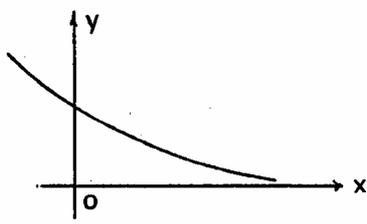
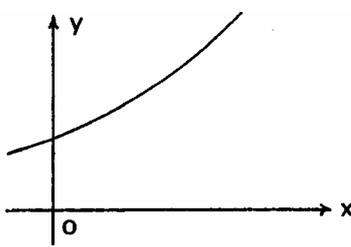


單元 3: 指數函數

特定目標:

1. 學習指數函數的性質和圖像。
2. 解簡易指數方程。
3. 了解一些有關指數級數的知識。

15

課程內容	時間分配	教學建議
3.1 指數函數的性質和圖像 $f(x) = a^x$, 對 $a > 0, a \neq 1$	3	<p>通過描繪如 $y = 2^x$ ($-3 \leq x \leq 5$) 的圖像, 學生可了解 $y = a^x$ ($a > 1$) 的一般形狀。之後, 他們應可辨別函數 $f(x) = x^2$ 和 $f(x) = 2^x$ 的不同之處。</p> <p>學生應知道</p> <ol style="list-style-type: none"> (a) 對所有 x 的實數值 $a^x > 0$; (b) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$; (c) $a^p \div a^q = a^{p-q}$; (d) $(a^p)^q = a^{pq}$ 及 (e) $a^0 = 1$ <p>教師應與學生討論圖像的形狀</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>$y = a^x$ 的圖像 對 $0 < a < 1$</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>$y = a^x$ 的圖像 對 $a > 1$</p> </div> </div>

16

課程內容	時間分配	教學建議
3.2 簡易指數方程的解	2	<p>指數函數 $y = a^x$ ($a > 1$) 與投資在恆利率的複利息相似</p> $A(n) = P \left(1 + \frac{r}{100} \right)^n$ <p>這增長可稱為複利息定律 (C.I.L.)。指數函數在科學和科技上非常重要, 因為許多現象都依從被利息定律。人口增長 (例如細菌的增長) 亦依從這定律。</p> <p>還有衰變定律</p> $y = ak^{-bx}$ <p>它描述在任意給定時刻中, 其數量減少的率與它的量成正比。</p> <p>放射性元素的衰變指數便是一個很好的例子:</p> $N = N_0 e^{-\lambda t}$ <p>當學生完成學習微分法之後, 教師可略為提及 $\frac{dN}{dt}$, 作為提供對指數函數性質的好例子。</p> <p>學生應知道如何解簡易指數方程, 如</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $9^x = 27^{x-1}$ 2. $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
3.3 指數級數	1	<p>無窮級數</p> $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^r}{r!} + \dots$ <p>稱為指數級數。教師應向學生介紹下列結果:</p> <p>當 $x = 1$, $e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots \approx 2.71828$。</p>
	6	