單元 A5：正整指數的二項式定理

特定目標：

1. 學習及應用正整指數的二項式定理。
2. 學習二項式定理係數的簡單性質。

24

內容	時間分配	教學建議
5.1 正整指數的二項式定理	3	學生應學習如何求 n!及 C^n_r 的值。正整指數的二項式定理可用數學歸納法證明。涉及 C^n_r 符號的討論只限於作爲二項式定理係數之用。教師可指出帕斯卡三角形及二項式定理係數 C^n_r 的關係。學生並不須要學習一般二項式定理。
5.2 正整指數的二項式定理的應用	5	學生應能利用正整指數的二項式定理展開有關的數式。教師應指導學生如何求二項展式中某特殊項或某特殊項的係數。學生亦應能求出二項展式中的最大項和最大係數。近似值的應用亦可予以討論。
5.3 二項式係數的簡單性質	5	學生應知道 C^n_r 及 $\binom{n}{r}$ 均可用作二項式定理係數的符號。討論宜包括二項式係數的簡單性質及二項式係數的關係如 $C^n_0 + C^n_1 + C^n_2 + \ldots + C^n_n = 2^n$； $\binom{n}{0}^2+\binom{n}{1}^2+\binom{n}{2}^2+\ldots+\binom{n}{n}^2=\frac{(2n)!}{(n!)^2}$ 及其他類似關係。 註：排列及組合可以用來引入二項式定理，但有關排列及組合的問題並不需要。學生學習微積分後，教師可引入涉及應用微分和積分的二項式係數問題。
	13	

單元 A6： 多項式及方程

特定目標：

1. 學習單變量的實係數多項式的性質。
2. 學習除法算式、餘式定理和歐幾里德算法與及它們的應用。
3. 分解有理函數爲分項分式。
4. 學習單變量的實係數多項式方程的根的性質。

25

內容	時間分配	教學建議
6.1 單變量的實係數多項式	5	學生應學習單變量的實係數多項式的一般式和下列各項名稱：非零多項式的次、首項係數、常數項、首一多項式、零多項式。 學生亦應學習兩多項式的等式、和、差及積。 由定義可知，對非零多項式 f(x)、 g(x) $\deg\{f(x)\,g(x)\} = \deg f(x) + \deg g(x)$ 和$\deg\{f(x) + g(x)\} \le \max\{\deg f(x)，\deg g(x)\}$。 應定義兩非零多項式的最高公因式 (G.C.D. 或 H.C.F.)。 學生應清楚除法算式和歐幾里德算法的分別。由除法算式可證明餘式定理，因學生在中學時已學習餘式定理，固教師可給予較深的題目。歐幾里德算法是求兩多項式的最高公因式的一種方法，教師應給予學生練習一些求兩多項式的最高公因式的題目。.
6.2 有理函數	4	應首先定義有理函數。學生可能初次接觸分項分式，教師可引用一簡單例子，如 $\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$ 。 $\frac{1}{x}$ 和 $\frac{1}{x+1}$ 稱爲分項分式。 教師應清楚說明分解真有理函數爲分項分式的法則，並舉例說明。應舉例強調及說明，若一有理函數爲假有理函數時，應先將它表爲一多項式及真有理函數的和。

表示刪去的內容

內容	時間分配	教學建議
6.3 單變量的實係數多項式方程	6	學生應學習分項分式的應用。 *例*： 1. 表 $\frac{x^2-8x+9}{(x+1)(x-2)^3}$ 爲分項分式。 2. 分解 $\frac{x^4}{(x-a)(x^2+a^2)}$ 爲分項分式。 3. 計算 $\sum_{r=1}^{n}\frac{1}{r(r+1)}$ 的值。 對於二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 與及它的根α、β，學生應熟悉下列關係： $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$ ， $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ 。 對一般 n 次多項式方程， $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0=0$ 或 $\sum_{k=0}^{n}a^kx^k=0$ ， 下列定理給出係數與根的關係： 若 α_1，α_2，…，α_n 爲多項式方程 f(x) = 0 的根，則一切可能的 k 個根α_j (k = 1，2，. . .，n) 的乘積的和 S_k 等於 $(-1)^k\frac{a_{n-k}}{a_n}$ ， 即是，如 $f(x)=a_n(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_n)$ 則 $S_1=\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_n=-\frac{a_{n-1}}{a_n}$ $S_2=\alpha_1\alpha_2+\alpha_2\alpha_3+\ldots+\alpha_{n-1}\alpha_n=\frac{a_{n-2}}{a_n}$ $S_3=\Sigma\alpha_1\alpha_2\alpha_3=-\frac{a_{n-3}}{a_n}$

內容	時間分配	教學建議
		…………………………… …………………………… $S_n=\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n=(-1)^n\frac{a_0}{a_n}$ 。 學生應仔細學習下列性質： (i) 非零多項式的相異根的數目小於或等於多項式的次。 (ii) 若一個整數係數多項式方程的根爲有理數 $\frac{p}{q}$ ，其 p 和 q 是互素的整數，則 p 整除多項式的常數項，而 q 整除多項式的首項係數。 (iii) 多重根的條件： $x=\alpha$ 是多項式方程 f(x) = 0 的多重根的充要條件是 $f(\alpha)=0$，且α是方程 $f'(x)=0$ 的根，其中 $f'(x)$是 f(x)的導數。 以下是較爲一般的形式： 對於正整數 k，α是方程 f(x) = 0 的 k + 1 重數根當且僅當 $f(\alpha)=0$ ， 並且α爲 $f'(x)=0$ 的 k 重數根。 和 α爲方程 f(x) = 0 的 k+1 重數根當且僅當α爲下列方程公根： $f(x)=0$， $f'(x)=0$， $\vdots$ $f^{(k)}(x)=0$ 但α 不是 $f^{(k+1)}(x)=0$ 的根。 註：以共軛偶出現的複數根會在單元 A10 複數中學習。
	15	

表示刪去的內容