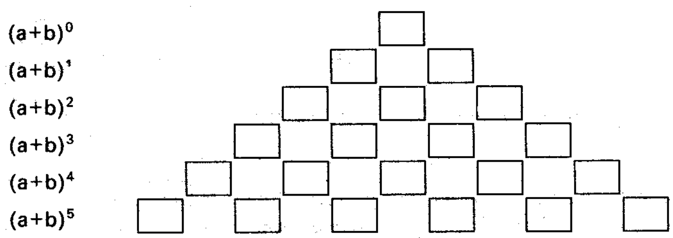
單元 **2**： 正整指數的二項式定理

特定目標：

1. 認識 n! 及 C^n_r 的符號。
2. 利用二項式定理展開正整指數的二項式。

16

內容	時間分配	教學建議
2.1 **n!** 及 C^n_r 的符號	1	教師應介紹 n! 和 C^n_r 的定義。排列和組合的概念只宜向能力較高的學生提及。0!=1 亦應以定義方式提出。教師應讓學生認識 C^n_r 的其他記號法，如 ${}_nC_r$ 及 $\binom{n}{r}$ 。 學生應能驗證 $C^n_r = C^n_{n-r}$ 及 $C^n_{r-1} + C^n_r = C^{n+1}_r$ 。在證明後者時，教師宜指導學生由左方開始證明至右方為止。 類似下面的例子可供參考： *例* 若 $C^{18}_{n+1} = C^{18}_{2n-1}$，試求 n 的可能值。
2.2 帕斯卡三角形	1	教師可著學生以直接乘法展開 $(a+b)^2$、 $(a+b)^3$、 $(a+b)^4$ 和 $(a+b)^5$。然後將各展開式中的係數填入下面的空格中： 

17

內容	時間分配	教學建議
		教師應引導學生發現每個係數都可以用 C^n_r 的形式寫出及帕斯卡三角形的特性如 $C^n_r = C^n_{n-r}$， $C^n_0 = 1$， $C^n_n = 1$ 及 $C^n_{r-1} + C^n_r = C^{n+1}_r$。
2.3 利用帕斯卡三角形展開二項式	2	學生應可利用帕斯卡三角形去展開$(a+b)^n$，其中正整數 $n \le 5$。教師可提供以下的例子： *例一* (a) 按 x 的升冪序展開 $(2x+3)^4$, (b) 按 x 的降冪序展開 $(3x^2-1)^5$。 *例二* 試求 $(2x^3 - \frac{1}{3x^2})^5$ 展開式中的常數項。
2.4 正整指數的二項式定理	~~4~~ 7	教師可用帕斯卡三角形證明正整指數的二項式定理。這個定理的證明方法應是一個讓學生重溫數學歸納法的好機會。 在$(x+y)^n$的展開式中，學生應可發現 (*a*) 總共有(n + 1)項及 (*b*) 按 x 的降冪表達時，第(r + 1)項是 $C^n_r x^{n-r} y^r$ 。 在二項式的展開式中，教師無須引入最大值項和係數間的關係。教師可用以下的例子： *例一* 展開 (*a*) $(2x+3y)^4$ (*b*) $(3x - \frac{2}{x})^5$ *例二* 試求 $(3 - \frac{x}{2})^6 (1+x)^5$ 展開式中 x^3 的係數。

表示刪去的內容

內 容	時 間 分 配	教 學 建 議
		例三 在 $(1+ax)(1+bx)^6$ 的展開式中，x 和 x^2 的係數分別是 0 和 $-\frac{21}{4}$，試求 a 和 b 的值。 雖然多項式的展開可重複應用二項式定理，但教師不宜教授三項以上的展開方法。以下的例子可給予學生作為練習： *例四* 按 x 的升冪，展開 $(1-2x+3x^2)^3$ 。 *例五* 試求 $(1+\frac{1}{2x}-3x)^4$ 展開式中的常數項。 教師可向能力較高的學生指出，負整指數的二項展開式亦有一類似的二項式定理，惟不宜再深入探討。.
	~~8~~ 11	

單元 3：二次方程及二次函數

特定目標：

1. 學習以配方法及求根公式解二次方程的技巧。
2. 確定二次方程的根的性質。
3. 求二次函數的極大值和極小值。

內 容	時 間 分 配	教 學 建 議
3.1 二次方程的解法	~~8 *~~ 9*	教師應先利用例子如 $x^2-8x+9=0$，後再利用 x^2 係數不等於 1 的其他例子如 $3x^2-6x-14=0$ 去介紹配方法解二次方程。當學生已熟習這技巧後，教師可嘗試利用同一方法去推導出二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 求根公式： $$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$ 。 學生應沒有運用求根公式的困難，並應探究二次方程的兩根α、β的和及積與其係數 a、 b、 c 的關係。學生應牢記 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ 與 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ 這兩個關係，然後再應用於其他計算方面，如求 $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ 、$\alpha^2+\beta^2$ 和 $\alpha^3+\beta^3$ 的值、及依據已知條件作出二次方程的練習。 教師應討論由一線性方程及一二次方程組成的聯立方程的解法，代數方法與圖解法也要同時介紹。圖解法最能有效地解釋為何二次方程會有兩個相異根或是兩個相同根、甚至無實根。教師應強調圖解法帶出的幾何意義。
3.2 根的性質	~~4~~ 5	教師應引導學生去發現二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根的性質是由它的判別式 $D=b^2-4ac$ 所確定。學生應能清楚分辨二次方程的根是否實數、還是~~複數~~ 非實數；是相同、還是相異；是有理數、還是無理數。 例如：二次方程 $(b-c)x^2+(c-a)x+(a-b)=0$，其中 a、b、c 是相異整數，它的判別式是 $(c-a)^2-4(b-c)(a-b)=(a+c-2b)^2$。這可引出方程的兩根是有理數。同樣，學生應看出那兩根在 $a+c-2b=0$ 的情況下是相同的。

表示刪去的內容