運用動態數學學習軟件 GeoGebra 輔助教學

陳鋼博士 (教育局 小學校本課程發展組)
陳志華老師、劉國生老師、陳瑞儀老師、盧嘉謙老師 (僑港伍氏宗親會伍時暢紀念學校)

近年科技發展迅速，電子產品的功能大幅提升，人們運用平板電腦搜尋資料、通訊、閱讀、工作和娛樂，改善了生活質素。在教育方面，教師亦有運用電子產品和軟件，提升教學質素。在數學教育界，電子動態數學學習軟件 GeoGebra 也發展迅速，功能越來越強大，也越來越容易使用，成為教師教學的好助手。Hohenwarter & Jones (2007) 指出，GeoGebra 把電腦代數系統及動態幾何軟件合二為一，用家能輕易研究數學物件的代數和幾何特性，促進了數學學習。GeoGebra 好處甚多，也是一個免費的軟件，故此推出不久，便受到教師和學者的歡迎 (Hohenwarter & Lavicza, 2007)。

僑港伍氏宗親會伍時暢紀念學校的老師，在教授平行四邊形的課題時，便運用了電子教學軟件 GeoGebra 協助學生學習。在是次工作坊，我們會詳細介紹此教學案例。首先，我們會講述平行四邊形的教學重點，以及介紹如何運用合適的電子學習工具 (如 GeoGebra 課業) 輔助學生學習。其次，我們會向參與者簡介 GeoGebra 的教學注意事項及其簡單編程技巧。

平行四邊形的教學

教學前，教師和支援人員共同備課，我們參看了課程和評估資料，了解課題的重點和難點，然後才討論教學策略，並構思合適的電子學習工具，輔助學生學習。

<u>教學重點</u>

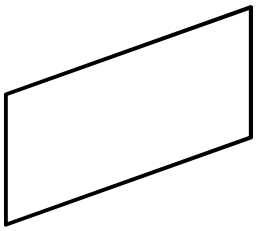
讓我們先了解這課題的重點和難點。根據《小學數學課程指引 (小一至小六)》 (課程發展議會，2000)，學生於三年級學習垂直線和平行線後，便可以學習平行四邊形，重點是學習平行四邊形的簡單特性，例如知道平行四邊形的各對對邊都是平行，各對對邊長度都相等。學生初學習平面圖形，以直觀學習為主。例如一年級初學長方形，學生只需要直觀辨認圖形是否長方形便可，不必理會長方形的角是否直角 (根據課程指引，學生甚至還未認識角的概念)，或對邊長度是否相等。但到了三年級，學生不能只用直觀的方法辨認平行四邊形，而需要運用工具 (如直尺) ，運用延線的方法，判斷兩線是否平行；又需要運用量度的方法，判斷兩線長度是否相等，從而判斷圖形是否平行四邊形。

評估

在平行四邊形的課題，有以下的練習。

(一) 命名題

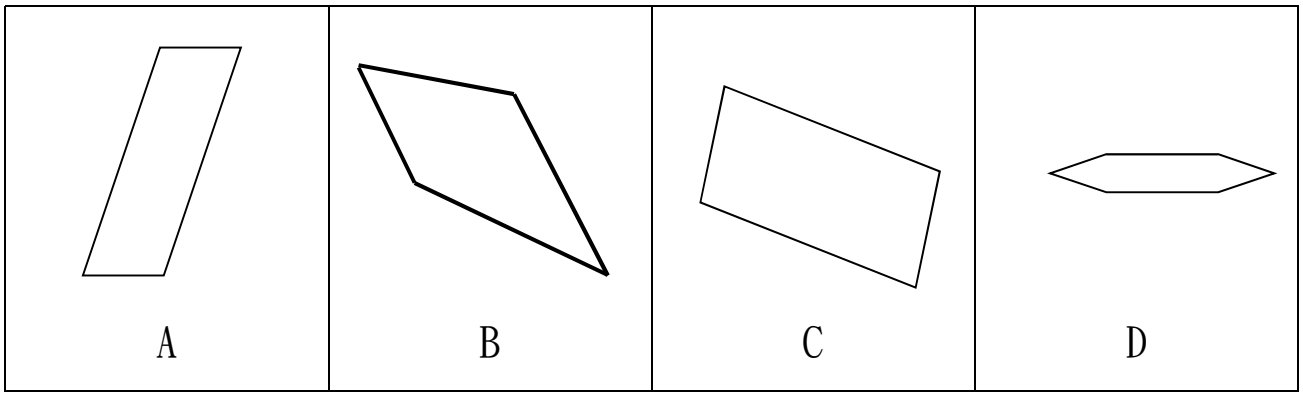
寫出圖中四邊形的名稱：



答案： _____ 形

(二) 辨認題

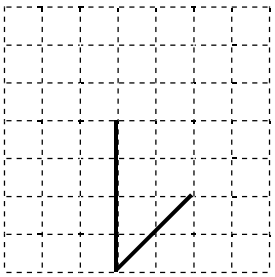
根據指示，寫出所有代表答案的英文字母。



列出所有平行四邊形：_____

(三) 畫圖題

在下圖加上兩條直線，使之與原有的兩條直線組成一個平行四邊形。



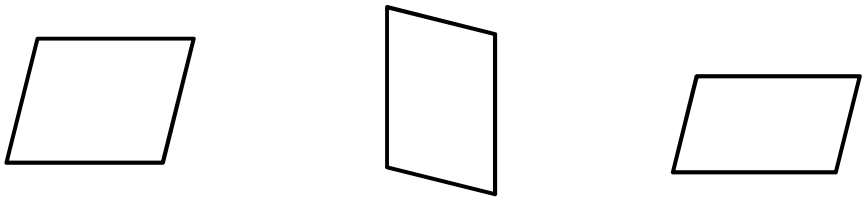
學生能清楚分辨平行四邊形，便能回答命名題和辨認題。了解圖形對邊的特性 (平行和長度相等)，便能畫出平行四邊形。

教學設計

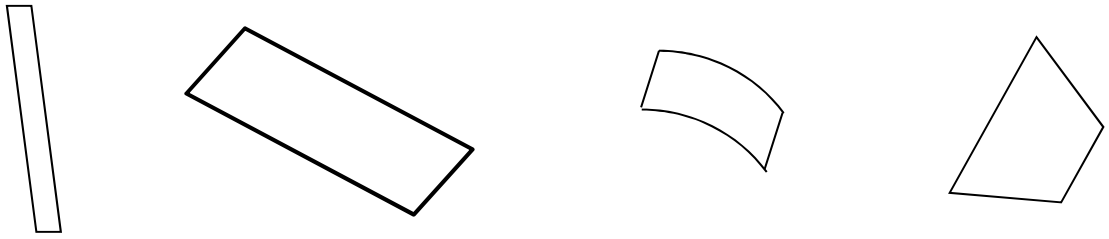
綜觀以上課程和評估資料，教師在教學時，除了教授平行四邊形的特點，還歸納了兩項教學重點：辨別和製作平行四邊形。

(一) 辨別平行四邊形

為加強辨別圖形的教學，教師列舉大量的例子與非例子，期望學生能清晰分辨平行四邊形和非平行四邊形。為協助學生明白平行四邊形，教師一般會舉出數個例子，如下圖。



教師和支援人員都認為，若只是列舉上述的「典型」例子，學生印象未必深刻。所以我們也搜羅了其它的例子和非例子，給學生分辨。如圖一和圖二的例子，圖形較為狹隘，或擺放位置並非水平或懸垂。又例如圖三和圖四的非例子，圖形含有曲線或沒有兩組對邊平行。教師期望用反面的角度加強學生對平行四邊形的理解。



圖一　　圖二　　圖三　　圖四

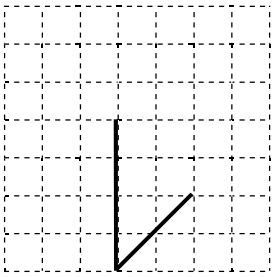
教師會鼓勵學生運用量度工具，判斷線段是否平行或長度相等。例如，有學生目測圖一，以為不是平行四邊形，教師鼓勵學生說明理由，並運用工具量度。學生運用工具後，發現問題所在，便糾正了錯誤，加深了認識平行四邊形。

(二) 製作平行四邊形

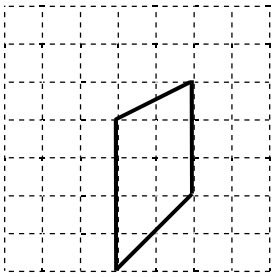
第二個教學重點，是製作平行四邊形。教師可請學生用各種方法製作平行四邊形。例如，教師可讓學生運用釘板，製作平行四邊形，學習如何讓兩線段平行和長度相等。學生也可以摺紙和剪紙等活動製作平行四邊形，但最重要的製作活動，則是繪畫平行四邊形。

畫圖時，部份學生仍停留在直觀的階段，只約略估計圖形的邊長，便粗略地繪畫圖形。例如，圖五的畫圖題，學生可能畫得圖六的錯誤答案。

在下圖加上兩條直線，使之與原有的兩條直線組成一個平行四邊形。



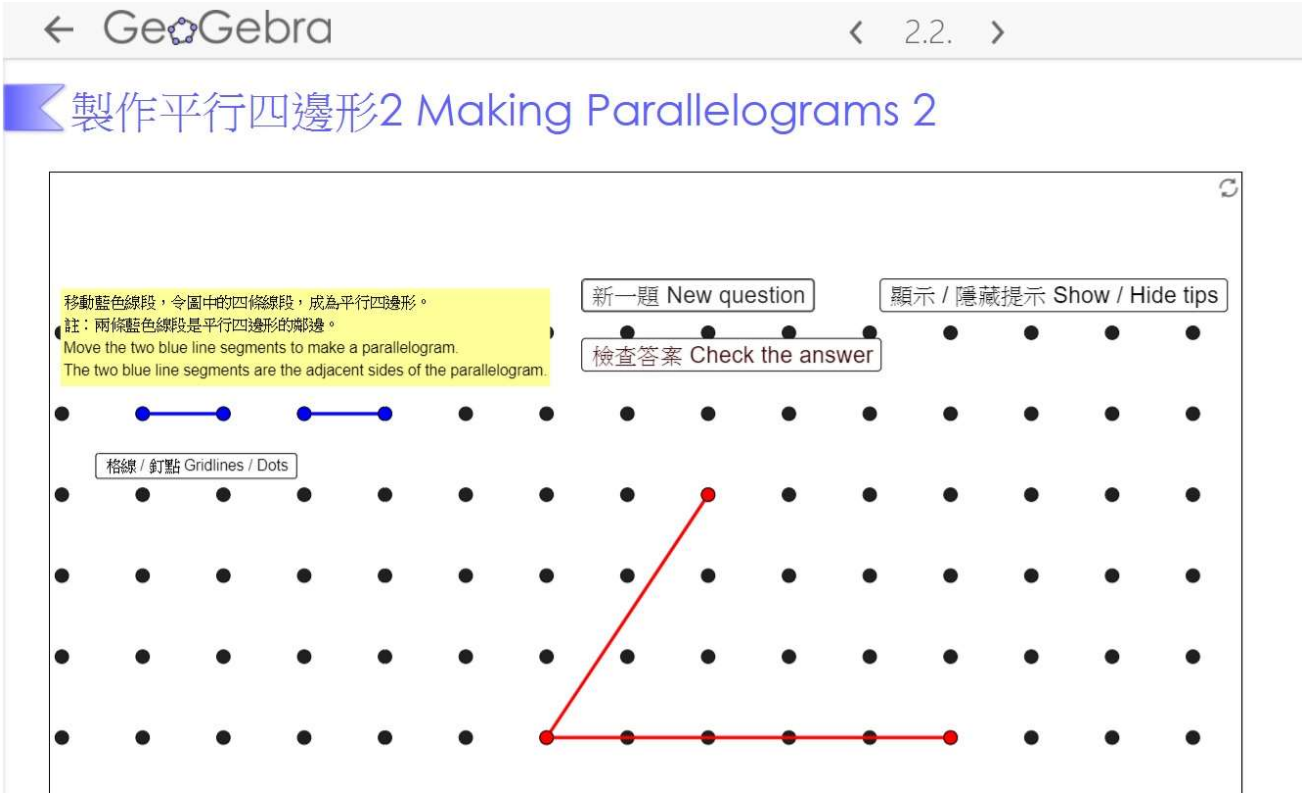
圖五



圖六

教學設計加入電子學習

學生需要靈活運用平行四邊形的特點，了解對邊平行和長度相等，才能成功繪畫圖形。為了加強學生繪圖的能力，教師先讓學生操作 GeoGebra 檔案製作平行四邊形，加深認識圖形的特性，然後才著學生用紙筆繪畫平行四邊形。大家可在網址 https://www.geogebra.org/m/gwbh85QX，找到該製作平行四邊形 GeoGebra 電子書。該網址共提供了四個檔案，讓學生由淺入深學習製作平行四邊形。下圖顯示了第二個檔案的頁面。



在 「製作平行四邊形 1」的網頁，學生可以自由製作平行四邊形，而檔案編號 2 至 4 的 GeoGebra 課業，則設定了不同的難度，學生要依特定指示，製作平行四邊形，各檔案的詳細內容，請見上述網頁。GeoGebra 檔案有四項功能，加強了學生自學的元素。第一，學生可按

能力和興趣，選擇於格線或釘板上製作平行四邊形，學習更靈活。第二，學生可用核對答案功能，自行檢測製作的圖形是否正確，不必等待老師批示。第三，學生若未能成功製作圖形，可用提示功能，顯示圖形一條斜邊的特性，有助製作圖形的對邊，不必等待老師或同學給予教學提示。第四，完成了一道題，學生可按新題目，製作一個新的平行四邊形，如此，學生便能於短時間內反覆練習，製作更多平行四邊形，更掌握作圖的技巧。

總結經驗

教師加強了辨別圖形和製作圖形的教學，而教學過程也強調了平行四邊形各組對邊平行和長度相等的特性。在課堂上，學生投入學習，能理解平行四邊形的概念。教學初期，學生只能認得較為「典型」的平行四邊形，上了辨別圖形的課，學生看到大量例子和非例子，改變了原有觀念，能更準確辨別平行四邊形。學習圖形製作時，學生每人一機，運用 GeoGebra 作圖，覺得很有趣。當答案欄顯示學生成功做出一個平行四邊形，他們都十分開心，很有滿足感。在這情況下，學生不斷嘗試做新的題目，也不厭倦。

從課堂觀察所見，運用 GeoGebra 教學，有一點要注意。當電腦告知學生未能成功作圖時，學生有時只是隨意搬動線段至新的一點，便做出一個新圖形，然後便再按核對答案的按鈕。若仍然做錯，學生又再次快速搬動線段，製作新圖形並核對答案，如此這般，直至成功製作平行四邊形為止。換言之，學生只是用試誤的方法得出答案，未必有善用平行四邊形對邊的特性。當學生用紙筆繪畫平行四邊形，可能仍不會作圖。故此，教師會提醒學生，不宜只是試誤作圖。在繪畫某線段時，宜利用該線段的對邊，及圖形背景的方格線或釘點，判斷線段的長度和斜度，從而準確作圖，這樣才能達到學習的目的。

總結學校的實踐經驗，教授平行四邊形時，教師強調了平行四邊形各組對邊平行及各組對邊長度相等，教學活動加強辨別及製作圖形。從觀課所見，學生清楚學習目標，學習甚為順利。在適當的教學部份，教師利用了 GeoGebra 及平板電腦輔助教學，令學生可以於短時間製作大量平行四邊形，在這一點，用電子教材比實物教材，更為有效率呢。

運用 GeoGebra 教學的注意事項

在本環節，我們也會簡介 GeoGebra 的資源、其課堂教學注意事項及簡單編程。GeoGebra 是一個開放式的編程軟件，任何人士都可以製作 GeoGebra 檔案，並上載至互聯網，供大眾瀏覽。教師可善用相關資源，促進教學。例如，教師可在 GeoGebra 官方網頁 (https://www.geogebra.org/materials/)、GeoGebra 香港學苑 (GeoGebra Institute of Hong Kong， http://www.geogebra.org.hk/materials) 等網站，輸入關鍵字詞，便可以找到不少資源，教師可根據網頁內容深淺、網頁操作的難易度、學生能力、教學課時等因素，揀選合適的網頁作為教材。選定教學材料後，教師便製作該 GeoGebra 網頁的二維碼 (QR code)，把該編碼印於紙上，派發予學生，學生利用平板電腦的二維碼掃描器掃描編碼，便能開啟 GeoGebra 網頁，開始學習活動。

如果教師有興趣，也可以學習簡單的 GeoGebra 編程，日後便可自行編寫、與他人合作編寫、或修改他人的教學網頁，令網頁更乎合自身的教學需要。在本環節，我們也會介紹 GeoGebra 的基本操作方法，包括調節格線、命名線段、運用文字方塊等方法，令參與者初步認識 GeoGebra 的編程方法。

參考文獻

1. Hohenwarter, M. & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27*, 126 – 131.
2. Hohenwarter, M. & Lavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. In D. Küchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics, 27* (3): 49 – 54. Northampton: University of Northampton.
3. 課程發展議會(2000)。**數學課程指引(小一至小六)**。香港：政府印務局。