內容	時間分配	教學建議
	21	*例*： 先對直綫 $y = (\tan\theta)x$ 反射跟著繞原點旋轉 ϕ 角的結果，正如上文所提及，可以乘積 BA 表示，其中 $BA\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$。留意此乘積是由右至左解釋爲：先應用變換 A 再應用變換 B。 如下的合成變換亦可提出： *例*： 以方程組 $\begin{cases}x'=y+2\\y'=-x+4\end{cases}$，其矩陣表示法爲 $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ 的變換。 矩陣 $\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$ 代表變換是對原點順時針方向旋轉 90°。因此，它可視爲一旋轉再跟著平移。若以（3，1）爲定點，此變換可視作爲對（3，1）順時針方向旋轉 90°。

單元 **A9**：二元及三元綫性方程組

特定目標：

1. 利用高斯消去法解綫性方程組。
2. 認識解的存在性及唯一性。

內容	時間分配	教學建議
9.1 高斯消去法及梯陣式	5	適合下列兩個性質的矩陣稱爲梯陣式： (1) 首 k 行非零；其餘各行爲零。 (2) 每一非零行的第一個非零元素爲 1，並出現在前一行第一個非零元素的右列。 *例*： 以下 5×8 矩陣是梯陣式： $\begin{pmatrix}0&1&*&*&*&*&*&*\\0&0&1&*&*&*&*&*\\0&0&0&0&1&*&*&*\\0&0&0&0&0&0&0&1\\0&0&0&0&0&0&0&0\end{pmatrix}$ 學生應懂得利用高斯消去法解二元及三元的綫性方程組，方法就是利用行的基本運算將一矩陣變爲梯陣式。 *例*： 解方程組 $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=2\\3x_1+x_2-2x_3=1\\4x_1-3x_2-x_3=3\\2x_1+4x_2+2x_3=4\end{cases}$ 增廣矩陣 $\begin{pmatrix}1&2&1&2\\3&1&-2&1\\4&-3&-1&3\\2&4&2&4\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&2&1&2\\0&-5&-5&-5\\0&-11&-5&-5\\0&0&0&0\end{pmatrix}$ $\sim\begin{pmatrix}1&2&1&2\\0&1&1&1\\0&-11&-5&-5\\0&0&0&0\end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix}1&0&-1&0\\0&1&1&1\\0&0&1&1\\0&0&0&0\end{pmatrix}$

表示刪去的內容

內容	時間分配	教學建議
		原方程組與下列方程組等價 $\begin{cases} x_1 \quad\quad - x_3 = 0 \\ \quad x_2 + x_3 = 1 \\ \quad\quad\quad x_3 = 1 \end{cases}$ 由此可得 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 0$ ， $x_3 = 1$ 。
9.2 解的存在性及唯一性	5	學生應知道二元或三元綫性方程組的解的存在性及唯一性條件。 對於二元綫性方程組： $a_1x + b_1y = d_1$ $a_2x + b_2y = d_2$ (i) 若 $\det\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} \neq 0$ ，方程組有唯一解。 幾何上，方程組代表一對相交的直綫。 (ii) 若 $\det\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$ 及 $\det\begin{pmatrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \end{pmatrix} \neq 0$ ， 方程組無解。幾何上，方程組代表一對平行（而不重合）的直綫。 (iii) 若 $\det\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$ 及 $\det\begin{pmatrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \end{pmatrix} = 0$ ， 方程組有無窮多解。幾何上，方程組代表一對重合的直綫 教師應與學生討論一些如下列的三元方程組例子。當學生掌握了三維坐標幾何的意義後，其幾何解釋可加以討論。 (i) 在解方程組 $\begin{cases} 2x + y - z = 7 \\ 5x - 4y + 7z = 1 \\ 7x - 3y + 6z = 8 \end{cases}$ 時， 明顯地第三式是多餘的。教師可與學生討論求得解 $x = \frac{29 - 3\lambda}{13}$ ， $y = \frac{33 + 19\lambda}{13}$ ，$z = \lambda$ 的方法，其中 λ 是任意數。

內容	時間分配	教學建議
		（ii） 解不一致方程組如 $\begin{cases} x + y + z \quad = 3 \\ 2x - 3y + 2z = 1 \\ 3x - 2y + 3z = 7 \end{cases}$ 。 循此路向，可以更抽象形式表示三元綫性方程組的解的存在性及唯一性條件。
	10	

表示刪去的內容