單元 2: 二項展式

特定目標：

1. 學習二項展式 $(1+x)^n$ 其中 n 為正整數。

2. 學習展式為一無窮級數，其中 n 為一非正整數及 $|x| < 1$。

課程內容	時間分配	教學建議
2.1 **當 n 為正整數時 $(1+x)^n$ 的展式 $(1+x)^n=\sum_{r=0}^{n} C_r^n x^r$**	3	不用介紹展式的形式化證明，亦不應提及最大項及係數間的關係。二項展式的性質應包括 (a) 展式共有 $n+1$ 項； (b) 二項係數 C_r^n 全是整數。 應研究帕斯卡三角形與展式中係數 C_r^n 的關係。 學生須知道 $\sum_{r=1}^{n}(ax_r \pm by_r)=a\sum_{r=1}^{n}x_r \pm b\sum_{r=1}^{n}y_r$ $\sum_{r=1}^{n}(x_r+y_r)^2=\sum_{r=1}^{n}x_r^2+2\sum_{r=1}^{n}x_r y_r+\sum_{r=1}^{n}y_r^2$
2.2 **當 n 為非正整數且 $\|x\| < 1$ 時 $(1+x)^n$ 的展式**	5	學生應學習展式通項，即第 $(r+1)$ 項係數 $\frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$ 的變化。 當 n 為一正整數及 $r=n+1$，它即會消失。 當 n 為一非正整數，它永不會消失。在後者的情況下，展式為 $(1+x)^n=1+nx+\frac{n(n-1)}{2!}x^2+\cdots+\frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}x^r+\cdots$ 為使學生明瞭這無窮級數只在 $-1 < x < 1$ 或 $\|x\| < 1$收斂，教師可用以下例子：考慮展式 $(1-x)^{-1}=1+x+x^2+\cdots+x^r+\cdots$

Detailed Content	Time Ratio	Notes on Teaching
		代 $x=-1$，展式為 $1-1+1-1+1-1+\ldots$ 對奇數項的和為 1 ，而對偶數項的和則為零。所以其和永不等於左方的值 $\frac{1}{2}$。 教師應教授絕對值的定義及與學生討論收斂性和發散性的直觀意義。 學生應學習展開一些當 n 為非正整數的二項式，如 (a) $(1-x)^{-2}=1+2x+3x^2+4x^3+\cdots$ (b) $(1-x)^{\frac{1}{2}}=1+\frac{x}{2}+\frac{1\cdot 3}{2!}\left(\frac{x}{2}\right)^2+\frac{1\cdot 3\cdot 5}{3!}\left(\frac{x}{2}\right)^3+\cdots$ (c) $(1+x)^{-\frac{1}{3}}=1-\frac{x}{3}+\frac{1\cdot 4}{2!}\left(\frac{x}{3}\right)^2+\frac{1\cdot 4\cdot 7}{3!}\left(\frac{x}{3}\right)^3+\cdots$ 學生應能以升冪將展式如 $\frac{(1+x)^{\frac{1}{3}}}{(1-x)^2}$ 再展開至某指定的項數。
	8	