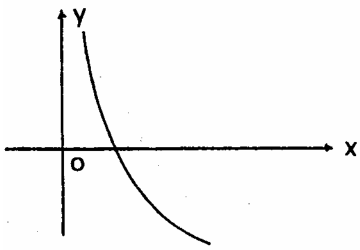
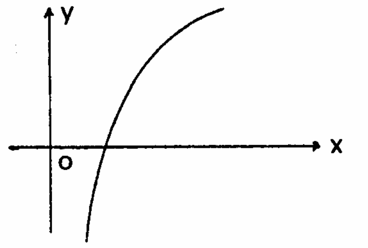
單元 4： 對數函數

特定目標：

1. 學習以任何數為底的對數的性質和圖像。
2. 解簡易對數方程。
3. 應用將 $y = kx^n$ 轉換為綫性關係的技巧。

課程內容		時間分配	教學建議
4.1	**對數函數的性質和圖像 $f(x) = \log_a x$，對 $a > 0$，$a \neq 1$**	3	學生在常用對數的用途應已有充足的訓練 對 $f(x) = \log_a x$，可考慮以下圖像  $y = \log_a x$ 的圖像 對 $0 < a < 1$  $y = \log_a x$ 的圖像 對 $a > 1$ (a) $\log_a x$ 對 $a > 0$，$a \neq 1$ 及 $x > 0$ 才有定義。 (b) 當 x 增加，$\log_a x$ 對 $a > 1$增加，而 $\log_a x$ 對 $0 < a < 1$ 減少。 (c) 對 $a > 1$， $\log_a x = \begin{cases} > 0 & \text{對所有 } x > 1, \\ = 0 & \text{對 } x = 1, \\ < 0 & \text{對所有 } x < 1. \end{cases}$ (d) $\log_a a = 1$ 教師可向學生介紹及討論指數圖像和對數圖像之間的關係。

課程內容		時間分配	教學建議
			對數的性質： (a) $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ (b) $\log_a(\frac{x}{y}) = \log_a x - \log_a y$ (c) $\log_a x^n = n\log_a x$ 教師可提供以上證明，但學生無須知道底的轉換。此外，教師應對自然對數及其重要性作介紹和討論。
4.2	**簡易對數方程的解**	2	在本小單元中，根的驗算是必要的。 例： (a) 解 $\log_{10}(x-2) + \log_{10}(x+1) = 1$ $(x-2)(x+1) = 10$ $x = 4 \text{ or } -3$ 其中 $x = -3$ 不適用，因為當 $x = -3$ 時，$\log_{10}(x-2)$ 或 $\log_{10}(x+1)$ 沒有定義。 教師應向學生講解這類方程。 (b) 利用對數，解 $3 \cdot 2^x = 5^{x-1}$ 。
4.3	**將 $y = kx^n$ 化為綫性關係式**	1	將 $y = kx^n$ 的左右方取對數，學生應得出關係 $Y = nX + c$，其中 $X = \log_{10} x$，$Y = \log_{10} y$ 及 $c = \log_{10} k$ 。 方程 $Y = nX + c$ 在 x–y 坐標系上代表斜率為 n 及 Y 軸截距為 c 的直線。 習慣上，x 和 y 的值可從實驗求得。因此，如給出多對(x, y)中的 x 和 y 值，學生可描繪出 $\log_{10} y$ 對 $\log_{10} x$ 利用圖像中的斜率和 Y 軸截距可確定 n 和 k 的值。
		6	