



示例 6 :

探索零指數及負整數指數

目標 : (1) 認識 $a^0 = 1$ 當 $a \neq 0$

(2) 認識 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

學習階段 : 3

學習單位 : 整數指數律

所需教材 : 計算機

預備知識 : (1) 利用計算機去找出 a^n 的值

(2) 正整數的指數律

活動內容 :

1. 教師協助學生重溫如何用計算機的 x^y 鍵去找出 a^n 及 a^{-n} 的值。
2. 教師分派工作紙 1 , 並著學生在完成工作紙後提供 a^0 的值。
3. 教師派發工作紙 2 , 並著學生在完成工作紙後提供 a^{-n} 的意義。

工作紙 1 :

1. 試用計算機，找出下表各 a^0 的值。

a	1	1.5	2	200	-1	-1.5	-111.1
a^0							

2. 由上表的結果， $a^0 =$ _____。
-

3. 你能否找到 0^0 的值嗎？計算機上出現了什麼結果？
-

4. 當 a 為非零的實數， $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ， m 及 n 為正整數。假設這結果適用於零指數，求

(i) $a^m \times a^0 = a^{\quad} = a$

(ii) $a^0 \times a^m = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 綜合問題 1 及 4 的結果，你可否提供 a^0 的值？

$a^0 =$ _____，其中 $a \neq$ _____

工作紙 2 :

1. 利用計算機完成以下各表

(i)	$2^1 = 2$	$2^{-1} = 0.5$	$2^1 \times 2^{-1} = 2 \times 0.5 = 1$
	$2^2 =$	$2^{-2} =$	$2^2 \times 2^{-2} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$
	$2^3 =$	$2^{-3} =$	
	$2^4 =$	$2^{-4} =$	
	$2^5 =$	$2^{-5} =$	

由觀察所得， $2^n \times 2^{-n} = \underline{\quad}$

(ii)	$(-5)^1 = -5$	$(-5)^{-1} = -0.2$	$(-5)^1 \times (-5)^{-1} = (-5) \times (-0.2) = 1$
	$(-5)^2 =$	$(-5)^{-2} =$	$(-5)^2 \times (-5)^{-2} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad}$
	$(-5)^3 =$	$(-5)^{-3} =$	
	$(-5)^4 =$	$(-5)^{-4} =$	
	$(-5)^5 =$	$(-5)^{-5} =$	

由觀察所得， $(-5)^n \times (-5)^{-n} = \underline{\quad}$

2. 從以上的結果，當 a 為非零整數， $a^n \times a^{-n}$ 的值是多少？

3. 當 a 為非零的實數， $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 及 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ，其中 m 及 n 為正整數。假設這結果亦適用於負指數，求

(i) $a^n \times a^{-n} = a^{\quad} = a^{\quad} = \underline{\quad}$

(ii) $a^n \times \frac{1}{a^n} = a^n \div a^n = a^{\quad} = a^{\quad} = \underline{\quad}$

由觀察所得， $a^{-n} = \underline{\quad}$ ，其中 $a \neq \underline{\quad}$

教師注意事項：

1. 教師應提醒學生如何使用計算機上的 $\boxed{+/-}$ 鍵，把一個正數變成負數。學生應特別留意計算如 5^{-2} 及 $(-5)^{-2}$ 的值。
2. 工作紙的答案

工作紙 1

(1)	a	1	1.5	2	200	-1	-1.5	-111.1
	a^0	1	1	1	1	1	1	1

(2) $a^0 = 1$

(3) 錯誤訊息，通常以「E」表示

(4) (i) $a^{m+0} = a^m$

(ii) $a^{0+m} = a^m$

(5) $a^0 = 1$ ，其中 $a \neq 0$

工作紙 2

(1) (i)	4	0.25	$4 \times 0.25 = 1$
	8	0.125	$8 \times 0.125 = 1$
	16	0.0625	$16 \times 0.0325 = 1$
	32	0.03125	$23 \times 0.03125 = 1$

$2^n \times 2^{-n} = 1$

(ii)	25	0.04	$25 \times 0.04 = 1$
	-125	0.008	$(-125) \times (-0.008) = 1$
	625	0.0016	$625 \times (0.0016) = 1$
	-3125	0.00032	$(-3125) \times (-0.00032) = 1$

$(-5)^n \times (-5)^{-n} = 1$

(2) $a^n \times a^{-n} = 1$

(3) (i) $a^{n+(-n)} = a^0 = 1$

(ii) $a^{n-n} = a^0 = 1$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, 其中 $a \neq 0$

3. 在計算 0^0 的值時，部份學生以「E」作為答案。教師應指出 $0^0 = E$ 是不正確的。在計算機中，「E」是用來表示錯誤的訊息。
4. 教師應鼓勵學生猜測 a^0 及 a^{-n} 的值，以增加課堂討論。
5. 對於能力稍遜的學生，教師可簡單重溫正整數的指數律。