



示例 12：

固定一個三角形的起碼條件

目標：探究及認識固定一個三角形的起碼條件

學習階段：3

學習單位：全等及相似

所需教材：動態幾何軟件如 *Cabri Geometry* 及所提供的 *Cabri* 檔案

預備知識：角的基本概念

活動內容：

1. 教師提問學生以下問題：「如果只給予一隻角或一條邊，能否繪畫出一個三角形以滿足這條件？所繪的三角形是否唯一？」學生可對這問題提出一些答案。
2. 教師向學生提問：「甚麼是固定一個三角形的起碼條件？」
3. 教師繼續解釋問題中的「條件」是指三角形的邊或角的數目。教師亦須向學生解釋名詞「起碼條件」的意義。
4. 教師要求學生提出他們對解決這個問題的想法。
5. 教師首先討論條件為只有一條邊或一隻角的情況。即如果只給出一條邊或一隻角，能否固定所產生的三角形？

6. 由於這個問題較易，教師可繼續討論在給出兩個條件下的解決問題策略。
7. 教師將學生分為四人一組及派發工作紙 1 予各學生。
8. 教師要求學生將兩個給出條件的不同情況分類。
9. 教師邀請一些學生向全班匯報他們的分類。在此，其他同學可給予評論。
10. 教師總結出只有在工作紙 2 中提及的四種不同情況。
11. 教師派發工作紙 2 給學生。教師選擇一 *Cabri* 檔案去示範檔案的用法，並要求學生利用有關的 *Cabri* 檔案去自行進行探究兩個條件是否能固定一三角形。他們須將探究結果寫在工作紙上。
12. 各組派出代表匯報他們的發現。教師從而引導學生總結出兩個條件不能固定一個三角形。
13. 教師派發工作紙 3 予學生。要求學生將三個給出條件的不同情況分類。建議學生以分組討論形式進行以促進他們交流不同的觀點。
14. 待討論完畢，教師邀請一些學生向全班匯報他們的分類。在此，其他同學可給予評論。
15. 教師總結出只有在工作紙 4 中提及的六種不同情況。
16. 教師派發工作紙 4 予各學生，學生須要利用有關的 *Cabri* 檔案去自行進行探究及完成工作紙。
17. 教師要求各組的代表報告他們的發現。
18. 學生對本示例所提出的問題提出答案及最後總結出條件 SSS、SAS、ASA 及 AAS 能固定一個三角形。故此，固定一個三角形最少要有三個條件。

工作紙 2：在給出兩個條件下能否固定一個三角形？

1. 表 1 顯示三角形在給出兩個條件下的不同情況及其對應檔案。

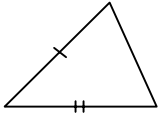
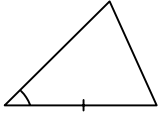
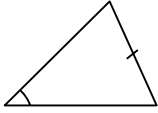
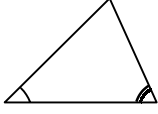
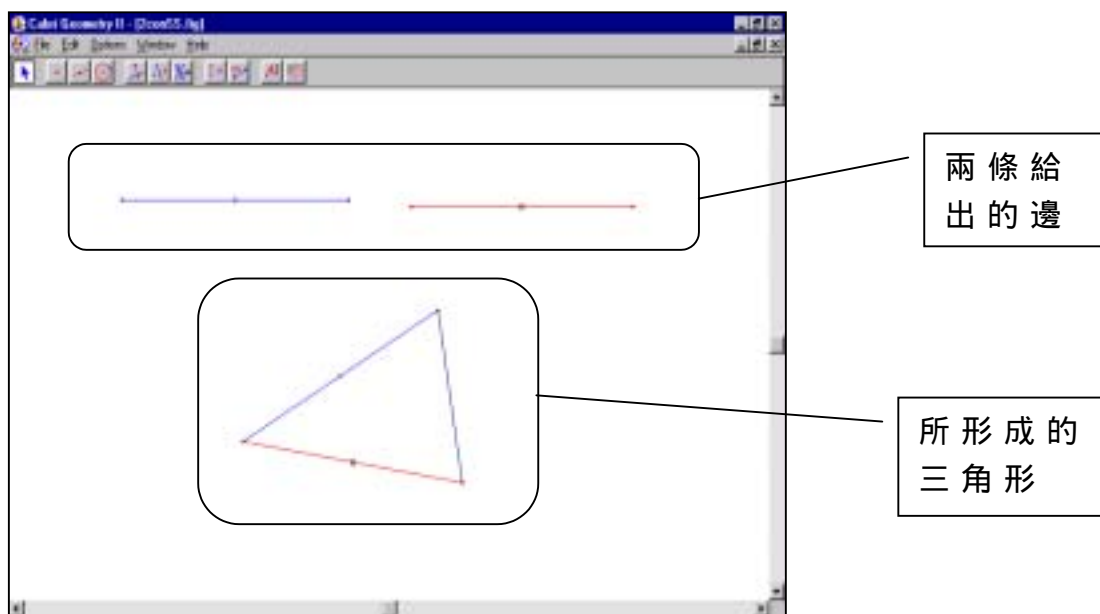
情況	代表圖形	檔案
兩條邊		2conSS.fig
一條邊及其鄰角		2conSA.fig
一條邊及其對角		2conA_S.fig
兩隻角		2conAA.fig

表 1

2. 以下示範表 1 的其中一種情況的探究活動。
 開啟檔案 2conSS.fig。在視窗的上半部你會找到兩條線段為兩個給出的條件而其對應的三角形則繪畫在視窗的下半部（看圖 1）。



3. 拖曳三角形的每一個頂點，以觀察是否所給出的條件能固定所繪的三角形。
4. 拖曳線段的端點以改變給出條件下邊的長度。注意在給出條件下所繪畫的三角形的變化。重複點 3。
5. 將結果記錄在表 2。
6. 估計一個能固定一個三角形的附加條件，並將此條件寫在表 2 上。
7. 利用其他檔案重複以上步驟進行探討及將結果寫在表 2 上。

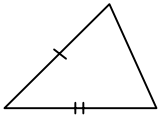
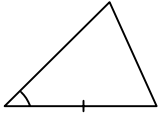
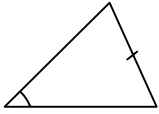
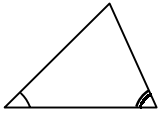
情況	代表圖形	能否固定三角形？	如有需要，寫下一個能固定三角形的附加條件。
兩條邊			
一條邊及其鄰角			
一條邊及其對角			
兩隻角			

表 2

工作紙 4：在給出三個條件下能否固定一個三角形？

1. 表 1 顯示三角形在給出三個條件下的不同情況及其對應檔案。

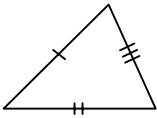
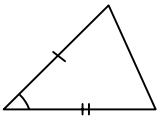
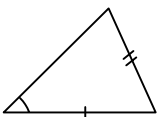
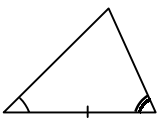
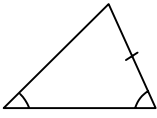
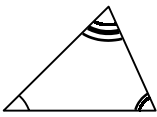
情況	代表圖形	檔案
三條邊		3conSSS.fig
兩條邊及其夾角		3conSAS.fig
兩條邊及一非夾角		3conSSA.fig
兩隻角及其夾邊		3conASA.fig
兩隻角及其非夾邊		3conAAS.fig
三隻角		3conAAA.fig

表 1

2. 以下示範表 1 的其中一種情況的探究活動。
開啟檔案 3conASA.fig。在視窗上半部你會找到兩隻角及一條線段為給出的三個條件而其對應的三角形則繪畫在視窗的右下角（看圖 1）。

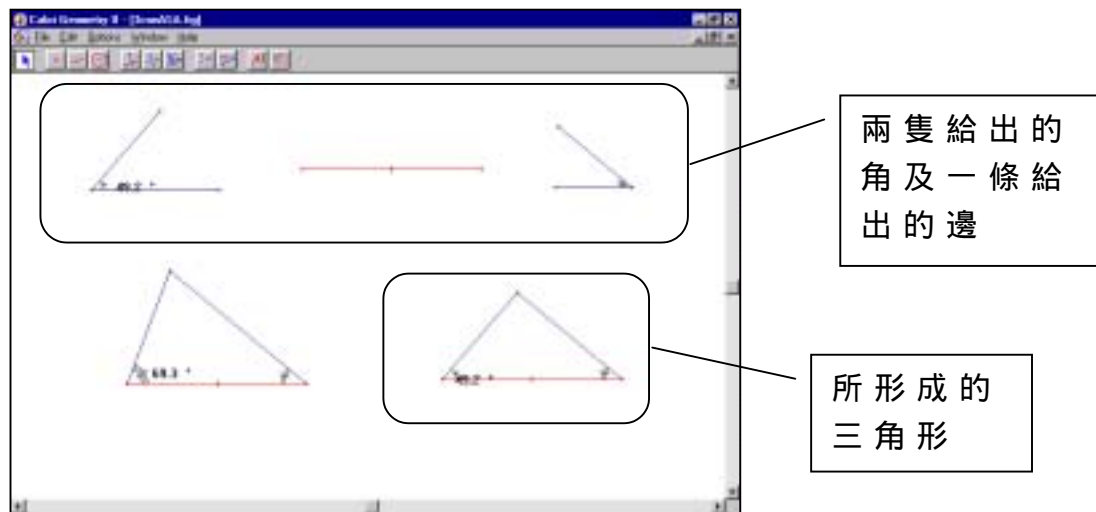


圖 1

3. 你可以拖曳在視窗上或線段的頂點以改變在給出三個條件下的角度或邊長的大小。注意以給出條件所繪成的三角形的變化。
4. 在視窗左下角你會找到只利用給出兩個條件而繪畫成的三角形。（在這裏兩個選取的條件為一固定邊及一固定角。）拖曳此三角形的頂點以形成與右下角一樣大小的三角形。你可以拖曳左下角三角形其中的一個頂點以移動此三角形，並將它放在右下角的三角形上面以觀察這兩個三角形是否全等（看圖 2）。

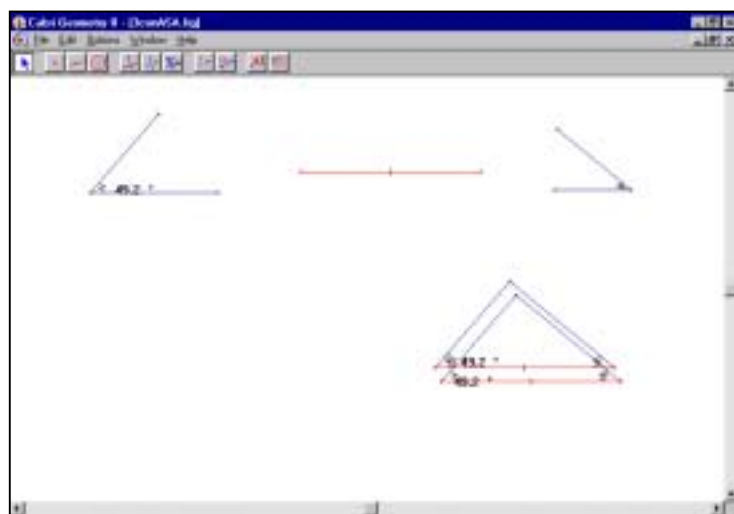


圖 2

5. 再次將你所得的三角形移回左下角。拖曳此三角形的頂點以觀察能否得出另一個三角形。將結果記錄在表 2 上。
6. 如有需要，猜測一個能固定三角形的附加條件。
7. 利用其他檔案重複以上步驟進行探究及將結果寫在表 2 上。

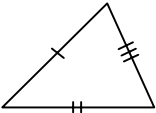
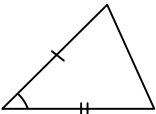
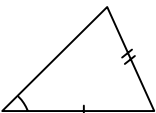
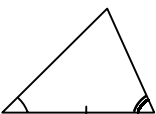
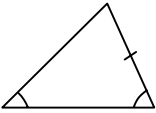
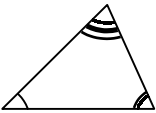
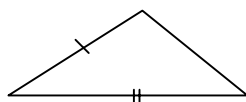
情況	代表圖形	能否固定三角形？	如有需要，寫下一個能固定三角形的附加條件。
三條邊			
兩條邊及其夾角			
兩條邊及其非夾角			
兩隻角及其夾邊			
兩隻角及其非夾邊			
三隻角			

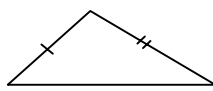
表 2

教師注意事項：

1. 本示例的目標是要引入以最少條件來固定一個三角形的概念。一個三角形包含三條邊及三隻角。如果給出所有邊及所有角，除非該條件不符合三角形不等式或角的總和不是 180° ，否則必定能形成唯一的三角形。本示例的活動假設給出條件必能形成三角形，問題則是所形成三角形是否唯一。有關處理三角形不等式的部分，請參閱學習單位「演繹幾何簡介」的非基礎部分。
2. 本示例中的「條件」是指「給出的邊或角的數目」。在工作紙 1，有很多方法可將給出條件作出分類及分析。本示例考慮從兩個給出條件的情況延伸至三個條件的情況。首先，學生先分析問題及將給出的條件分類。學生會經驗到在給出兩個條件的情況下(兩條邊、兩隻角、或一邊一角)，所形成的三角形並非唯一。另一方面，在給出三個條件下的某些情況能形成唯一的三角形。
3. 教師應向學生解釋清楚起碼條件的意義。由於兩個給出條件不能固定一個三角形，起碼條件的數目應大於 2。在給出三個條件的情況中，SSS、SAS、ASA 及 AAS 均能固定一個三角形，而情況 SSA 及 AAA 則不能。所以固定三角形的起碼條件為 3。
4. 在以上某些情況下，不能形成一個三角形。例如，在給出三個條件的情況如 SSS，如果學生拖曳一邊所得的長度超過其他兩邊的和，則不能形成三角形。教師可向學生提問為何不能形成三角形並聯繫三角不等式的概念。
5. 在給出兩個條件下的分類中，學生會以為



及



為不同情況。教師須提醒學生它們是兩種重覆的情況。實際上，此乃 Cabri 檔案 2conSS.fig 所代表的情況 SS。

6. 為了避免混亂，有關給出三個條件的 RHS 情況已被省略。

7. 在工作紙 1 中，期望教師引導學生得出工作紙 2 表 1 中的四種情況。故此，教師應讓學生完成工作紙 1 的最後討論部分後才派發工作紙 2 給他們。這原則亦同時應用在工作紙 4 上。
8. 在工作紙 2 中表 2 的第四欄，只期望學生猜測及寫下一個能固定三角形的附加條件。由於他們可從工作紙 4 中表 2 的結果中找出附加條件的正確答案，故此學生在完成工作紙 2 後不須詳細討論此部分。例如，在工作紙 2 的表 2 中，在給出兩個條件下的情況，能夠固定兩條給出邊的三角形的附加條件為「一夾角」或「第三條邊」，支持這論點的理由可從工作紙 4 表 2 給出三個條件 SAS 及 SSS 的情況中找到。