

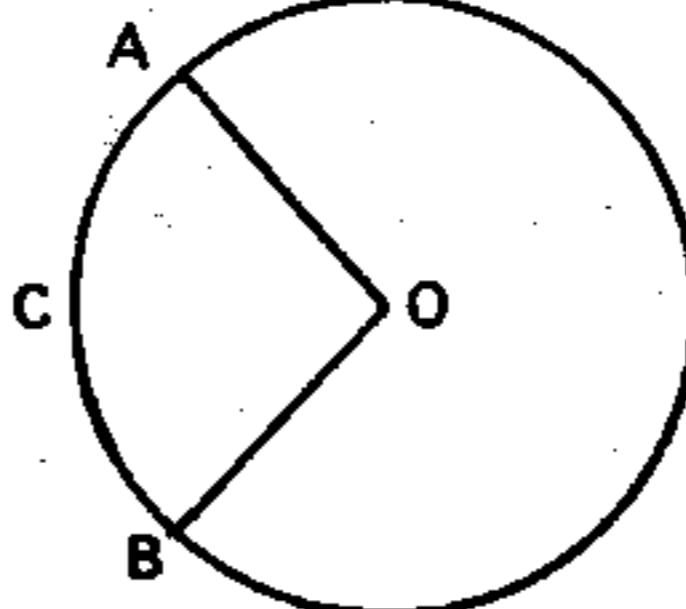
中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
1 繢一元二次方程；根式 目的： (1)學習用配方法及公式去解二次方程的技巧。 (2)求解一為一次及一為二次的聯立方程。 (3)學習根與係數的關係。 (4)學習根式有理化的方 法。	1.1 配方法。 1.2 求根公式。	3	截至目前，學生對解方程的各種技巧（包括利用圖解法及因式分解法解二次方程）已頗為熟悉。現在要介紹給學生一種需要對代數運算有透徹了解的技巧。教師應首先採用如 $x^2 - 8x + 9 = 0$ 的例子，然後進展至 x^2 的係數不是 1 的例子如 $3x^2 - 6x + 4 = 0$ 。配方法的步驟可總結在黑板上以供學生參考，但他們不需將步驟牢記。
	1.3 二次方程的簡易應用題。	5	當學生領會解 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 如何導出後，他們應可在需用時將公式寫出。教師應確保學生在運用公式時沒有困難。若要知道學生是否懂得運用，可要求他們先將 a , b 及 c 的值寫出，然後才代入公式。
	1.4 聯立方程：一為一次及一為二次。	4	當學生已相當熟悉解二次方程的不同技巧時，教師可問他們能否看出 $ax^2 + bx + c = 0$ 中兩根 α , β 的和、積與係數的關係，然後才介紹 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 及 $\alpha \beta = \frac{c}{a}$ 兩項關係，並加以證明。練習應包括計算例如 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$, $\alpha^2 + \beta^2$, $\alpha^3 + \beta^3$ 等數式的值及設立二次方程。
	1.5 根式的有理化。	6	學校課本中有很多應用題是需要用到二次方程解的。教師應選擇一些與學生經驗有關的題材及最好能包括一些與實際應用數學方面有關的問題。例題亦可取材自物理及化學科課程。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
1	1.4 聯立方程：一為一次及一為二次。	4	教師最好先利用圖解法求解一為一次及一為二次的聯立方程。二次方程的圖像應首先描繪；當加上適當的直線圖像後，它們的解便可立即求得。為避免學生花費時間去描繪過多的二次圖像，教師在舉例時可以將同一個二次圖像重覆使用，用以解不同的二次方程。教師也許會發覺圖解法對解釋二次方程為何有二根、一根或無根是有幫助的。
	1.5 根式的有理化。	6	將一次方程代入二次方程的方法亦應介紹。教師應給予學生充分的例題及練習，以確保他們能熟練地掌握這個技巧。
			當涉及方程例如 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 時，以根式表答案是很自然的事。「根式」一詞可在此時解釋，而學生亦應能將任何次根式化為不同次根式。在介紹根式 $\frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$ 的分母有理化過程之前，學生應熟練根式的加、減、乘及除法。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
2 圓的基本性質 目的： (1)學習一種非形式的幾何論證。 (2)學習圓的基本性質、圓的切線、圓內接四邊形及共圓點的驗證法。	教學途徑。		在本單元中，只要學生在一個證題中能夠跟隨、了解及提供理由給每一個推理步驟已十分足夠。教師無需嘗試去建立一個根據詳盡的公設及公理引出的嚴格推理結構。學生亦無必要寫出幾何定理的正式證明。
	2.1 圓的弦及弧。	5	「弧」、「弓形」、「扇形」及「弦」等名詞的意義應加以溫習。要區別優弧及劣弧、優弓形及劣弓形、優扇形及劣扇形，較簡單的方法是在圖上多寫上一個字母。
			 <p>例：用 \widehat{ACB} 代替「劣 \widehat{AB}」及用「扇形 $OACB$」代替「劣扇形 OAB」。</p>
	2.2 圓上的角。	10	教師可強調：圓的兩個半徑及一弦必構成一等腰三角形。利用全等三角形可證明由圓心至弦的垂綫必平分該弦；由此更可推出等弦至圓心必等距。
			本小單元着重研究圓心角、圓周角、半圓上的圓周角及圓內接四邊形的角。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
2			假如教師在授課時能利用圓心對稱的特性，學生會對課題內容更感興趣。教師應盡量利用高映機作此類示範。另一辦法是利用透明紙及一枚大頭針，將紙旋轉便可顯示出等弧或等弦所對的圓心角皆相等。教師亦可用以上方法證明「等圓心角所對的弦皆相等」；這個性質當然也可以利用兩個全等三角形作示範。這裡要向學生強調一點：雖然弧與所對的圓心角成比例，弦與所對的圓心角則沒有這個特性。
	2.3 圓內接四邊形的性質及共圓點的驗證法。	11	在示範「一弧所對的圓心角等於其所對圓周角的兩倍(有三種情況)」及「含於同一弓形內的圓周角皆相等」的過程中，學生最好能夠親眼看到當圓周角的頂點在圓周上移動時，角的大小保持不變。教師可以利用簡單的用具，例如用橡皮圈穿過一枚算珠在一金屬圓圈上走動；並可用一張卡紙來顯示出角的大小保持不變。
			<p>圓內接四邊形的性質，例如：</p> <ul style="list-style-type: none"> (a) 圓內接四邊形對角互補，及 (b) 設圓內接四邊形一邊延長，所成的外角等於四邊形的內對角， <p>應加以證明。學生應有足量的練習，利用以上兩個性質去解答問題。</p> <p>以上兩性質的逆定理可構成共圓點的兩種驗證法。教師亦可讓學生知道：若聯兩點的直綫於直綫同側另兩</p>

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
2			點所對的角相等，則此四點亦為共圓。
2.4 圓上任意一點的切綫及交錯弓形的圓周角。	11		上列共圓點的三種驗證法應深入與學生討論及詳細加以證明。 教師應嘗試用圓規作圖，在圓的半徑末端上作直角，目的是要向學生強調切綫垂直於半徑的性質。但在一般情況下，學生在作切綫時，只需把直尺在圓上一點畫上適當的直線。學生應該知道切綫的基本性質。 教師在完成教授交錯弓形的圓周角時，應給予學生一些更廣泛的複習題，使他們有機會去溫習及應用所有會學過的幾何知識。
2.5 過不共綫的三點作一圓。	3		這個作圖法是以 2.1 第二段中所述的系定理為依據，即：一圓的圓心必在任意一弦的中垂線上。這個作圖法不獨可以強調以上定理，而且可以讓學生從另一角度去看三角形的外接圓。能力較高的學生可能會對三點共綫這個極限情況深感興趣。

40

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
3 函數 目的： (1)認識各類數系。 (2)了解函數的基本概念。 (3)學習使用函數的記法。 (5)練習多項式的運算。	3.1 數系： 整數、有理數、無理數及實數。	5	本課題主要是整數及分數基本性質的溫習。「有理數」這個新名詞可在此時向學生介紹。教師可以就學生的能力對有理數作適當的解釋。以小數表有理數的特性應以實例作示範。 例如：有盡小數 $\frac{2}{5}=0.4$ $\frac{-3}{1}=-3.0$ 循環小數 $\frac{1}{3}=0.\dot{3}$ $\frac{2}{7}=0.28571\dot{4}$ 但是，無理數例如 $\sqrt{2}$ 、 $-\sqrt{6}$ 、 $\sqrt[3]{9}$ 、 π 則沒有這種特性。 有理數與無理數合稱為實數。教師無需與學生深入研究實數系。
	3.2 函數的概念。	4	通過兩個變數關係的研究，可以介紹函數的概念。教師也許會發覺「製造數的機器」這個概念是一種有用的圖示方法。學生應該知道函數只會將數加以變換而不會產生數。教師要確保學生不會視函數為方程而將它們求解。 教師應列舉更多的函數如 $\sin x^\circ$ 、 $\cos x^\circ$ 及 $\log x$ 等作例子。
	3.3 函數的記法： $f(x)$ 及 $y=f(x)$ 。	4	教師首先應介紹以 $f(x)$ 表函數，然後再介紹一些適合的字母（例如 y ）去表 $f(x)$ 。這樣學生便知道函數是可以用圖像在坐標上表示出來。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
3			<p>當學生熟悉函數的記法後，他們可嘗試解答類似下列的問題：</p> <p>已知 $f(x) = x^2 + 2x - 1$，問 $f(0)$、$f(-2)$ 及 $f(a-1)$ 的值是什麼？</p>

13

90

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
<p>4 繢多項式 目的： (1)學習用因式定理去分解多項式的技巧。 (2)求多項式的最高公因式及最小公倍式。 (3)學習代數分式的運算。</p>	<p>4.1 多項式的運算。 4.2 餘式定理及因式定理。 4.3 用因式定理進行因式分解。</p>	<p>4 4 9</p>	<p>在此階段，多項式的加、減及乘法運算應加以溫習。教師可向學生示範：兩個多項式相除所得結果通常不會是多項式。為以後課題作準備，學生應知道及認識 $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ 為一般的多項式。</p> <p>要闡明餘式定理，教師可根據除法原理，利用商式及除式的記法，使學生知道 $f(x) = (x-a)Q(x) + f(a)$。學生亦可以通過長除法去證明以上的定理。因式定理亦可由此導出。</p> <p>因式定理對分解三次或以上的多項式有顯著的幫助。學生亦應知道因式分解可以進一步求方程 $f(x) = 0$ 的解。函數的記法應該運用，而分離係數法及綜合除法的技巧亦可介紹。教師應該用不同類型的例題去測驗學生能否透徹地了解及熟練地掌握因式分解的過程。</p> <p>用因式定理將多項式 $f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$ (其中 a_0, a_1, \dots, a_n 均為整數) 分解成因式時，通常可經過反覆嘗試找尋 a 一數，使 $f(a) = 0$。當 a 為有理數 $\frac{p}{q}$ 時，教師應討論 $px - q$ 為因式的條件，並引出 p, q, a_0, a_n 之間的關係。其後教師可引導學生去訂立一些找尋因式 $px - q$ 的規則，簡化因式分解 $f(x)$ 的方法。</p>

91

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
4			通過 $x^3 + 1$ 及 $x^3 - 1$ 的因式分解，學生可得出恒等式 $x^3 \pm 1 \equiv (x \pm 1)(x^2 \pm x + 1)$ ；由此更可推出標準恒等式 $x^3 \pm y^3 \equiv (x \pm y)(x^2 \pm xy + y^2)$ 。
	4.4 最高公因式 (H.C.F.) 及最小公倍式 (L.C.M.)	3	求整數的 H.C.F. 及 L.C.M. 可加以溫習；由此可導至用因式分解法去求多項式的 H.C.F. 及 L.C.M.。學生應限於使用因式分解法，其他方法不必學習。
92	4.5 簡易分式的運算。	5	學生應可掌握簡易分式四則運算的技巧。雖然教師應通過求多項式的最小公倍式來處理本課題，但學生若能將分數技巧地作直接運算，則亦無不可。不過，教師應通過各種例題，培養學生簡化代數式的技能，而不應將重點放在冗長的運算上。

25

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
5 比例及變數法 目的： (1)進一步學習率、比及比例的知識。 (2)加強練習率、比、比例及變數法的應用。	5.1 繢率、比及比例。 5.2 比及比例的代數運算。 5.3 正變及反變。	4	這是中二單元 1 的延續。在該單元中，學生學習率、比及比例的意義。學生應清楚明白率是不同類的量的比較。因此，率是一個含有名數的量，例如千米每小時。比是同類量的比較，所以比不含名數。學生應可指出：用比去比較兩個量較用兩者的差為佳。例如：20 與 10 及 1000 與 990 的差均為 10，但比却能給我們一個較佳的觀感。 既然學生已學習有關率、比及比例的例題，類似以下的問題可加以討論：含酒精的液體與清水應該依什麼比混合，使原來液體中酒精的百分率降低？學生應清楚了解反比的意義及其應用。在計算工程問題時，以單位量代表一件工程的概念應向學生介紹。
93		5	比及比例的基本規則應加以討論及證明。例如：若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，則 $ad = bc$ 等等。這概念可推廣至連續比例，即：若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ ，則每項等於 $\frac{ika + mc + ne + \dots}{kb + md + nf + \dots}$ ，其中 $k, m, n \dots$ 為常數。如有需要，教師可利用數值闡明上列等式，例如：因為 $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ ，所以 $2 \times 6 = 3 \times 4$ 。 5 學生應清楚了解變數是指某一個量隨着有關的量而變動；這些變動是有規律性的，並符合一定的規則。教

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
5 94			
	5.4 聯變及部分變。	7	<p>師可通過實例如彈簧隨負荷而伸展去解釋應變及自變這兩個概念。</p> <p>一些例子如支付車費為正變；一羣兒童分享一盒朱古力糖為反變。這兩類變數的圖像應加以描繪及討論。教師應着重叫學生留意這些圖像的斜率，藉以求出正變及反變的常數。</p> <p>科學上的例子如氣體的體積、壓力及絕對溫度相應地改變為一種聯變。反之，製造校徽的成本相對於製造校徽的總數為一種部分變。教師可從科學上及日常生活中舉出更多的例子來引起學生的興趣。</p>

21

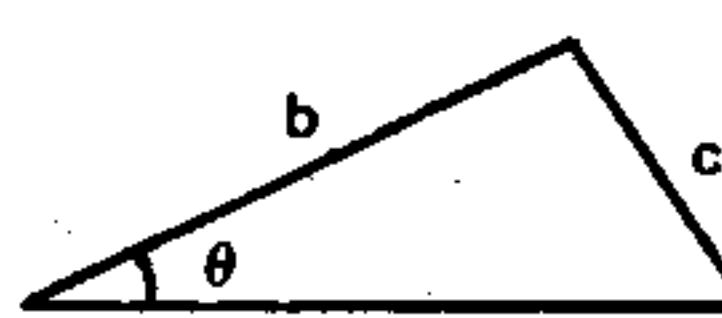
中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
6 繢三角 目的： (1)學習弧度法的概念。 (2)學習正弦、餘弦及正切在0至 2π 弧度，即 0° 至 360° 區間的函數。 (3)解簡易三角方程。 (4)學習三角形面積公式及正弦、餘弦公式。 (5)學習解三角形的技巧。	6.1 角的量度：以弧度為單位。 6.2 弧長及扇形的面積。 6.3 在0至 2π 弧度，即 0° 至 360° 區間正弦、餘弦、正切的函數及圖像。 6.4 簡易三角方程(在0至 2π 弧度，即 0° 至 360° 區間的解)。	2 2 4 6	<p>學生應明瞭弧度的意義及其在今後數學中的應用。</p> <p>學生已學習用比的方法求弧長及扇形的面積。現在他們應可以求出下列公式：</p> $HPK = r \theta, \theta \text{ 為弧度單位}$ <p>扇形HOKP的面積 = $\frac{1}{2}r^2 \theta, \theta \text{ 為弧度單位}$。</p> <p>為方便起見，教師可利用坐標去介紹在0至2π弧度，即0°至360°區間內正弦、餘弦及正切函數的定義。只要學生能夠從基本原理求出任何角的三角函數及引出公式，教師可准許他們在計算時運用這些公式或倚靠一些幫助記憶的口訣；此舉由於學生可用電子計算機而更感重要。</p> <p>在描繪0至2π弧度，即0°至360°區間的圖像時，學生會發覺採用相隔$\frac{\pi}{6}$ (即30°)的標度較為方便。教師可引導學生了解正切圖像如何及在何處接近無限大。</p> <p>在此階段，三角方程的解最好以實例闡明。最初，教師可借助一些簡易三角函數的圖像，讓學生自行找出三角方程的解。經過相當練習，教師應教授學生利用四位數表去解三角方程(包括可分解因式的二次方程)。所有的解應在0至2π弧度，即0°至360°區間。</p>

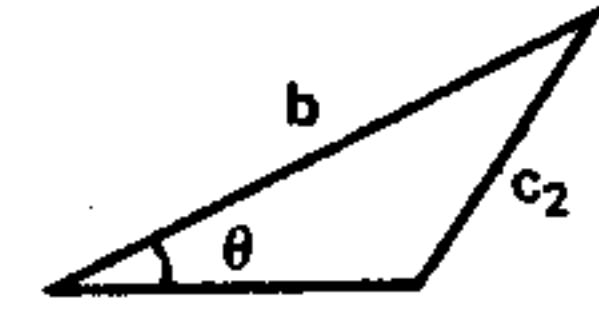
中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
6			雖然三角方程有無限的解，但在此階段，無需涉及方程的通解。
6.5 以 $\frac{1}{2}bc \sin A$ 求三角形面積。	2		若三角形的任何兩邊及其夾角為已知，則其面積可用左列公式求得。教師應以實例闡明公式適用於銳角及鈍角。
6.6 三角形的正弦公式及餘弦公式。	10		學生應明白正弦公式及餘弦公式的導出過程。 正弦公式可借助以上小單元的知識導出。當遇到已知兩邊及一非夾角的兩義情況時，教師應借助下圖加以解釋：

情況(I)



情況(II)



餘弦公式可由畢氏定理或下列三個恒等式導出：

$$a = b \cos C + c \cos B$$

$$b = a \cos C + c \cos A$$

$$c = b \cos A + a \cos B$$

值得一提的是：畢氏定理是餘弦公式的一特殊情況。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
6			應該提醒學生：在已知足夠的邊及角去確定某一三角形的情形下，正弦公式及餘弦公式已足以解任何三角形。學生應研習這兩個公式的基本應用。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
7 等差及等比級數 目的： (1)認識等差及等比級數。 (2)學習 Σ 記號的使用。 (3)學習等差及等比級數的一些性質。 (4)學習等差及等比級數的求和法。	7.1 序列和級數。	2	透過對數型的認識，學生不難理解序列一詞是指一組有規律、依次序排列的數。不過對於級數的意義則較難以明白。教師亦不用對級數一詞下嚴格的定義，可利用多些例子，特別是數字的，去加以解釋。 教師可與學生討論一些特殊的數型，例如三角形數、正方形數、矩形數等，作為此課題的延續。但不應對此等數型作深入探討。 學生應知道何謂一個序列的通項，並能從已知通項寫出該序列的首若干項。
	7.2 等差級數和等比級數。	4	學生應能辨別等差和等比級數，同時能寫出已知級數的通項。當學生有足夠的練習後，可討論一些公差或公比為負數、分數或平方根等的級數。學生亦應懂得如何在已知級數的兩項中加插若干項。
	7.3 Σ 記號。	3	在學習等差級數和等比級數的求和法前，教師可先介紹 $\sum_{i=1}^n x_i$ 記號。為了簡化，可把記號寫成 $\sum x_i$ ，更可寫成 $\sum x$ 。在運算時，只要不會引起混淆， $\sum x$ 記號會比較容易和方便處理。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
7	7.4 等差及等比級數的求和法。	5	<p>下列兩個性質對學習下一個單元會有幫助；教師可予介紹，但不需在此階段加以證明。</p> <p>(a) $\sum(ax \pm by) = a\sum x \pm b\sum y$</p> <p>(b) $\sum(x \pm y)^2 = \sum x^2 \pm 2\sum xy + \sum y^2$</p> <p>在討論求和公式時，教師可用$\Sigma$記號或其他方法加以證明，然後引入實例。學生不用重複那些證明。至於無限等比級數，可略與討論，並舉例說明，但不用深究。</p>

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議																
8 概率和統計 目的： (1)進一步認識概率和統計。 (2)將概率的基本定律應用於簡單問題。 (3)學習分佈的概念及其離差的量度。 (4)學習平均值和標準差的一些應用。	8.1 加法和乘法定律。 8.2 加權平均數。	7	<p>本小單元是中三單元 9 的延續。當學生熟悉概率的概念後，很自然就會考慮一些較複雜的問題。老師可透過擲骰子或硬幣及抽取紙牌等例子去說明「互斥事件」和「獨立事件」的概念，並可利用計算例題說明加法定律。至於乘法定律的概念，可視為一個概率乘以一個分數。在此階段，毋需給予學生正式的定義。</p> <p>開始時，最好讓學生運用一般常識去處理問題，然後老師把處理問題的技巧總結，引出加法和乘法定律。選用的計算例題，除包括理論概率，亦應包括實驗概率。例如：如果得子的概率是 0.55，求任何一家庭有一子一女的概率。</p> <p>6 中三單元 11 所討論的頻數分佈的算術平均數只不過是按頻數加權的算術平均數，可用作加權平均數的例子。加權平均數的概念在實際生活中是很常見的。教師應很容易找到日常生活的例子去說明加權平均數的應用。</p> <p>例：</p> <p>下列是 T_1 和 T_2 兩學生的考試成績：</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <th></th> <th>T_1</th> <th>T_2</th> <th>每週上課節數</th> </tr> <tr> <td>中文</td> <td>70</td> <td>90</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>英文</td> <td>65</td> <td>60</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>數學</td> <td>85</td> <td>61</td> <td>5</td> </tr> </table>		T_1	T_2	每週上課節數	中文	70	90	10	英文	65	60	8	數學	85	61	5
	T_1	T_2	每週上課節數																
中文	70	90	10																
英文	65	60	8																
數學	85	61	5																
100																			
8			那位學生的考試成績較佳？																
101			解答這個問題，我們可以考慮兩位學生的平均積分：																
			T_1 的平均積分是 $\frac{70+65+85}{3} = 73.33$																
			T_2 的平均積分是 $\frac{90+60+61}{3} = 70.33$																
			那麼， T_1 的考試成績較佳。																
			如果我們按每週上課節數計算兩位學生的平均積分：																
			T_1 的加權平均數是 $\frac{70 \times 10 + 65 \times 8 + 85 \times 5}{10 + 8 + 5} = 71.52$																
			T_2 的加權平均數是 $\frac{90 \times 10 + 60 \times 8 + 61 \times 5}{10 + 8 + 5} = 73.26$																
			那麼， T_2 的考試成績較佳。																
			我們還有別的結論嗎？																
			8.3 離差的量度： 分佈域、平均差、方差和標準差（分組和不分組數據）。																
		6	在統計學中，我們相信一組數據是不可能完全相同的。老師可用下列例子加以說明： (a)高度相等的兒童的體重； (b)不同兒童量度一個圓形的直徑所得的結果；																

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
8			那位學生的考試成績較佳？
101			解答這個問題，我們可以考慮兩位學生的平均積分：
			T_1 的平均積分是 $\frac{70+65+85}{3} = 73.33$
			T_2 的平均積分是 $\frac{90+60+61}{3} = 70.33$
			那麼， T_1 的考試成績較佳。
			如果我們按每週上課節數計算兩位學生的平均積分：
			T_1 的加權平均數是 $\frac{70 \times 10 + 65 \times 8 + 85 \times 5}{10 + 8 + 5} = 71.52$
			T_2 的加權平均數是 $\frac{90 \times 10 + 60 \times 8 + 61 \times 5}{10 + 8 + 5} = 73.26$
			那麼， T_2 的考試成績較佳。
			我們還有別的結論嗎？
			8.3 離差的量度： 分佈域、平均差、方差和標準差（分組和不分組數據）。
		6	在統計學中，我們相信一組數據是不可能完全相同的。老師可用下列例子加以說明： (a)高度相等的兒童的體重； (b)不同兒童量度一個圓形的直徑所得的結果；

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配

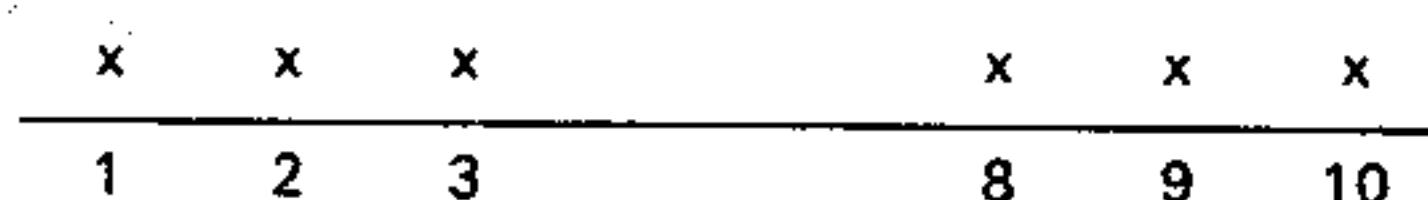
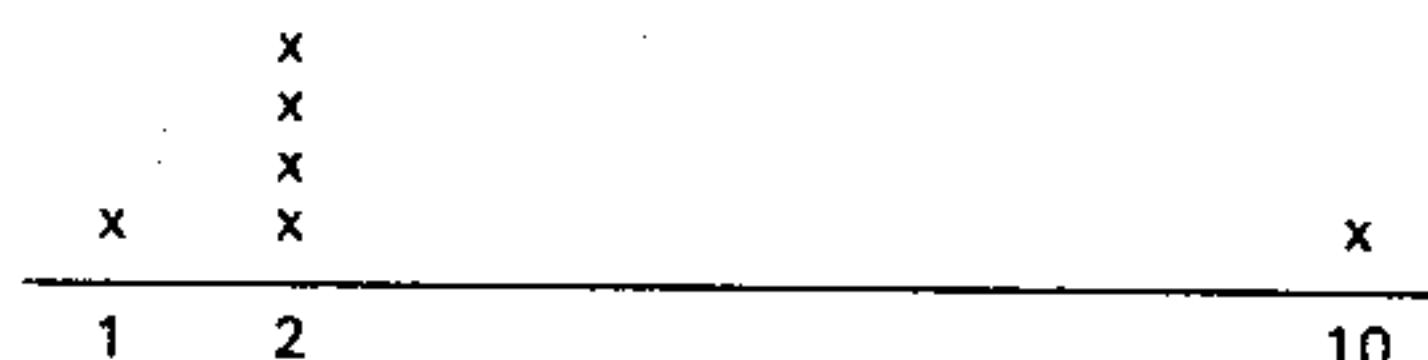
教學建議

8

- (c) 一班同學對天花板高度的估計；
- (d) 人數相等的家庭每月的開銷；
- (e) 同一牌子的米在不同商店的售價。（可讓學生收集上述數據，使他們對數據的可變性有更深刻的認識。）

我們可用分佈域、平均差、方差或標準差去量度一組數據的可變性（離差）。

量度一組數據的離差，最簡單是計算其分佈域。分佈域就是數據中最大和最小值之差。這種量度方法的缺點就是沒有考慮數據中其他的數值。因此，下列兩個分佈的離差雖然不相同，但他們的分佈域却相等。



一個較佳的量度離差的方法是平均差

$$= \frac{1}{n} \sum f |x - \bar{x}|,$$

這是求出各個數據與平均值之差的平均數。教師應詳

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配

教學建議

8

細解釋平均差如何能量度一個分佈的離差，並應解釋絕對值的符號。

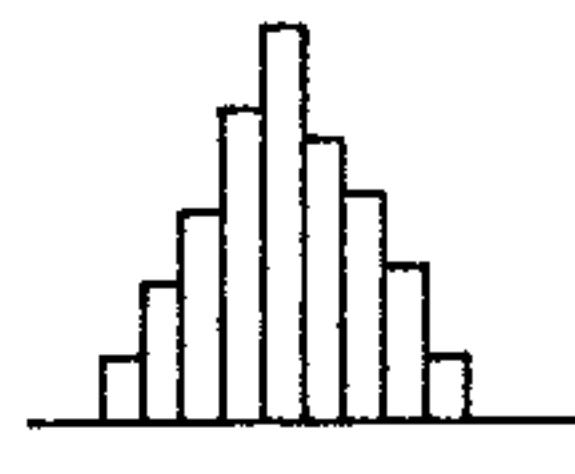
由於計算時絕對值的符號的處理相當困難，我們可考慮另一量度離差的方法：

$$\text{方差} = \frac{1}{n} \sum f (x - \bar{x})^2$$

這樣計算每個數據與平均值之差的平方，便可不用處理絕對值的符號。但其缺點是把乘冪倍大。如果要與原來數據有相同的乘冪，可計算標準差 S ：

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum f (x - \bar{x})^2}$$

教師應指出在一分布中圖像與標準差的關係。在此階段，學生只需認識圖像的闊窄應視標準差之大小而定。例如：



S 的數值小



S 的數值大

102

103

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配

教學建議

8

8.4 計算標準差的方法(分組和不分組數據)。

9

學生應能掌握平均值和標準差的意義。這較能否掌握計算技巧更為重要。每次討論一個分佈時，教師可問學生：「位於距平均值一個標準差範圍內的數據有百分之幾？兩個標準差範圍內的又有百分之幾？…？」然後告訴學生：在日常生活、商業和工業上見到的分佈，特別是那些圖像是個鐘形的，大多數約有三分之二的數據位於距平均值一個標準差範圍內。同時，差不多全部數據都在三個標準範圍內。

教師不需與學生研究常態分佈。

雖然在一些計算機上，我們只需按有 S 或 σ 記號的鍵子，便可得到標準差的數值，學生仍需懂得如何計算標準差。最直接的方法，就是按定義公式計算。另一個方法就是用下列公式：

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum f x^2 - (\frac{1}{n} \sum f x)^2}$$

教師可引導學生從定義公式演算得上述公式，讓學生知道兩個公式是相等的，但不需學生牢記演算方法。

(教師應知道很多計算機是用下列公式計算標準差 S 的：

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum f (x - \bar{x})^2}$$

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配

教學建議

8

8.5 標準差的應用。

這是當抽取樣本作計算時，能取得較佳的總體標準差之計算方法。有些計算機有兩個鍵子分別供給兩個公式計算出來的數值。)

9 教授標準差時，重點是要學生將標準差視為分佈的離差(可變性)的一種量度方法，而不是要學生從事於標準差的繁複計算。教師毋需給予學生太多的運算練習，而可用下列例題去說明標準差的應用：

例一(標準分)

標準分 $Z = \frac{x - \bar{x}}{s}$ 是從原始分換算出來，作比較之用。教師對 $x - \bar{x}$ 和 $\frac{x - \bar{x}}{s}$ 的意義應加以解釋。標準分通常是用來比較學生在不同考試的表現。以十位同學的歷史和地理積分為例，如果某同學 D 在歷史科得 82 分而地理科得 69 分，他那一科的表現較佳呢？

學生	積分	
	歷史	地理
A	95	60
B	90	50
C	80	55
D	82	69
<hr/>		
E	79	61
F	60	68
G	70	70
H	85	59
I	75	71
J	68	72

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配

教學建議

8

從表面來看，D的歷史成績比較好。但如果我們小心審查全班的積分，可能有一個完全不同的看法。

$$\begin{array}{ll} \bar{x}_1 = 78.4 & \bar{x}_2 = 63.5 \\ S_1 = 9.99 & S_2 = 7.17 \\ Z_1 = \frac{82 - 78.4}{9.99} & Z_2 = \frac{69 - 63.5}{7.17} \\ = 0.36 & = 0.77 \end{array}$$

假定全班同學在兩科的成績是一致的，那麼從另一個角度來看，我們很有理由認為上述那位同學的地理科成績比歷史科為佳。

例二(電燈泡的壽命)

試驗結果顯示某一牌子電燈泡的壽命對稱地分佈於其平均壽命之左右。如果平均壽命是2 000小時，標準差是80小時，那麼我們預測百分之幾的電燈泡會有
(a)超過1 920小時的壽命？
(b)超過2 080小時的壽命？

例三(標準差作為精確度的一種指示)

用A、B兩件工具將某一數量量度相同次數(例如用每件工具量20次)。用工具A所得的標準差是2.6個單位；用工具B所得的標準差是1.6個單位。那件工具比較精確？

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配

教學建議

8

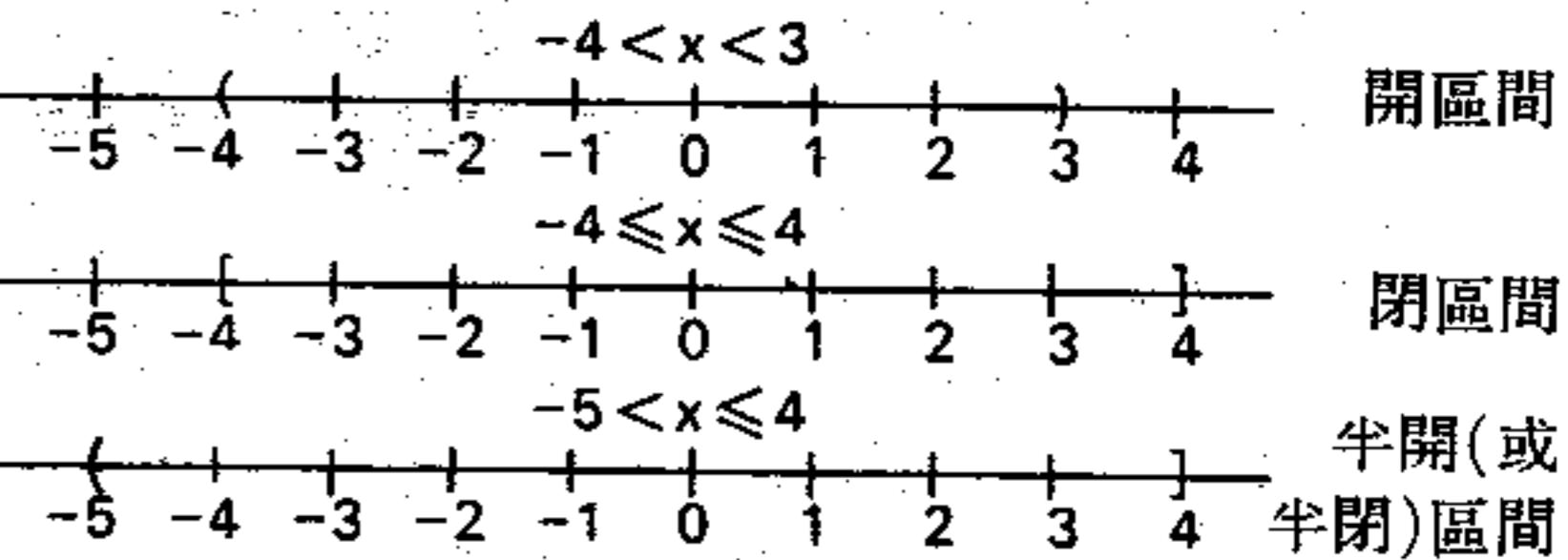
例四(用標準差去量度數據的不一致性)

兩間工廠分別僱用相同數目的工人。分析工人所得的月薪，知道甲工廠工人月薪的標準差是200元而乙工廠的是50元。那間工廠給予工人的月薪較為一致？

例五(用標準差去訂定可接受的極限)

用機器把糖包裝，每袋註明重 μ kg，但每袋的實際重量未必相等於 μ kg，可能較重，亦可能較輕。如果一袋糖比註明的重量輕很多，顧客可能會要求退款。一般來說，以貨品註明的重量減去標準差的數倍所得的值作為重量的最低極限(例如 $\mu - 3\sigma$)。因此，如果重量註明為1 kg，標準差為20 g，而顧客所買的一袋糖重量少於0.94kg，他可以要求退款。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
9 不等式 目的： (1)學習在數線和平面上繪畫代數不等式的圖像。 (2)學習代數不等式的解法及其在線性規劃問題上的應用。 (3)學習列表法去解二次不等式。	9.1 數線及一元一次不等式的解。	4	學生在中一至中三已學習過這課題。教師可由 $x > a$ 或 $x < b$ 這類例子入手，進而考慮一般不等式 $ax + b > c$ 。教授時用顏色粉筆在數線上繪畫區間是很有效的方法。有 \geq 號的不等式亦應同樣地加以討論。「開區間」及「閉區間」等名詞亦應介紹及加以討論。在數線上繪畫開區間及閉區間的方法有多種，下列例子是其中之一：
			

9.2 一元二次不等式。

4 求解 $(x+5)(x-7) < 0$ 或 $(x+5)(x-7) \geq 0$ ，可列一個表如下面所示：

x	...	-5	...	7	...
$(x+5)$	-	0	+	+	+
$(x-7)$	-	-	-	0	+
$(x+5)(x-7)$	+	0	-	0	+

用圖像顯示，可幫助學生明白所得的解。
能力較高的學生可考慮較深的例題，如

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
9			$(x-1)(x+2)(x+4)(x-7) < 0$ 或 $\frac{(x-1)(x+2)}{(x+4)(x-7)} \geq 0$ 。
	9.3 二元線性不等式的解。	7	教授本小單元時，可由簡易的一元不等式引入至較複雜的二元不等式。下列是所用例子次序的舉例：
			(a) $y > c$ (d) $x > c$ 或 $y > d$ (b) $y > d$ (e) $x + y > a$ (c) $x > c$ 及 $y > d$ (f) $ax + by > c$
			有 \geq 號之不等式亦應同樣地加以討論。此外應在黑板上把每個例子的解整齊地用圖像顯示；如可能的話，應使用顏色粉筆。如能使用高映機、圖像黑板、磁性圖像黑板或釘板，是最好不過。在討論二或三個線性不等式(通常不超過三個)時，教師如非形式地使用「併集」及「交集」兩詞，對講解可能會有幫助。
	9.4 在線性規劃方面的應用。	4	本小單元是有關線性不等式的應用。教科書中有很多涉及兩個變元的線性規劃的例子。教師應介紹一些比較實際和有意義的問題，在此階段，線性規劃的學習不重理論化，而討論範圍應局限於圖解法。

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
10 三角學的應用 目的： 應用三角學知識去解二維及三維空間的問題。	10.1 真方位角。 10.2 二維及三維空間的簡易應用題。	2 9	<p>學生在中三已學過兩種表示方向的主要方法：真方位角和象限法。在目前的計算中，學生應使用真方位角。簡易的應用題，包括自甲點至乙點的方位角與自乙點至甲點的方位角，都應加以討論。</p> <p>與正弦和餘弦公式有關的實際問題，無論是在二維或三維空間的，在在皆是。而與最大斜率綫有關的問題，相信會引起學生的興趣。在三維空間中，學生應研究怎樣去求解與下列各項目有關的簡易問題：</p> <ul style="list-style-type: none"> (a) 兩相交直綫之交角， (b) 一直綫與一平面之交角， (c) 兩相交平面之交角。 <p>同時，只應涉及能用直角三角形求解的問題。 鐵綫模型或立體教具對教師的講解，相信會有一定的幫助。</p>

11

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
11 直線和圓在坐標系統的處理方法 目的： (1)了解軌跡的概念作為進一步學習簡單圓錐曲綫的基礎。 (2)分別找出平行綫斜率及垂直綫斜率的關係。 (3)從坐標觀點看圓，並學習圓的方程。 (4)明白直線和圓相交的各種可能情況。	11.1 建立軌跡的概念。 11.2 平面軌跡的作圖。 11.3 直線、斜率、平行綫和垂直綫。	2 5 8	<p>盡量用很多實際方法引入這個概念，例如移動的點、綫、面積和物體所經的軌道。</p> <p>作圖可包括一移動點分別與下列各項保持固定距離時的軌跡：</p> <ul style="list-style-type: none"> (a) 一固定點， (b) 兩固定點， (c) 一固定直綫， (d) 兩固定直綫。 <p>學生可用一些簡單工具，例如繩、繪螺綫儀和機械繪圖儀，去繪畫拋物綫、橢圓、旋輪綫和其他類別的軌跡。</p> <p>選用的工具必需適當，使能按指定的條件繪畫軌跡。</p> <p>複習直線 $y = mx + c$，並強調直線的斜率即為該綫與 x 軸之交角 θ 之正切。學生既已知道 $\tan \theta$ 對任意角的定義，要說明無論 θ 是鈍角或銳角，$m = \tan \theta$，將無任何困難。因此，無論 θ 是鈍角還是銳角，如果 $m_1 = m_2$，則兩直綫平行。</p> <p>要說明垂直綫斜率的關係：$m_1 m_2 = -1$，可利用有關三角形外角的定理和 $\tan(90^\circ + \theta) = -\frac{1}{\tan \theta}$ 但不應在此階段引用倍角。$\theta = 90^\circ$ 之情況可另行討論。</p>

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
11			以上的知識，若連綫段中點的性質一併使用，就可與其他幾何單元進一步聯繫起來。有關平面圖形性質的習題，例如平行四邊形的對角綫互相平分，會使學生知道坐標系的用處。
112	<p>11.4 圓心在原點的圓的方程。</p> <p>11.5 在任意位置的圓的方程。</p> <p>11.6 直線與圓的相交。</p>	<p>3</p> <p>6</p> <p>6</p>	<p>引導學生利用距離公式找出圓心在原點而半徑為 r 的圓的方程。透過一些例子，學生會發現圓的方程可寫成 $x^2 + y^2 = r^2$。</p> <p>學生也應知道，如果已知方程可寫成上式，那麼它代表一個圓，其圓心在原點而半徑等於 r。</p> <p>可與學生討論一般的情況：圓心不在原點而它的坐標是 (h, k)。透過一些練習，學生會發現圓的方程可寫成：</p> $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \text{ 或}$ $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ <p>如果一已知方程可寫成上列形式，學生應知道它代表一個圓，同時知道圓心的位置及半徑的長度。</p> <p>經過不在一直線上三點的圓的方程，亦應加以討論。</p> <p>直線與圓是否通常相交於兩點呢？教師應與學生討論所有可能情況，同時應連同二次方程的根一起討論，特加是當二次方程有二重根。幾何中切線的概念可用代數條件 $b^2 - 4ac = 0$ 來表示。能力較高的學生，可嘗試較</p>

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
11			深的習題，例如根據一些已知簡單條件，求切線的方程。

中四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配 教學建議

12 簡易方程的近似解

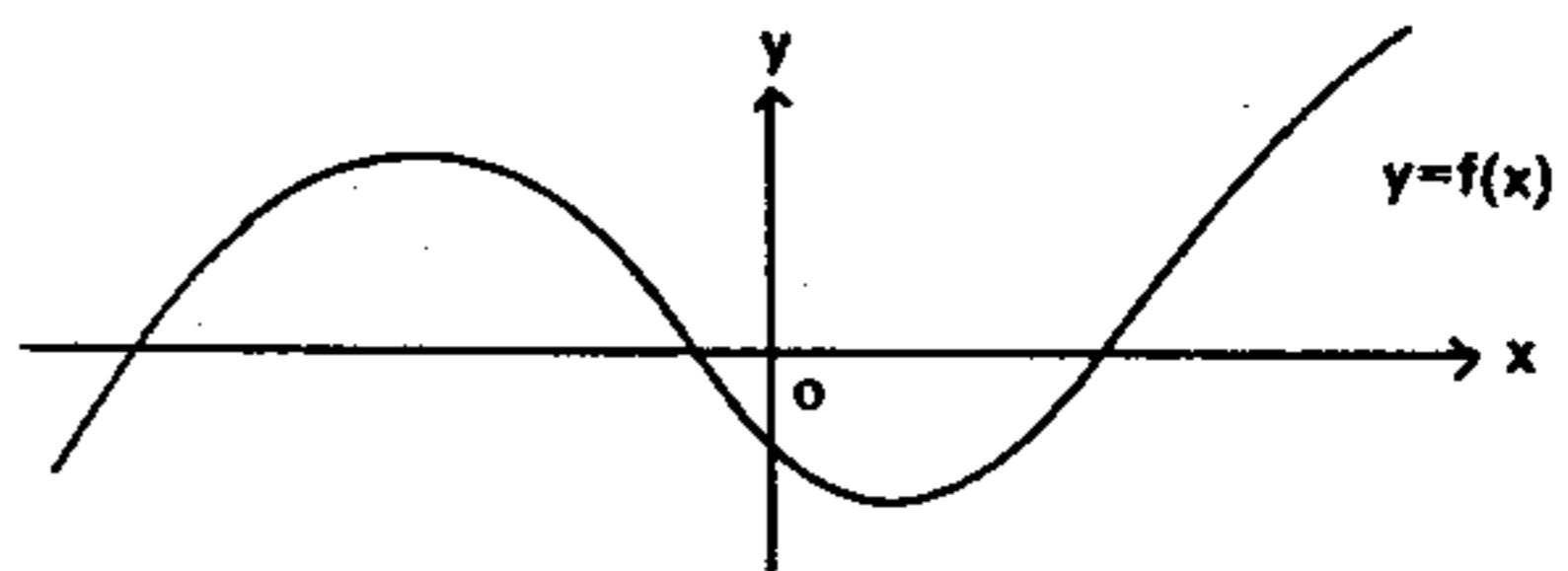
目的：

- (1)溫習及加深用圖像表示方程的概念。
- (2)學習簡易方程的圖解法。
- (3)學習以分半方法求解簡易方程至指定的準確度。

12.1 方程的圖解法。

5 在此階段，學生應能解有實根的二次方程。再進一步，教師可引導學生去探討其他簡易方程的解，例如 $x = \cos x$, $x^3 - x - 2 = 0$ 。這些方程很多都不能用代數方法去求出準確解的，但其中大部份都可以利用圖解法求出近似解。教師應與學生溫習在中三（小單元8.3）所學習的以圖像表達及求解二次方程的方法。

簡易方程的圖解法有多種。一種方法是把方程寫成 $f(x) = 0$ ，選擇適當的 x 值域，利用計算機算出對應的 $f(x)$ 值，並以表格列出 x 及 $f(x)$ 的值，然後繪出 $y = f(x)$ 的圖像。在方程 $f(x) = 0$ 中、實根所在之處 $y = 0$ ，因此方程的根便是當圖像橫過 x 一軸時 x 的值，這是可以從圖像中讀出的。



另一常用的方法是把方程寫成 $x = g(x)$ 的形式，後繪出 $y = g(x)$ 和 $y = x$ 的圖像。從兩圖像的交點便可求得方

中四、五

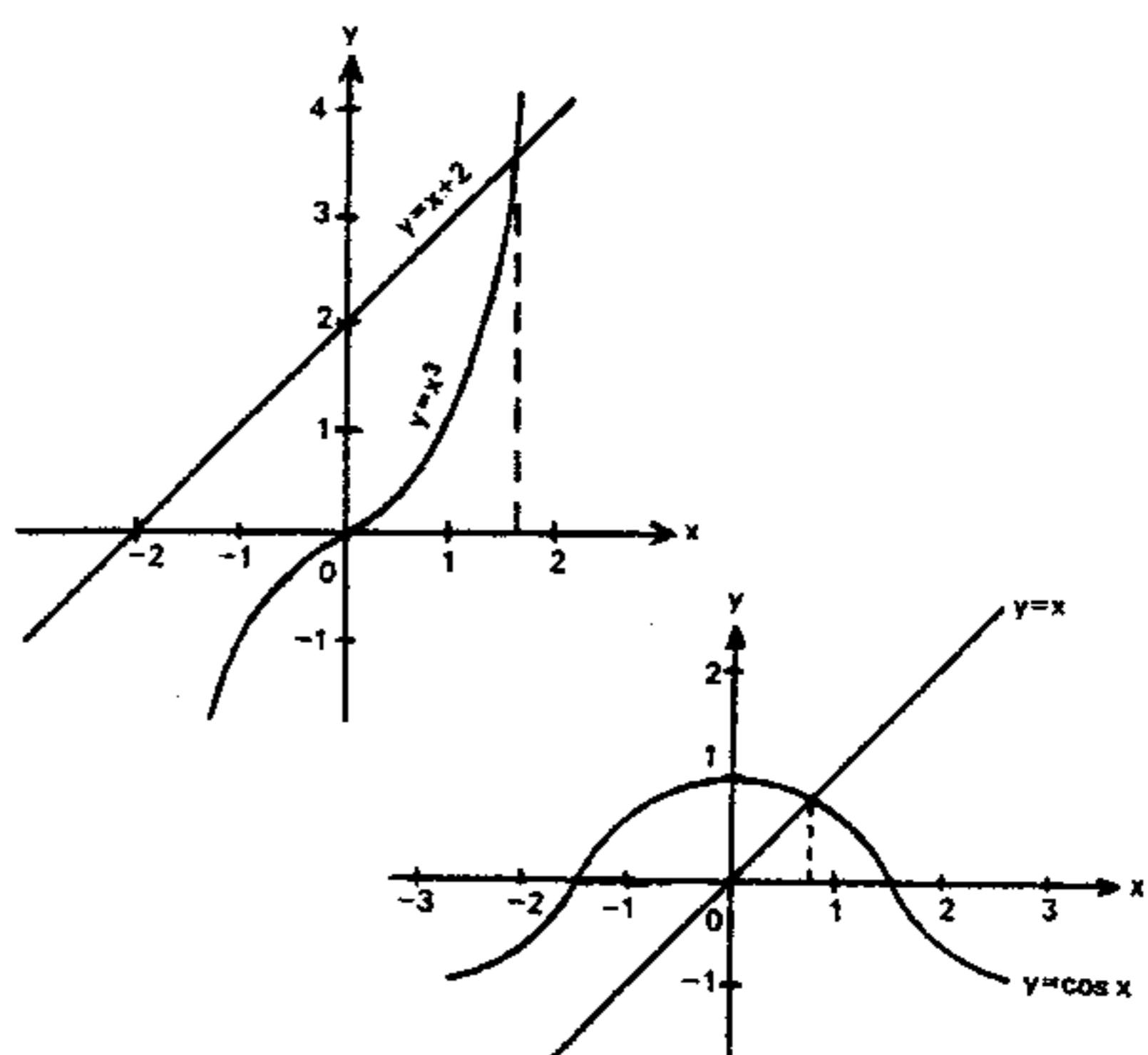
單元 教學綱要/目的

內容

時間分配 教學建議

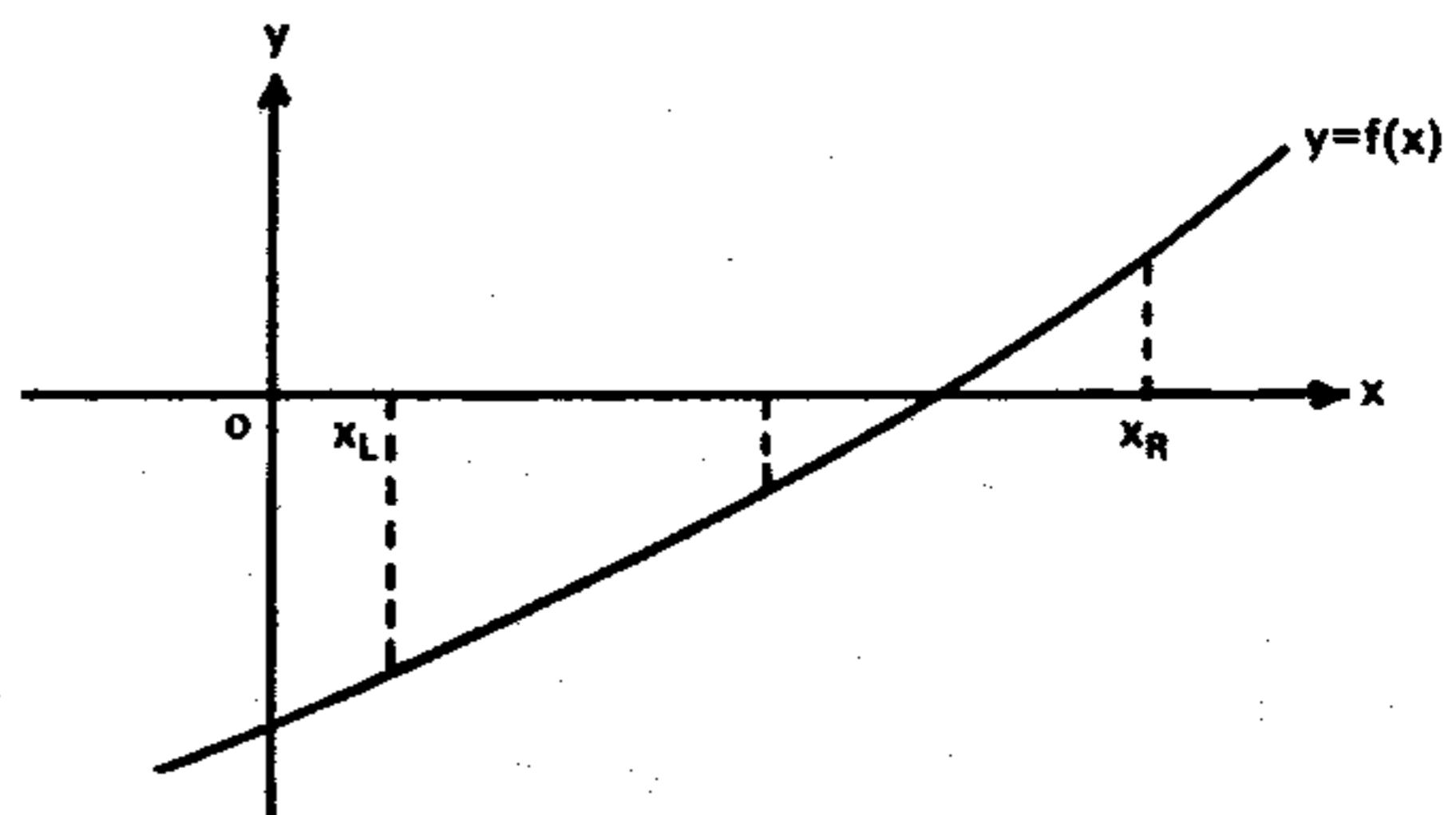
12

程之根。通常我們還可以把方程 $f(x) = 0$ 改寫成 $g(x) = h(x)$ 的形式，而其根可從 $y = g(x)$ 及 $y = h(x)$ 兩曲線的交點求得。教師應把這些方法加以比較，並應提醒學生，假如這兩條曲線差不多相交成直角，我們便能更容易和更準確地讀出答案；這亦可視為選擇何種圖解法的一項準則。



中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
12	12.2 分半方法。	10	<p>圖解法對很多簡易方程都很有效，但其缺點是答案的準確度難以控制。若要把答案計算至指定的準確度，一個簡易的方法便是分半方法。應用這個方法時，我們首先要找一個包括有一個根的區間，然後逐次把這個區間縮小一半，直至最後這個愈來愈小的區間逼近根之所在。</p>



一個包括一個單根的區間 $x_L < x < x_R$ 有以下性質：
 $f(x_L)$ 和 $f(x_R)$ 有不同正負號，即 $f(x_L) f(x_R) < 0$ 。

教師可透過下述的例題作介紹：
 求 $\log x - 1.2 = 0$ 的實根準確至兩位小數。（對數是以10做底的）

中 四、五

單元 教學綱要/目的	內容	時間分配	教學建議
------------	----	------	------

12 這個根的第一個近似值可利用圖解法求得，另一個方法是利用下表來找出第一個包括根的區間：

x	f(x) = \log x - 1.2
1	- 1.2
2	- 0.598
3	0.231

∴ 根的正確數值 x_0 一定在 2 至 3 之間，因此下一步我們計算 $f(2.5)$ 。

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配 教學建議

12

計算的步驟以容易明白的表格形式列出如下：

x	$f(x) = x \log x - 1.2$	觀察及下一步驟
2.5 3.0	-0.205 1 0.231 4	$\therefore 2.5 < x_0 < 3.0$ 下一步求 $f(2.75)$; $f(2.75) = 0.008 2$
2.5 2.75	-0.205 1 0.008 2	$\therefore 2.5 < x_0 < 2.75$ $f(2.625) = -0.099 8$
2.625 2.750	-0.099 8 0.008 2	$\therefore 2.625 < x_0 < 2.750$ $f(2.688) = -0.045 7$
2.688 2.750	-0.045 7 0.008 2	$\therefore 2.688 < x_0 < 2.750$ $f(2.719) = -0.018 8$
2.719 2.750	-0.018 8 0.008 2	$\therefore 2.719 < x_0 < 2.750$ $f(2.735) = -0.004 9$
2.735 2.750	-0.004 9 0.008 2	$\therefore 2.735 < x_0 < 2.750$ $f(2.742) = 0.001 2$
2.735 2.742	-0.004 9 0.001 2	

因 $2.735 < x_0 < 2.742$, 所以

$x_0 = 2.74$ 準確至兩位小數。

步驟中若附加一連串的簡圖則會把過程描述得更清楚。

中 四、五

單元 教學綱要/目的

內容

時間分配 教學建議

12

附註：

(a) 在此階段，只宜涉及有單根的方程。有等根的方程或一般分半方法不能處理的情形可略加討論，但並不需要學生能求解這一類問題。

(b) 分半方法的優劣不宜在此階段詳加討論。因為沒有介紹其他計算方法作比較，學生未必能全面領會。不過，經過練習一些例題之後，學生便會明白(i)這個方法對大部分簡易方程都適用；(ii)要達到某一指定的準確度，可能需要相當多次的迭代。

(c) 所需迭代的次數計算如下：假如最初包括着根的區間濶度是 w ，經過 n 次迭代之後，濶度已縮小到 $(\frac{1}{2})w$ ，要準確至兩位小數的話，這個濶度 < 0.01 ，因而

$$n > \frac{\log(100w)}{\log 2}.$$