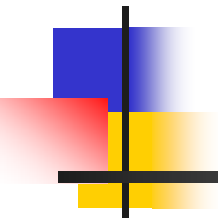


# 教育統籌局 數學教育組

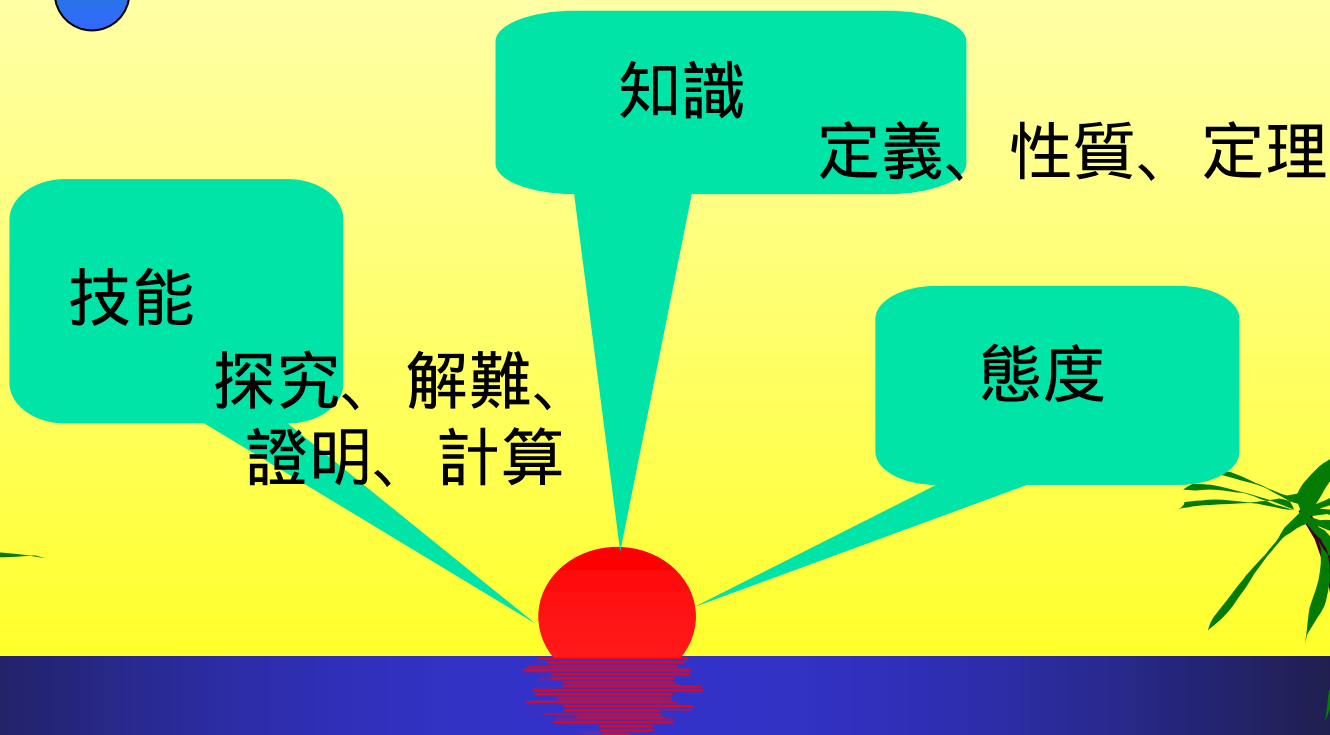


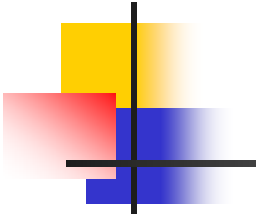
## 小學數學基礎概念的學與教

### 單元三

#### 香港小學數學課程的學與教 一、「數」範疇及「代數」範疇

# 甚麼是數學？ 要教甚麼數學？



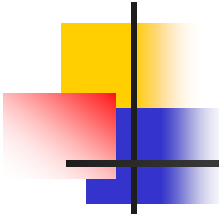


---

學生如何學習概念？

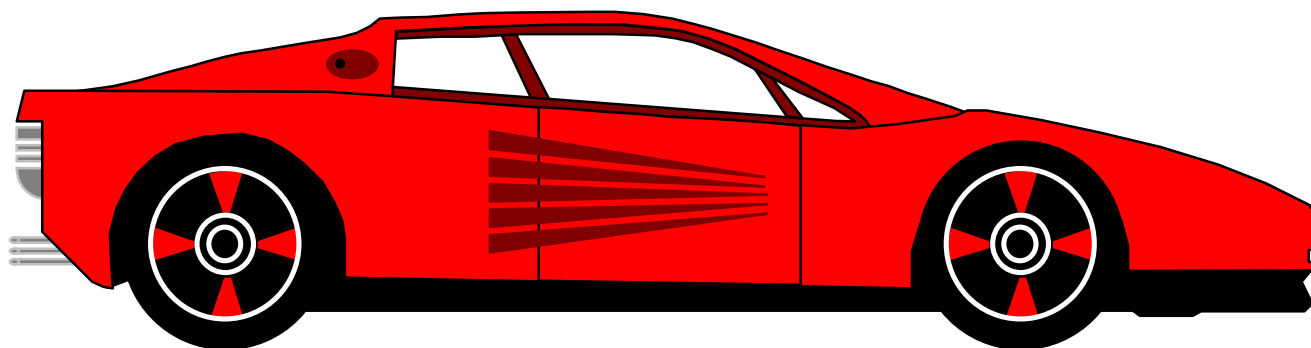
學生如何學習計算？

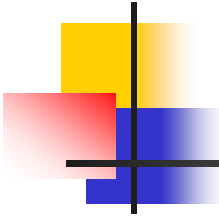
試舉一些數學概念的  
例子？



# 兒童如何學會“車”這個概念？

---

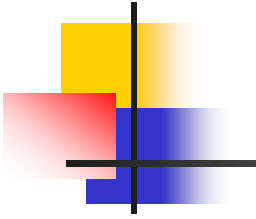


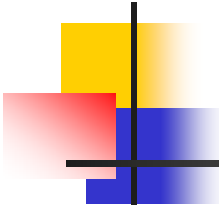


# 抽象思維的發展步驟

---

- |                                  |    |
|----------------------------------|----|
| ■ <b>E</b> ( <u>E</u> xperience) | 體驗 |
| ■ <b>L</b> ( <u>L</u> anguage)   | 語言 |
| ■ <b>P</b> ( <u>P</u> icture)    | 圖畫 |
| ■ <b>S</b> ( <u>S</u> ymbol)     | 符號 |

- 
- 你可以用上述的步驟描述兒童如何學會 “ 球 ” 這個概念嗎？
  - 你可以用上述的步驟描述兒童如何學會 “ 多 ” 這個概念嗎？
  - 你可以用上述的步驟描述兒童如何學會 “ 3 ” 這個概念嗎？
  - 你在教授哪些數學概念時可以應用到上述的步驟來發展學生的抽象思維？

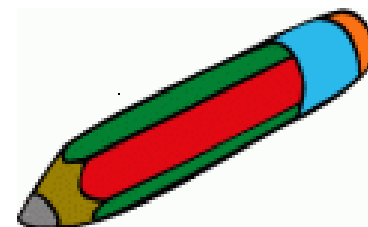
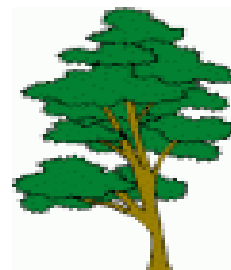
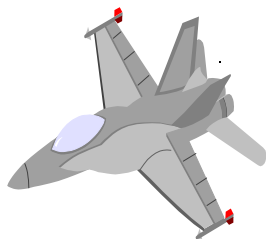
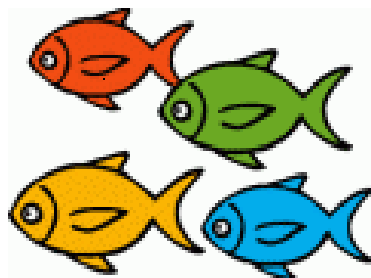
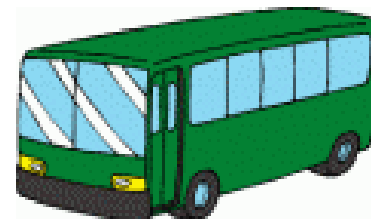
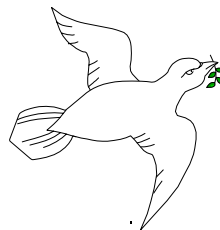
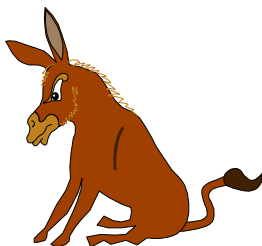
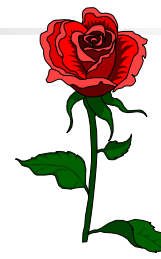
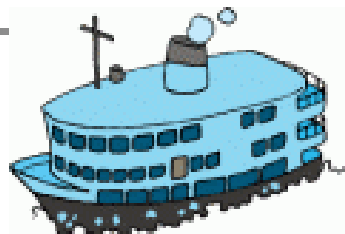


# 數前概念

---

- 求同
- 分類
- 配對
- 排列

# 「古靈精一族」有甚麼特別？

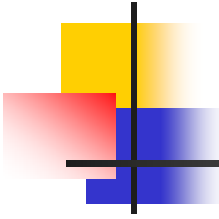


# 數學概念

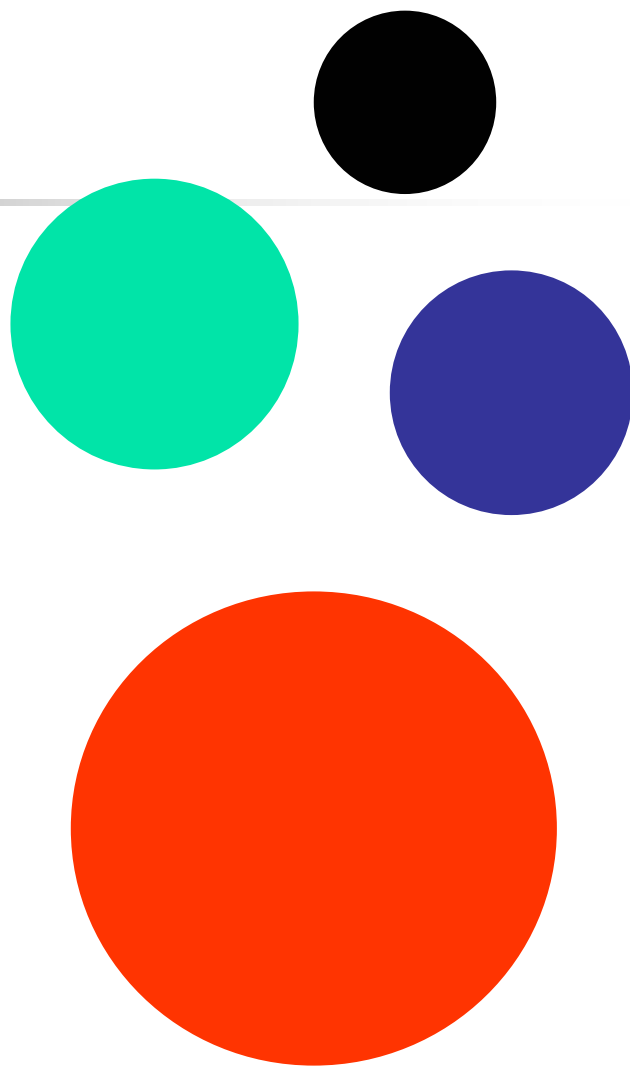
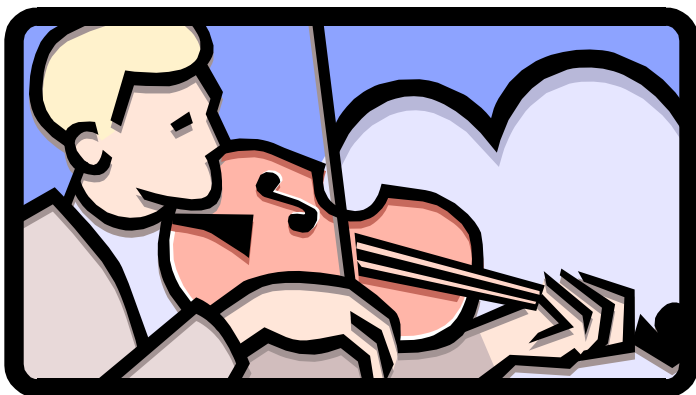
## 表示的

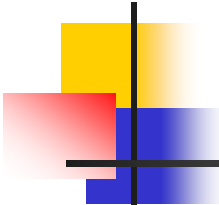


在平面取一固定點 $O$ ，一固定長度 $L$ ，找出所有的動點 $P$ ，使得所有動點 $P$ 到 $O$ 點的距離皆為 $L$ ，則把所有動點 $P$ 連接起來的圖形，即為圓，這就是圓的定義。

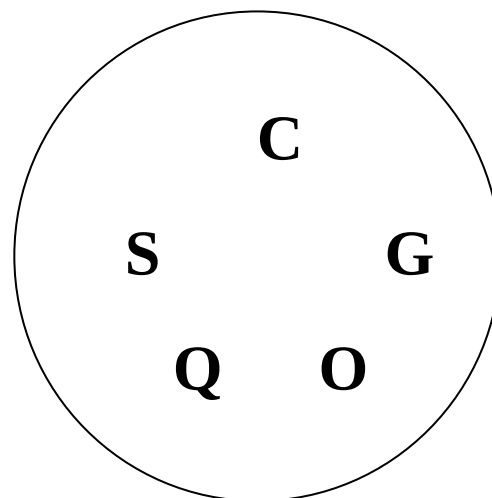
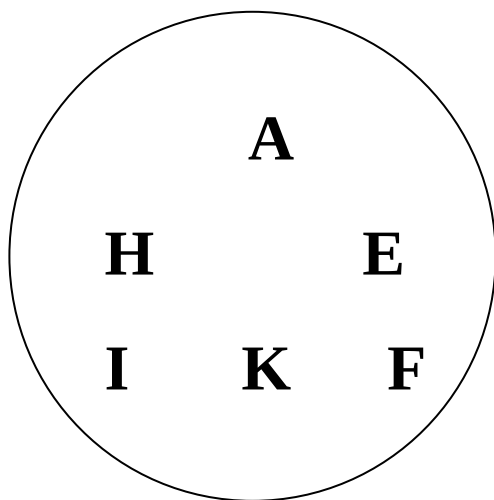


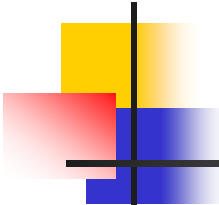
含蓄的



- 
- 若要多放一個“ L ”，應該放到那裡去？為甚麼？

- 你可以先嘗試多放3個，我會告訴你他們應放到那裡？



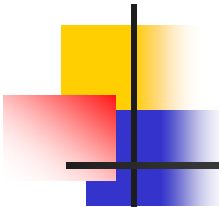


---

概念 ？

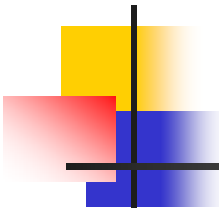
噪音 ？

如何減少 ？



## 範疇簡介

- 「數」範疇的內容在小學數學課程所佔的份量是五個範疇中最重。
- 兒童在日常生活中常接觸這範疇的內容：
  - 數數、整數的運算、
  - 以小數形式表達物品的價錢、
  - 使用百分數計算折扣等
  - 「數字感」
- 「代數」範疇在第二學習階段才正式引入。
- 由數字過渡至代數符號，由運用算術方法解題發展至利用方程解題，由具體至抽象



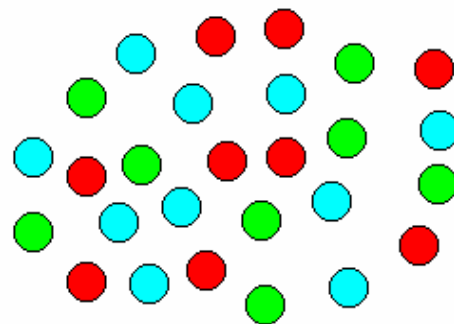
# 數數

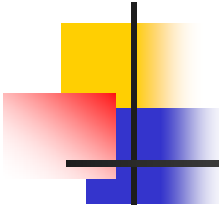
## Can you count ?

## No, I can't !

(第一屆HKMO數學營講題) - 蕭文強教授

分析從一堆糖中，數出紅色的糖的數目所需要經歷的過程。需要懂得那些知識？

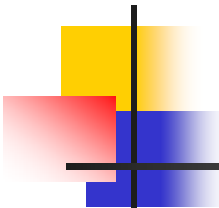




## 過程

---

- (1) 懂得"紅" 的屬性
- (2) 分出 "紅色的" 和 "不是紅色的"
- (3) 把糖排列
- (4) 按順序念數詞
- (5) 把排列好的物件和數詞配對
- (6) 將最後的數詞作為物件的數目

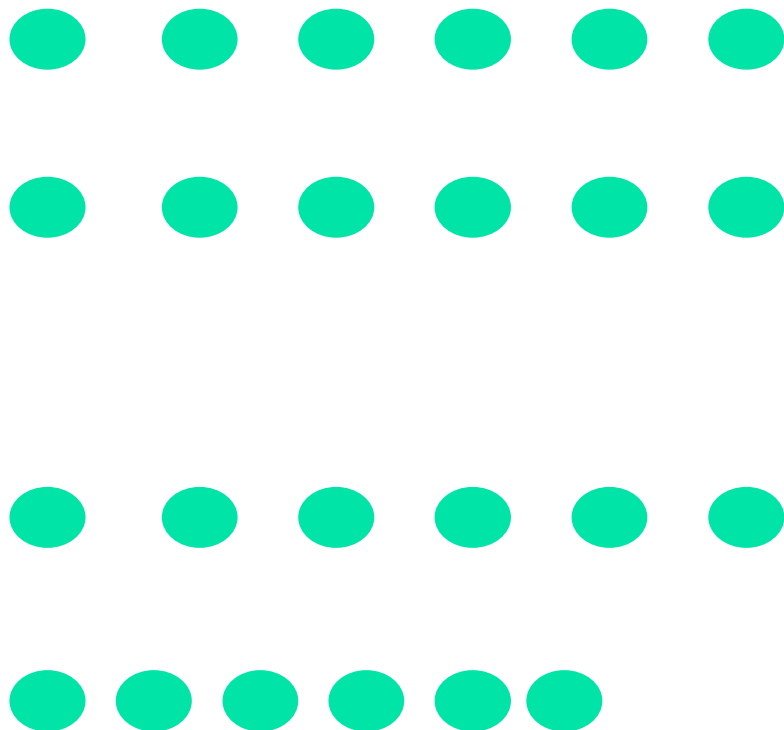
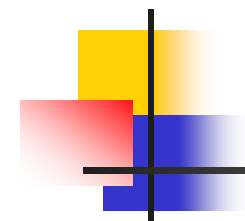


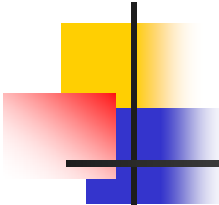
# 數數

---

- (1) 順數（倒數有助學生掌握減法）
- (2) 一看就知道有多少個(例如 10 以內)
- (3) "再多一個"
- (4) 數的守恆

其中包括 "一一對應的東西一樣多"  
及放亂了的和未放亂的也一樣多。





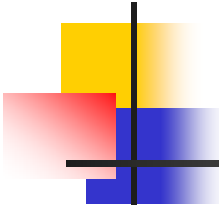
# 數的種類

---

序數

基數

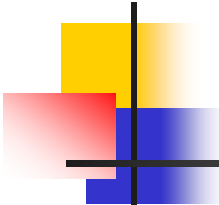
名稱



# 數位、位數及位值

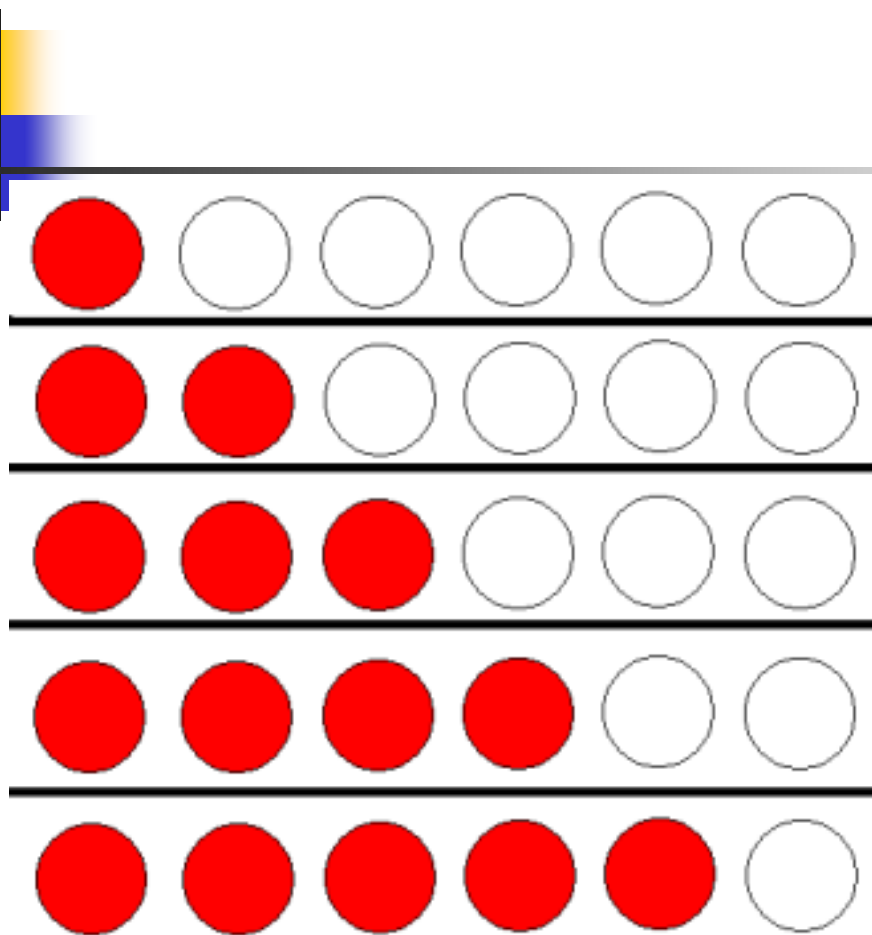
---

- 個位、十位、百位、千位、萬位、十萬位、百萬位.....
- 最大的三位數
- 3465的4代表400，位值是100



# 基本加減

- 認識加法和減法的基本概念
- 口算18或以內加法和減法
- 以橫式記錄18或以內加法和減法
- 通過減法認識零
- 探究加法和減法的關係
- 通過實例發現加法交換性質，例如：
$$2 + 3 = 3 + 2$$
- 無須提及「加法交換性質」一詞



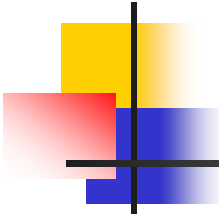
$$1+5=6$$

$$6-1=5$$

$$2+4=6$$

$$6-2=4$$

.....



# 整數乘法

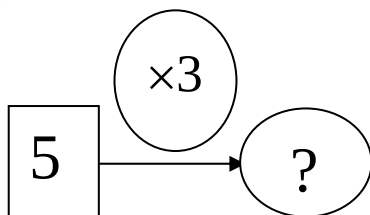
---

被乘數  $\longleftrightarrow$  乘數

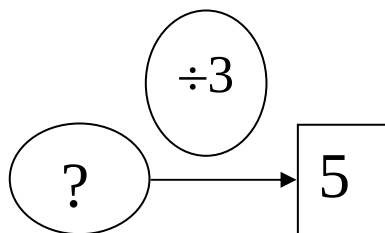
$2 \times 3 = 6$  可以表述為：

- 2 乘以 3 等於 6
- 3 乘 2 是 6
- 3 個 2 是 6
- 被乘數是 2，乘數是 3 的積是 6
- 2 的 3 倍是 6
- 兩個因數分別為 2 和 3 的積是 6

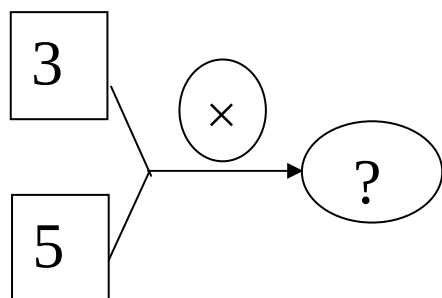
# 乘法題的結構



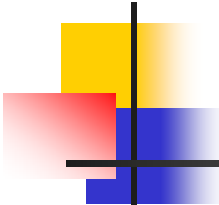
每包糖有5粒，3包糖有多少粒？



將一袋糖分給3位小朋友，每位小朋友可得5粒。這袋糖原有多少粒？



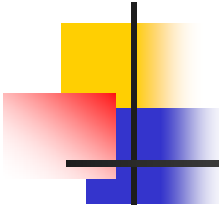
一袋裡有3種顏色的糖，每種顏色有5粒。這個袋裡共有糖多少粒？



# 乘法的教學

---

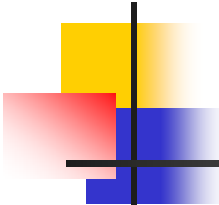
- 乘法的概念
- 作表
- 求乘積
- 背乘數表
- 練習
- 應用



# 除法的意義

---

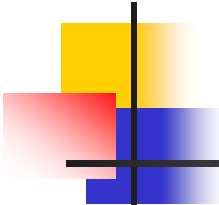
- 除法是乘法的逆運算
- 均分
- 包含
- 連減


$$12 \div 3 = 4$$

---

可以表述為：

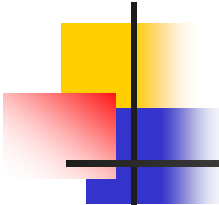
- 12 除以 3 等於 4
- 3 除 12 等於 4
- 把 12 平均分成 3 份，每份是 4
- 12 裡面有 4 個 3
- 若被除數是 12，除數是 3；則商是 4
- 12 是 3 的 4 倍
- 12 是 4 的 3 倍
- 從 12 連續減去 3，減 4 次減完



# 質數、合成數

---

- 只有 1 個因數
  - 只有 2 個因數
  - 多過 2 個因數
- 
- 多過 2 個因數
  - 因數個數為奇數



# 數型

---

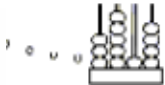
- 正方形數
- 矩形數
- 三角形數

$$1+2+3+\dots+100 = 5050$$

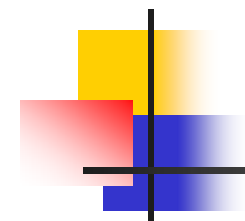
# 倍數與數表

- 十行表
- 六行表
- ... 表
- 愛氏篩

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

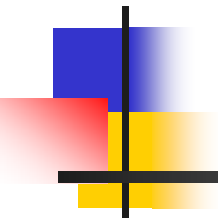


|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|     |     |     |     |     |     |     | 1   |     |     |     |     |     |     |     |
|     |     |     |     |     |     |     | 3   |     |     |     |     |     |     |     |
|     |     |     |     |     |     | 5   | 7   | 9   |     |     |     |     |     |     |
|     |     |     |     |     |     | 11  | 13  | 15  |     |     |     |     |     |     |
|     |     |     |     |     | 17  | 19  | 21  | 23  | 25  |     |     |     |     |     |
|     |     |     |     |     | 27  | 29  | 31  | 33  | 35  |     |     |     |     |     |
|     |     |     |     | 37  | 39  | 41  | 43  | 45  | 47  | 49  |     |     |     |     |
|     |     |     |     | 51  | 53  | 55  | 57  | 59  | 61  | 63  |     |     |     |     |
|     |     |     | 65  | 67  | 69  | 71  | 73  | 75  | 77  | 79  | 81  |     |     |     |
|     |     |     | 83  | 85  | 87  | 89  | 91  | 93  | 95  | 97  | 99  |     |     |     |
|     |     | 101 | 103 | 105 | 107 | 109 | 111 | 113 | 115 | 117 | 119 | 121 |     |     |
|     |     | 123 | 125 | 127 | 129 | 131 | 133 | 135 | 137 | 139 | 141 | 143 |     |     |
|     | 145 | 147 | 149 | 151 | 153 | 155 | 157 | 159 | 161 | 163 | 165 | 167 | 169 |     |
|     | 171 | 173 | 175 | 177 | 179 | 181 | 183 | 185 | 187 | 189 | 191 | 193 | 195 |     |
| 197 | 199 | 201 | 203 | 205 | 207 | 209 | 211 | 213 | 215 | 217 | 219 | 221 | 223 | 225 |
| 227 | 229 | 231 | 233 | 235 | 237 | 239 | 241 | 243 | 245 | 247 | 249 | 251 | 253 | 255 |



# 謝謝！

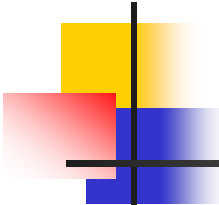
# 教育統籌局 數學教育組



## 小學數學基礎概念的學與教

### 單元三

#### 香港小學數學課程的學與教 一、「數」範疇及「代數」範疇



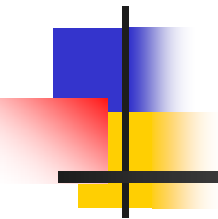
## 參考書目

---

- Copeland, R.W. 《兒童怎樣學習數學：皮亞傑研究的教育含義》
- Polya 玻利亞 《怎樣解題》
- 克魯切茨基 《中小學生數理能力心理測驗》

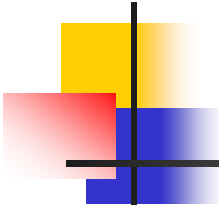


10 , 15 , 25 , 40 , \_\_\_\_\_



# 分數教學

---

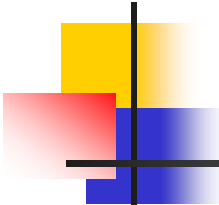


# 分數乘除常見問題

---

- 隨意顛倒分子分母

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} &= \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{8} \\ &= 1\frac{1}{8}\end{aligned}$$



# 分數乘除常見問題

## ■ 任何時候都通分母

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{8}{12} \times \frac{9}{12}$$

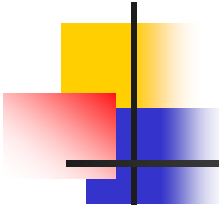
$$= \frac{72}{144}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{8}{12} \div \frac{9}{12}$$

$$= \frac{8 \div 9}{12 \div 12}$$

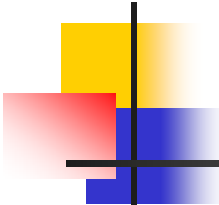
$$= \frac{8}{9}$$



# 教學重點

---

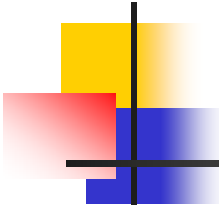
- 認識分數
- 分數和 1 的關係
- 同分母分數比較
- 真分數、假分數和帶分數
- 擴分及約分
- 同分母分數加減
- 異分母分數加減
- 分數比較
- 分數乘法
- 分數除法



# 分數乘法

---

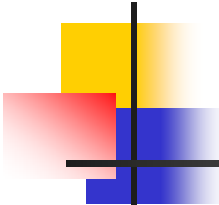
- 分數  $\times$  整數
- 整數  $\times$  分數
- 分數  $\times$  分數



# 分數除法

---

- 分數  $\div$  整數
- 整數  $\div$  分數
- 分數  $\div$  分數

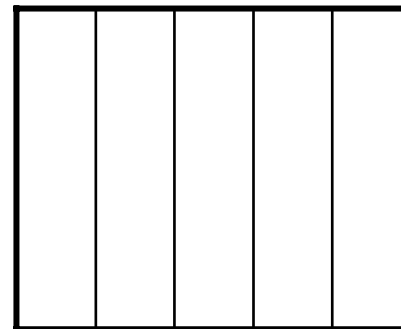
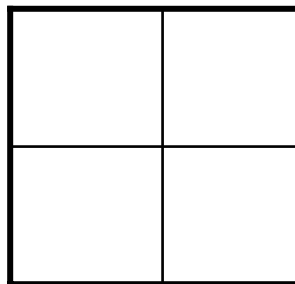
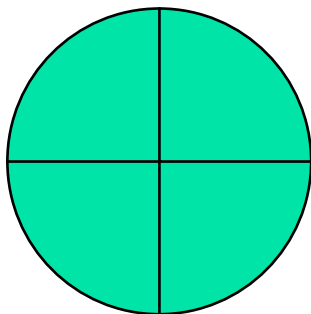


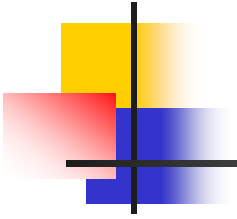
# 認識分數

---

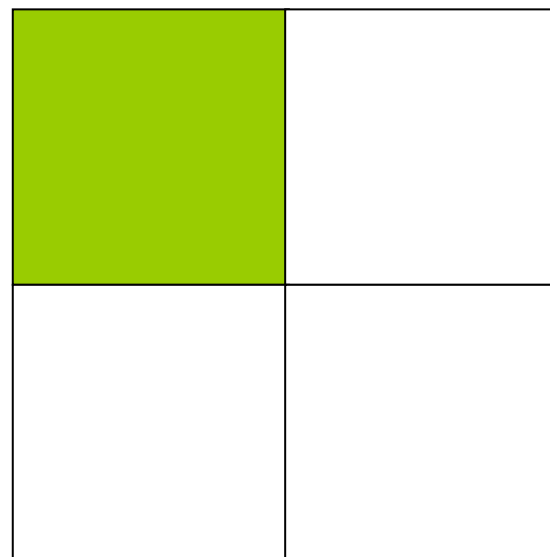
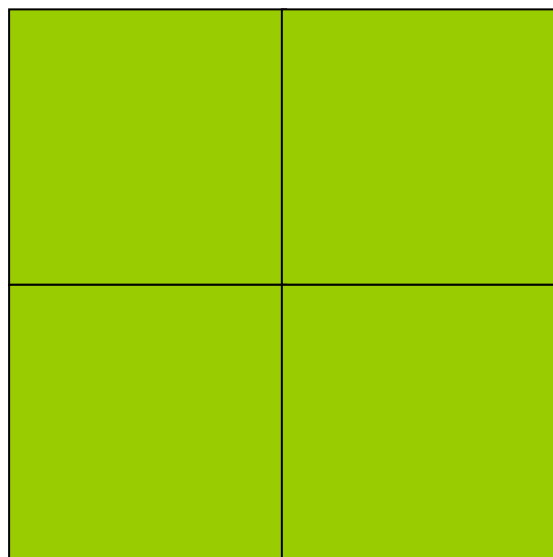
- 如何認識分數？
- ELPS

詞彙：分子、分線、分母

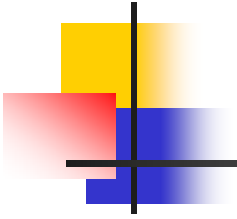




# 塗上顏色的部分代表多少？



## 整體和部分的關係



# 真分數和假分數

---

$$\frac{5}{8}$$

$$\frac{6}{7}$$

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{3}$$

$$\frac{8}{7}$$

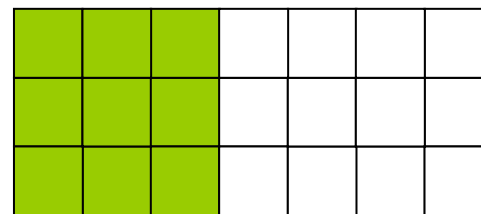
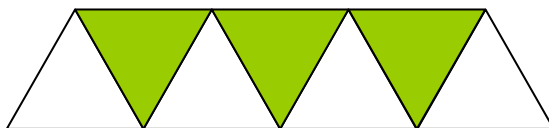
$$\frac{4}{5}$$

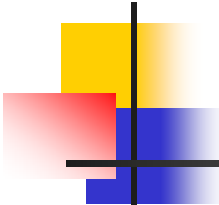
$$\frac{6}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

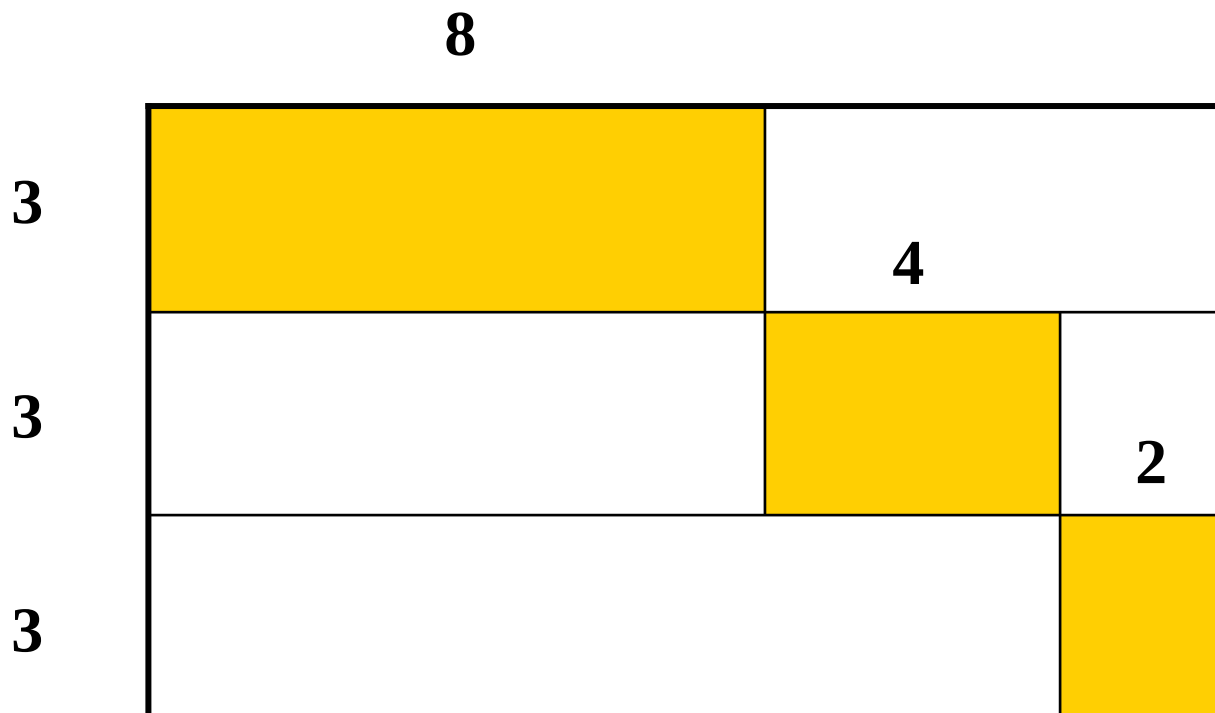
$$\frac{5}{7}$$

# 表示分數

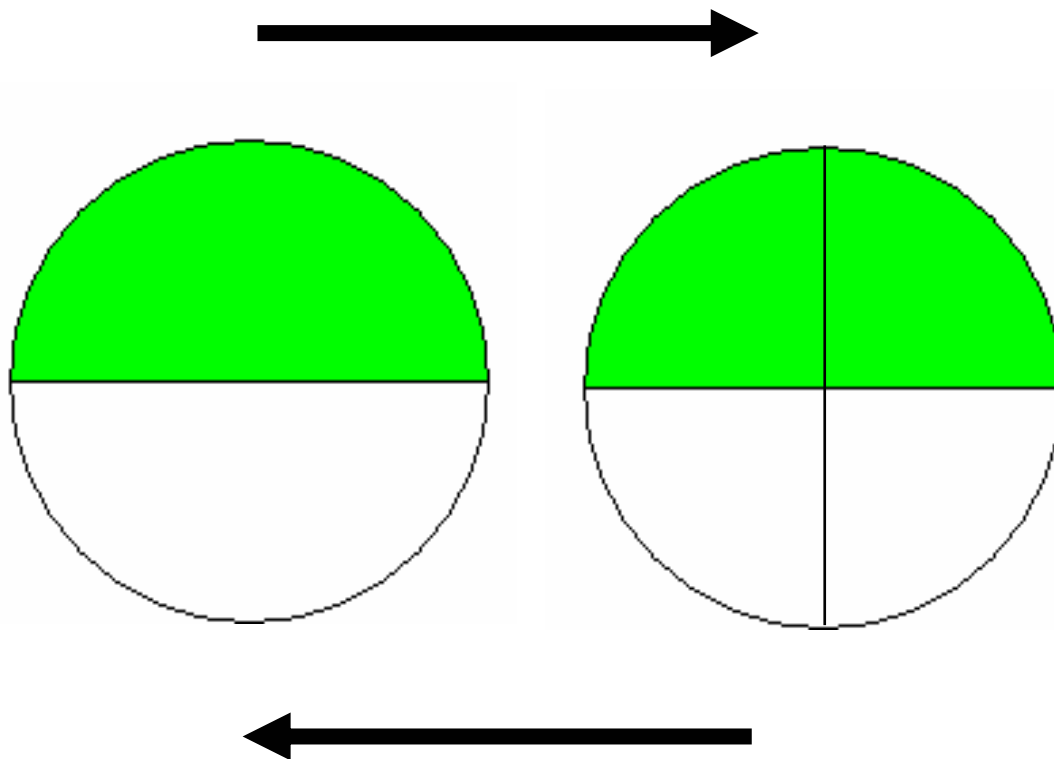




# 表示分數

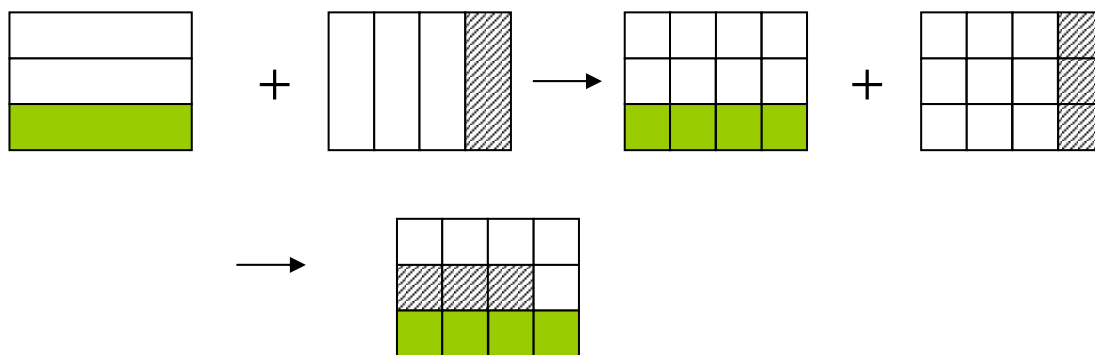


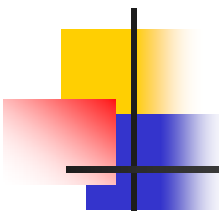
# 擴分、約分



# 異分母分數加減法

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

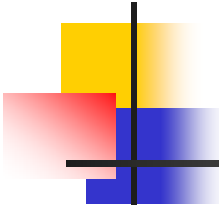




# 異分母分數加減法

---

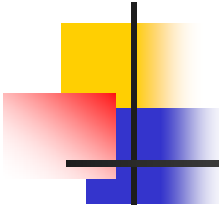
- 先從圖像過渡到擴分
- 深究時再討論選取LCM作為公分母
- 鼓勵同學選用這方法


$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

---

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + \frac{1}{6} &= \frac{3}{12} + \frac{2}{12} \\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + \frac{1}{6} &= \frac{6}{24} + \frac{4}{24} \\ &= \frac{10}{24} \\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

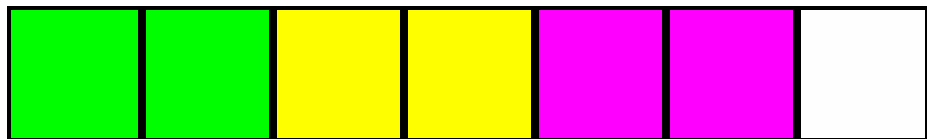


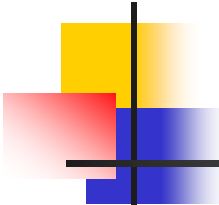
# 分數 × 整數

## 同數連加

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} \times 3 &= \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{7} \times 3 &= \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} \\ &= \frac{6}{7}\end{aligned}$$





# 整數 × 分數

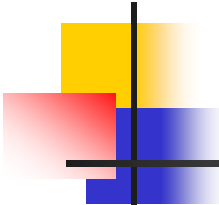
---

- ELPS
- 答案是整數

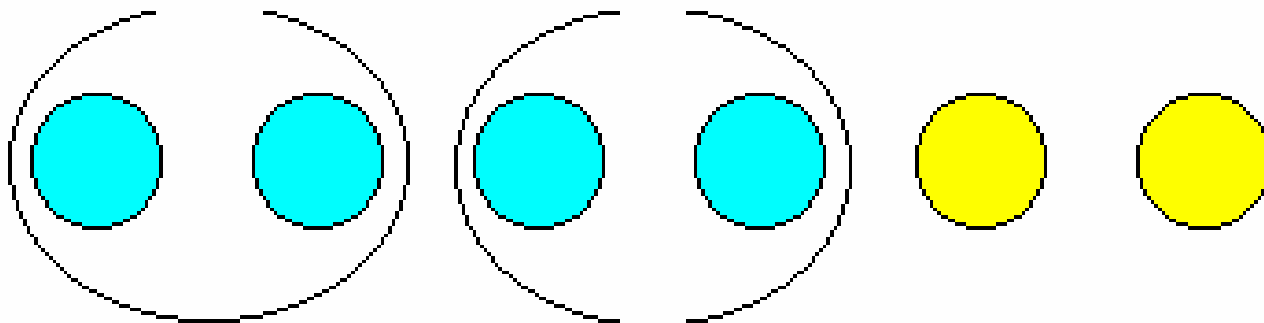
$$6 \times \frac{2}{3}$$

- 答案是分數

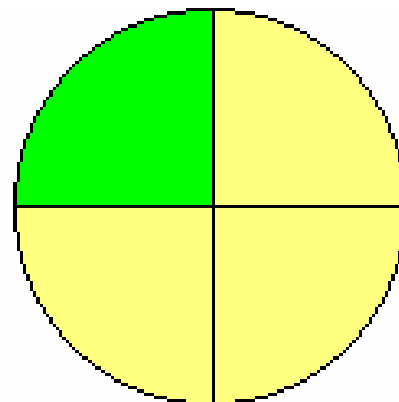
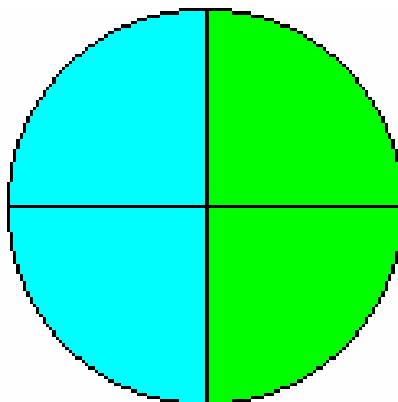
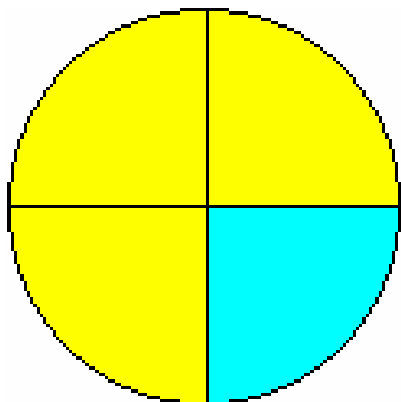
$$3 \times \frac{1}{4}$$


$$6 \times \frac{2}{3}$$

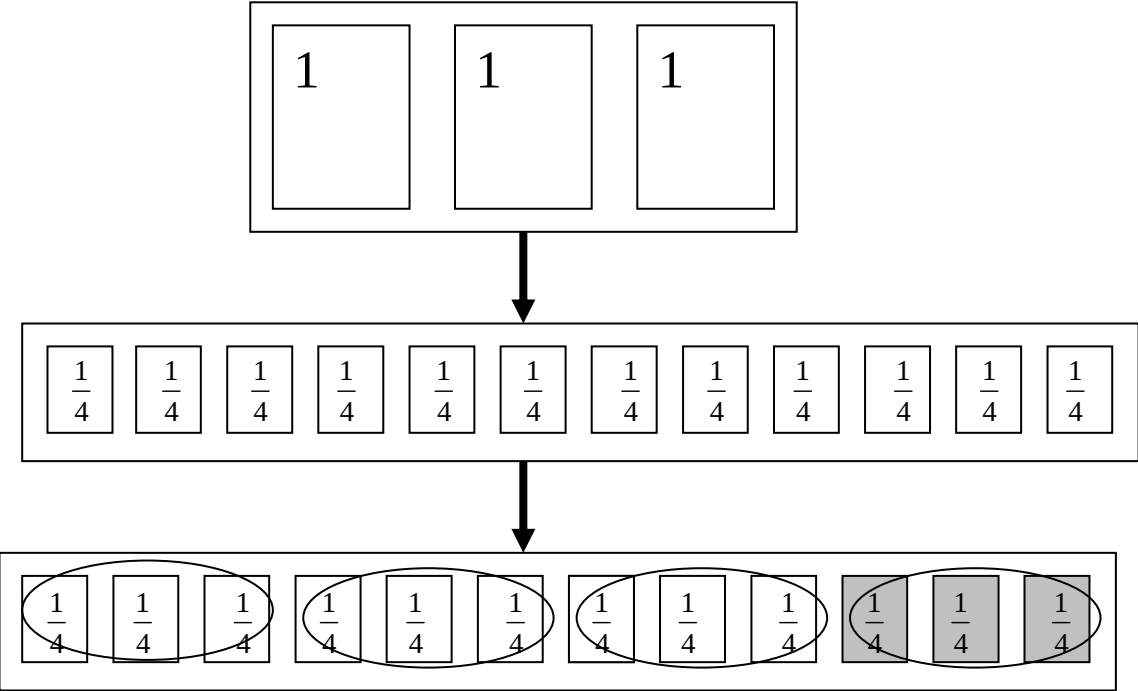
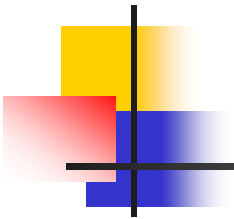
---



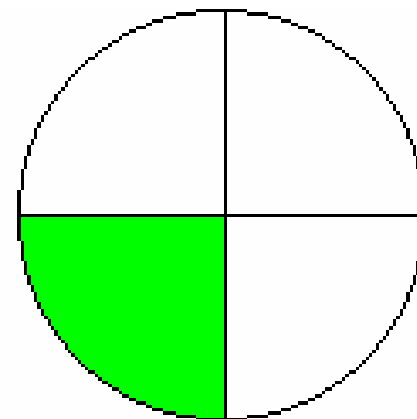
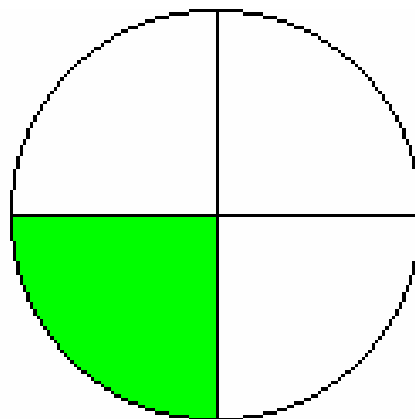
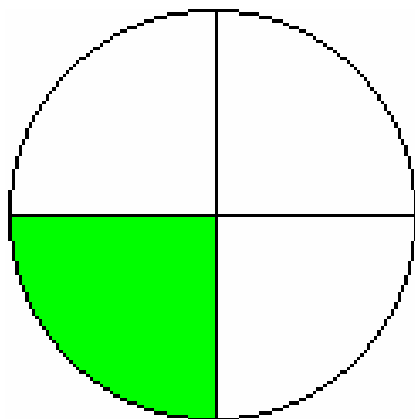
$$3 \times \frac{1}{4}$$

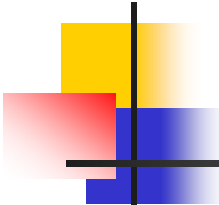


$3 \times \frac{1}{4}$



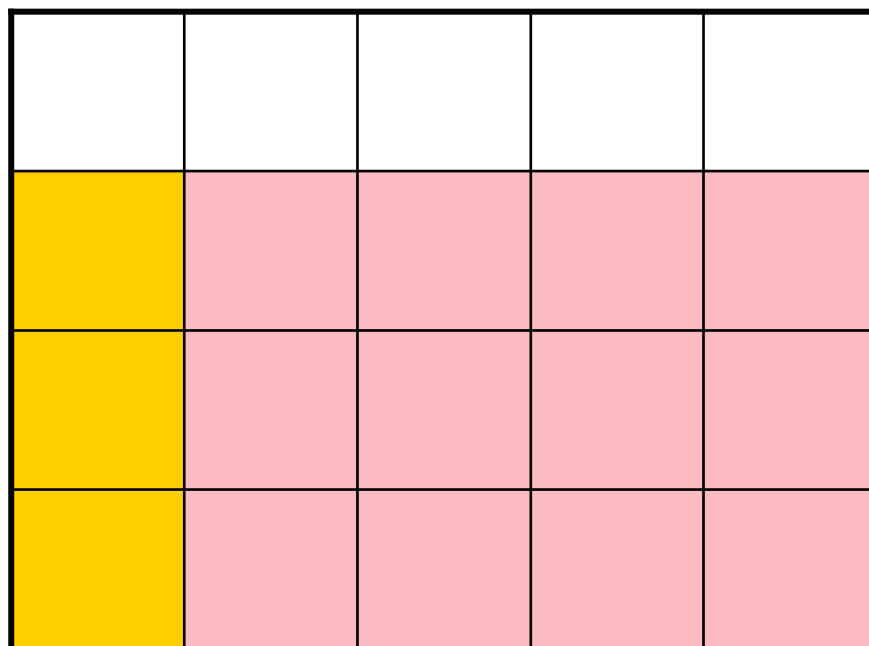
$$3 \times \frac{1}{4}$$

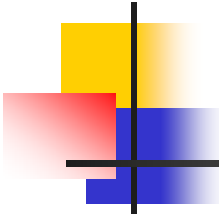




# 分數乘以分數

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$$



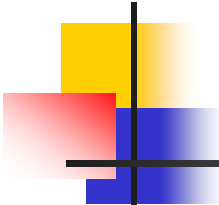


# 分數除法 - 顛倒分子分母

“芝麻開門”？

“魔鏡魔鏡”？

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} &= \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{9}{8} \\ &= 1\frac{1}{8}\end{aligned}$$



# 分數 ÷ 整數

---

$$\frac{2}{5} \div 3$$

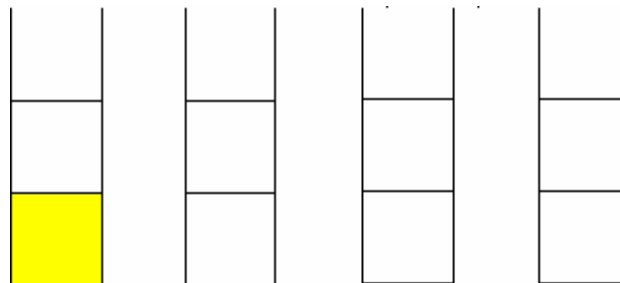
將  $\frac{2}{5}$  分 3 等份

$\frac{2}{5}$  的  $\frac{1}{3}$

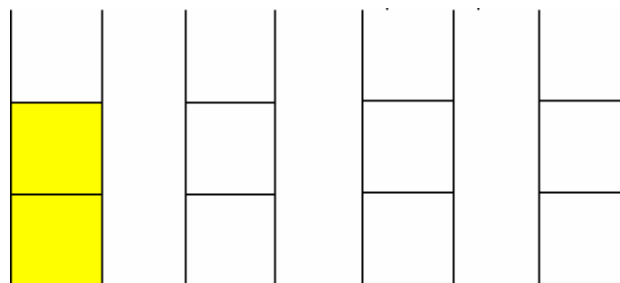
$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$$

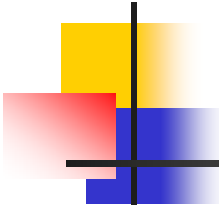
# 整數 ÷ 分數

$$4 \div \frac{1}{3}$$



$$4 \div \frac{2}{3}$$

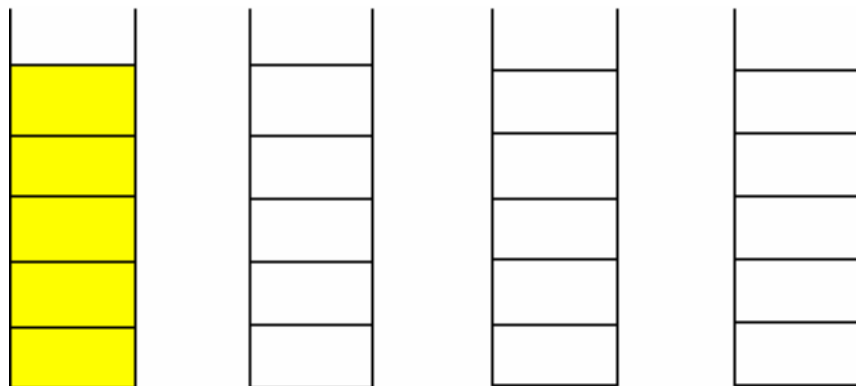




# 整數 ÷ 分數

估算、數字感

$$4 \div ?$$

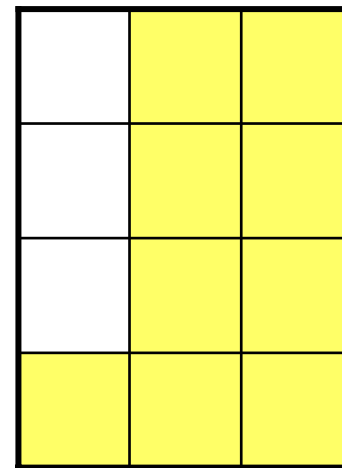
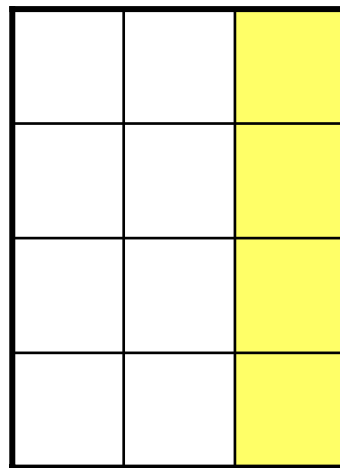
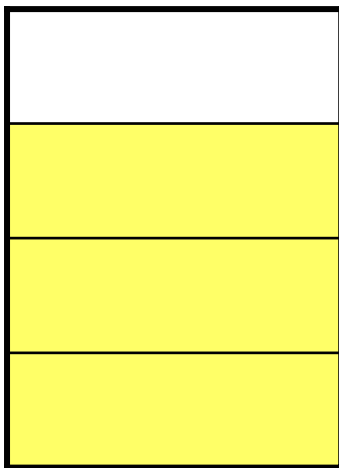


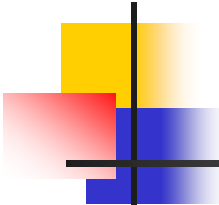
建立顛倒分子分母概念

# 分數 ÷ 分數

- 借助整數÷分數的結果
- 用活動作驗證

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$$

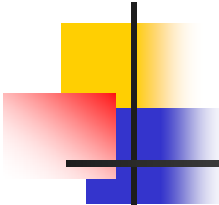



$$19 \div 4 = ?$$

---

$$19 \div 4 = 4 \dots 3$$

$$19 \div 4 = 4\frac{3}{4}$$

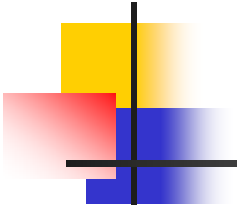


## 問題討論

---

$$3\frac{3}{7} \div 2\frac{1}{4} \div 1\frac{1}{3} =$$

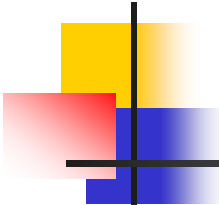
白菜  $1\frac{1}{2}$  公斤值 9 元，問白菜 4 公斤值多少元？



# 「代數」範疇的學與教

---

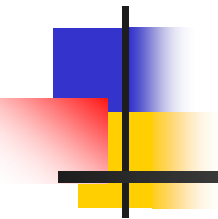
- (1) 介紹利用符號或字母代表數；
- (2) 認識方程；
- (3) 驗算結果；及
- (4) 使用天平原理的算法解簡易方程。



# 「代數」範疇的學與教

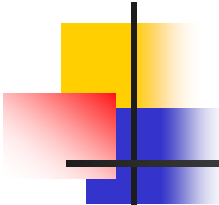
---

- 同類項加減不宜作嚴謹的處理
- 避免繁複運算
- 小五限於一步算題、結果為整數
- 小六限於二步算題
- 應避免分母為未知數



# 代數符號的教學

---



# 移項 與 天平原理

---

$$2x + 1 = 7$$

$$2x = 7 - 1$$

$$2x = 6$$

$$x = 6 \div 2$$

$$x = 3$$

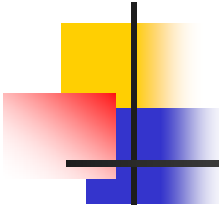
$$2x + 1 = 7$$

$$2x + 1 - 1 = 7 - 1$$

$$2x = 6$$

$$2x \div 2 = 6 \div 2$$

$$x = 3$$



# 常見問題

---

$$2 \times 3 + 1 = 7$$

$$6 + 1 = 7$$

$$7 = 7$$

$$2x + 1 = 7$$

$$= 2x = 7 - 1$$

$$= 2x = 6$$

$$= x = 3$$

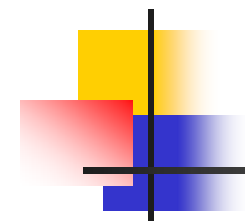
$$2x + 1 = 7$$

$$2x + 1 = 7 - 1$$

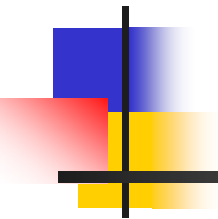
$$2x = 6$$

$$2x = 6 \div 2$$

$$x = 3$$



# 謝謝！



# 範疇資料

---

# 範疇學習目標 - 「數」範疇

第一學習階段（小一至小三）

第二學習階段（小四至小六）

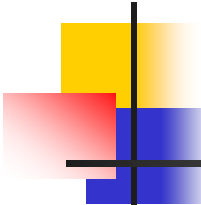
## 「數」範疇

學生能

- 理解整數及進行運算
- 理解簡易分數
- 檢查運算結果的合理性
- 建立及解決有關數的簡易問題

學生能

- 理解整數、分數、小數與百分數的概念及四者之間的相互關係
- 進行數的運算及檢查結果的合理性
- 建立及解決有關數的問題



# 範疇學習目標 - 「代數」範疇

第一學習階段（小一至小三）

第二學習階段（小四至小六）

## 「代數」範疇

本學習階段不包括「代數」範疇的學習。

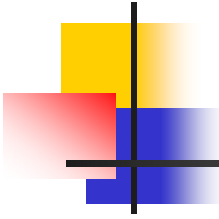
學生能

- 利用符號代表數
- 利用符號傳遞簡單的數學知識及關係
- 建立與解決簡易問題，並檢查所得結果的合理性



# 課程組織定位

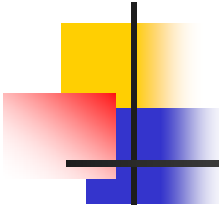
| 範疇   | 數<br>(N)       | 圖形與空間<br>(S) | 度量<br>(M) | 數據處理<br>(D) | 代數<br>(A) |
|------|----------------|--------------|-----------|-------------|-----------|
| 學習內容 | ■整數            | ■立體圖形        | ■貨幣       | ■統計         | ■代數符號     |
|      | ■數的性質          | ■線           | ■長度       |             | ■方程       |
|      | ■分數、小數<br>和百分數 | ■平面圖形        | ■時間       |             |           |
|      |                | ■角           | ■重量       |             |           |
|      | ■計算工具          | ■方向          | ■容量       |             |           |
|      |                |              | ■周界       |             |           |
|      |                |              | ■面積       |             |           |
|      |                |              | ■體積       |             |           |
|      |                |              | ■速率       |             |           |

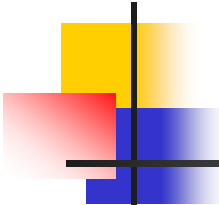


# 範疇概覽 - 「數」範疇

## 第一學習階段（小一至小三）

- 10以內的數
- 20以內的數
- 100以內的數
- 三位數
- 四位數
- 五位數
- 基本加減（18以內的加、減）
- 加與減（一）  
（加法：不超過兩位數；減法：不超過兩位數，不退位）

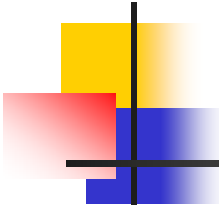
- 
- 加與減（二）  
（加法：不超過三位數；減法：不超過兩位數）
  - 加與減（三）  
（減法：不超過三位數；加減混合計算）
  - 加與減（四）（不超過四位數）
  - 基本乘法（基本概念及計算）
  - 乘法（一）（一位數乘兩位數/三位數）
  - 基本除法（基本概念及計算）
  - 除法（一）（一位數除兩位數/三位數）
  - 四則計算（一）（加、減、乘和括號）
  - 分數（一）（基本概念和分數比較）



## 第二學習階段（小四至小六）

- 多位數（近似值）
- 乘法（二）（兩位數乘兩位數/三位數）
- 除法（二）（兩位數除兩位數/三位數、整除性）
- 現代計算工具的認識（計算機）
- 倍數和因數
- 公倍數和公因數
- 四則計算（二）（四則混合計算）
- 分數（二）  
（種類、擴分和約分、同分母分數加減計算）

- 分數 (三) (異分母分數加減計算)
- 分數 (四) (乘法)
- 分數 (五) (除法)
- 小數 (一) (基本概念)
- 小數 (二) (加減計算)
- 小數 (三) (乘法)
- 小數 (四) (除法)
- 小數 (五) (小數和分數互化、分數比較)
- 百分數 (一) (基本概念、百分數和小數/分數互化)
- 百分數 (二) (百分數的應用)



# 範疇概覽 - 「代數」範疇

---

## 第二學習階段（小四至小六）

- 代數的初步認識（代數符號）
- 簡易方程（一）（一步計算的方程）
- 簡易方程（二）（兩步計算的方程）



# 教學時間分配

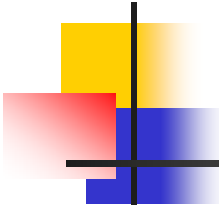
| 學習<br>階段 | 範疇<br><br>建議<br>課節 | 數             | 圖形<br>與<br>空間 | 度量            | 數據<br>處理     | 代數          | 備用<br>課節      | 課節<br>總數      |
|----------|--------------------|---------------|---------------|---------------|--------------|-------------|---------------|---------------|
|          |                    |               |               |               |              |             |               |               |
| 一        |                    | 221<br>(46 %) | 74<br>(15 %)  | 97<br>(20 %)  | 12<br>(3 %)  | 0<br>(0 %)  | 76<br>(16 %)  | 480<br>(100%) |
| 二        |                    | 196<br>(41 %) | 63<br>(13 %)  | 78<br>(16 %)  | 46<br>(10 %) | 33<br>(7 %) | 64<br>(13 %)  | 480<br>(100%) |
| 總計       |                    | 417<br>(44 %) | 137<br>(14 %) | 175<br>(18 %) | 58<br>(6 %)  | 33<br>(3 %) | 140<br>(15 %) | 960<br>(100%) |



# 詞彙

## 「數」範疇

|             |            |        |
|-------------|------------|--------|
| 數數、讀數和寫數    | 順數和倒數      | 單數     |
| 雙數          | 一一對應       | 比較     |
| 多少          | 數的基本組合     | 序數     |
| 基數          | 兩個、五個和十個一數 | 加法     |
| 減法          | 乘法         | 位值     |
| 除法          | 等分         | 包含     |
| 乘法交換性質      | 分數         | 乘法結合性質 |
| 倍數          | 因數         | 公倍數    |
| 最小公倍數       | 公因數        | 最大公因數  |
| 真分數         | 假分數        | 帶分數    |
| 分數          | 小數         | 億      |
| 四捨五入        | 百分數        | 整除性    |
| 質數          | 合成數        | 「愛氏篩」  |
| 中國古代數字及其記數法 | 羅馬數字及其記數法  | 循環小數   |
| 平方          | 平方根        |        |



# 詞彙

---

| 「代數」範疇 |      |    |
|--------|------|----|
| 方程     | 驗算   | 數型 |
| 正方形數   | 三角形數 |    |

# 課程流程圖

