

# 純粹數學科課程及評估指引(高級程度) 與 中學課程綱要-純粹數學科(高級程度)1992 內容對照

本純粹數學科課程及評估指引(高級程度)是由一九九二年編訂之中學課程綱要純粹數學科(高級程度)修訂而成，主要是刪除或減少其中一些課題。為方便教師參考，這些課題以  方格覆蓋。說明及備註則列於  方格內，讓教師較易掌握教學的內容和深度。

## 3. 課程

### 單元 A1：數學語言

特定目標：

- (1) 理解基本的集合語言。
- (2) 理解基本邏輯。

內容	時間分配	教學建議
1.1 集合語言	5	<p>有關本節需要引入的基本術語包括集、元素、子集、母集、冪集、空集、等集、不相交的集、全集、交集、併集、餘集和積集等。在引入上列的概念時，手法毋須過於嚴謹，惟教師宜於施教時能廣泛採用多樣化的簡單而實質的生活化例子來支援教學。有關的常用符號和記號亦應加以說明。以下是一些參考資料：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) 一般來說，集是用大字母來代表的而小字母則代表元素。以下是一些常用的數集及其代表符號： <ul style="list-style-type: none"> <li>自然數集    N</li> <li>整數集        Z; I</li> <li>有理數集    Q</li> <li>實數集        R</li> <li>複數集        C</li> </ul> </li> <li>(2) 集通常可用表列式 (即表列其所有元素) 如 <math>A = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}</math>        或命題式 <math>\{ x : p(x) \}</math> 如 <math>A = \{ x : x \leq 10, x \text{ 為正偶數} \}</math> 來表達。</li> <li>(3) 在講解有關交集、併集和餘集的課題時，教師可引入一些有關的簡單而直接的運算法則和借助范氏圖所提供的直觀了解來說明一些概念如「交換的」、「結合的」和「分佈的」等。</li> </ol>
1.2 基本邏輯	5	<p>在本節需要引入的基本術語包括語句 / 命題、真值、合取、析取、否定式、條件式和雙條件式、等價句語、等價、蘊合式、量詞、例及反例。至於透過運用真值表來闡釋</p>

ii

內容	時間分配	教學建議
12		<p>上列的連詞是一可行的辨法，惟在講解條件式和雙條件式時，重點的說明宜置於「若且」及「若且僅若」的形態，務使學生能充份掌握這兩種廣泛出現於數學研習中的概念。在施教時，教師應提供足夠的相關的生活化事例以助說明，而學生亦應能相對地提供例子以強化學習。整體來說，以課堂的討論形式來引入這些概念的方法比透過純理論的分析方法更為值得注重。</p> <p>為着加強學生對於「充份條件」、「必要條件」和「充要條件」的認知，教師宜就下開所提供的兩命題例子與學生作課堂的討論和探索，從而了解何種條件適用於該等例句中：</p> <p>(1) <math>x</math> 和 <math>y</math> 均為整數；<math>xy</math> 為整數。            (2) <math>x</math> 和 <math>y</math> 均為偶數；<math>x + y</math> 為偶數。            (3) <math>x</math> 和 <math>y</math> 均為偶數；<math>x + y</math> 及 <math>xy</math> 均為偶數。            (4) 方程 <math>ax^2 + bx + c = 0</math> 有等根；<math>b^2 - 4ac = 0</math></p> <p>再者，教師亦應將  <math>(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)</math> (逆反命題)</p> <p>的意義運用上列的例句詳加說明和演繹。同時亦可提供一些運用反證法(歸謬法)的論證來作示範，以資鞏固。其中證明 <math>\sqrt{2}</math> 為無理數者尤為常用的例子。</p>
	10	

## 單元 A2：函數

### 特定目標：

- 將函數作為學習其他數學單元的基本工具。
- 繪畫及描述不同的函數。

內容	時間分配	教學建議
2.1 函數及其圖像	2	<p>應教導學生認識清楚函數的定義，但函數的嚴格定義可不需深究，並可採用下列方式來說明函數的定義：  <math>f: A \rightarrow B</math>，<math>f</math> 為一由 <math>A</math> 至 <math>B</math> 的函數</p> <p>假若 <math>A</math> 集中的每一元素均以某種方式匹配 <math>B</math> 集的唯一元素。<math>A</math> 集稱為 <math>f</math> 的定義域，<math>B</math> 集稱為 <math>f</math> 的值域。因函數 <math>f</math> 關係而對應於 <math>A</math> 集中元素 <math>x</math> 的 <math>B</math> 集元素，通常用 <math>f(x)</math> 表示，並稱為 <math>x</math> 在函數 <math>f</math> 下的像。<math>f[A]</math> 則稱為 <math>A</math> 集在函數 <math>f</math> 下的像點集。在此，真值函數的意義須特別強調，因為它們在本課程的其他單元中有廣泛使用，學生並須懂得如何繪畫函數的圖像。</p>
2.2 函數的性質及運算	4	<p>學生應該清楚知道內射、滿射和對射函數的定義，並能將它們分辨和將它們應用於解答有關問題。教師可採用下列提供的方法：            函數 <math>f: A \rightarrow B</math> 為</p> <p>(i) 內射(一個對一個)若且僅若對集 <math>A</math> 中的元素 <math>a_1, a_2, a_1 \neq a_2</math> 蘊涵 <math>f(a_1) \neq f(a_2)</math>，或者等價地，<math>f(a_1) = f(a_2)</math> 蘊涵 <math>a_1 = a_2</math>；            (ii) 滿射若且僅若 <math>f[A] = B</math>；            (<math>B</math> 集之中的每一元素均為 <math>A</math> 集之中某一元素的像點。)            (iii) 對射(一一對應)若且僅若 <math>f</math> 為一內射和滿射函數。</p> <p>此時，教師應該已替學生在反函數 <math>f^{-1}</math> 的定義做好了預備，並可以推論出下列性質：  <math>f</math> 為一對射函數若且僅若其反函數 <math>f^{-1}</math> 存在。</p> <p>再者，函數與其反函數(如存在的話)的圖像僅為直線 <math>y = x</math> 上的反射。這個性質應用足夠的例子來加以說明。</p>

