



## 示例 5： 探究梯形的性質

- 目標：** 學生能夠透過電腦軟件探究梯形的性質
- 學習範疇：** 度量、圖形與空間
- 學習單位：** 四邊形
- 學習階段：** 第三學習階段
- 所需教材：** 動態幾何軟件 – *Geometer's Sketchpad* 及檔案  
hots05\_1.gsp , hots05\_2.gsp , hots05\_3.gsp
- 預備知識：** 三角形的面積
- 有關的高層次思維能力：** 探究能力、推理能力

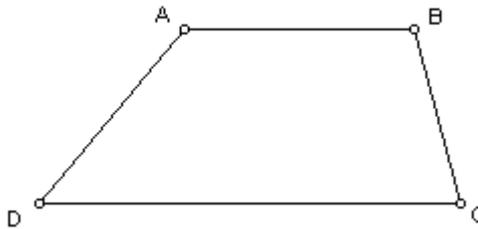
### 活動內容：

1. 分發工作紙 5.1 及檔案 hots05\_1.gsp , hots05\_2.gsp , hots05\_3.gsp 給學生。
2. 要求學生探究工作紙中的問題，並將結果寫下。
3. 要求學生比較和討論他們的結果。為了方便表達，他們可以將不同梯形的圖像及其角與邊之度量列印出來。
4. 教師可對他們的結果給予評語。

## 工作紙 5.1 :

## 活動 5.1 :

開啟檔案 hots05\_1.gsp，取出梯形 ABCD，其中 AB 為上底，而 CD 為下底。你可以拖曳圖形的頂點去改變梯形的形狀及大小。量度邊的長度和角的大小，以探究下列問題：



1. AB 或 CD 可否等於 AD 或 BC？若然，在螢幕上作圖；不然，請提出理由。

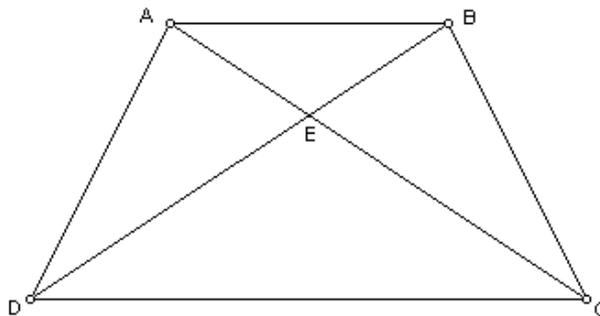
---

2. AC 可否等於 BD？若然，在螢幕上作出該圖形。從 AD 和 BC 的長度，你觀察到什麼？

---

## 活動 5.2 :

開啟檔案 hots05\_3.gsp，取出等腰梯形 ABCD，E 為對角線 AC 和 BD 的交點。



3. 量度  $\angle BCD$  和  $\angle ADC$ ； $\angle BAD$  和  $\angle ABC$ 。你有什麼發現？

---

4. 量度  $\angle BAD$  和  $\angle ADC$  ;  $\angle ABC$  和  $\angle BCD$ 。你有什麼發現？

---

5. 求  $\triangle AED$  和  $\triangle BEC$  的面積。你觀察到什麼？

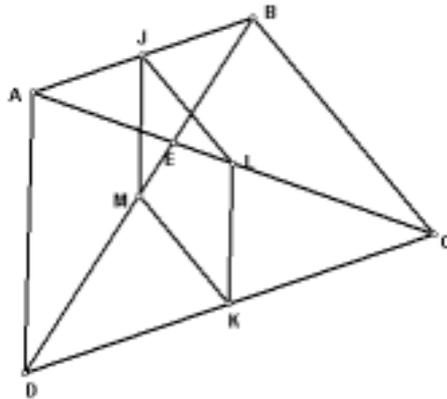
---

6. 求  $\triangle AED$  ,  $\triangle AEB$  ,  $\triangle BEC$  和  $\triangle DEC$  的面積。這些面積之間有什麼關係？

---

*活動 5.3 :*

7. 開啟檔案 `hots05_3.gsp` , J、K、L、M 分別是 AB、CD、AC、BD 的中點。



將以上四個中點或任意三個中點連起來所形成的圖形會是怎麼樣的圖形呢？提出你的猜想，量度它們的長度去驗證猜想。假使梯形不再是一個等腰梯形，這個圖形會有什麼改變呢？

---



---



---



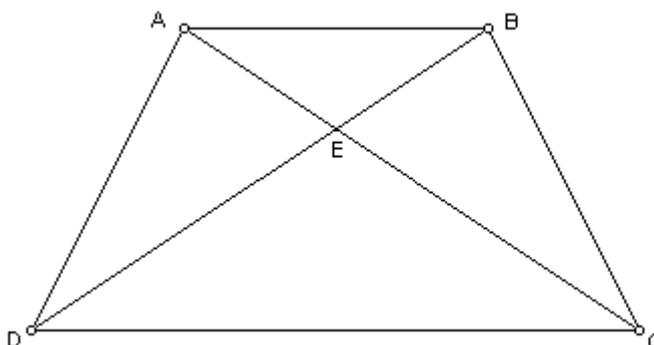
---



---

## 教師注意事項：

1. *Geometer's Sketchpad* 的試用版可以於下列網址下載：  
<http://www.keypress.com/sketchpad/sketchdemo.html>
2. 教師應於活動進行前將檔案 *hots05\_1.gsp* , *hots05\_2.gsp* 及 *hots05\_3.gsp* 上載至伺服器供學生使用，或者預先將檔案儲存於磁碟上。
3. 教師應向學生解釋底和等腰梯形的意義。梯形的平行邊稱為底。如果不平行的邊的長度相等，則該梯形稱為等腰梯形。
4. 在工作紙 5.1 的問題 2 中，我們期望學生發現如果  $AD = BC$ ，則  $AC = BD$ 。
5. 在問題 3 中，透過量度底角的大小(例如  $\angle BCD$  和  $\angle ADC$ )，學生應該發現無論等腰梯形的大小如何改變，這兩隻角都相等。
6. 在問題 4 中，學生應可發現在等腰梯形中，這兩對角都是互補的。
7. 在問題 5 中，學生應觀察到  $\triangle AED$  和  $\triangle BEC$  的面積相等。
8. 在問題 6 中，其中一個關係是  
 $\triangle AED$  面積  $\times \triangle BEC$  面積 =  $\triangle AEB$  面積  $\times \triangle DEC$  面積

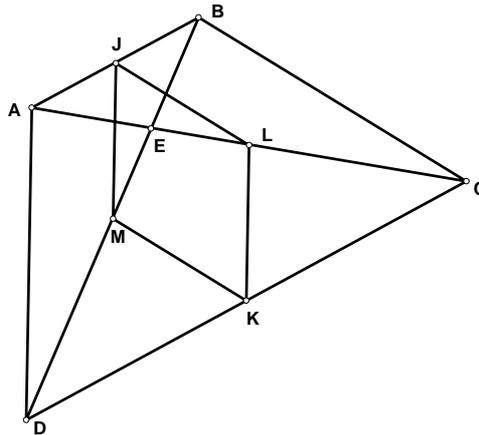


證明：
$$\frac{\triangle AED \text{面積}}{\triangle AEB \text{面積}} = \frac{DE}{EB} = \frac{\triangle DEC \text{面積}}{\triangle BEC \text{面積}}$$

$\therefore \triangle AED$  面積  $\times \triangle BEC$  面積 =  $\triangle AEB$  面積  $\times \triangle DEC$  面積  
教師應提醒學生在任何四邊形中，這個關係都成立。

9. 問題 7 是較具挑戰性的，教師可幫助學生分成小組並鼓勵討論所作出的猜想。如果 ABCD 是一個等腰梯形，則 4 個中點(J、K、L 和 M)連貫所成的圖形是一個菱形。

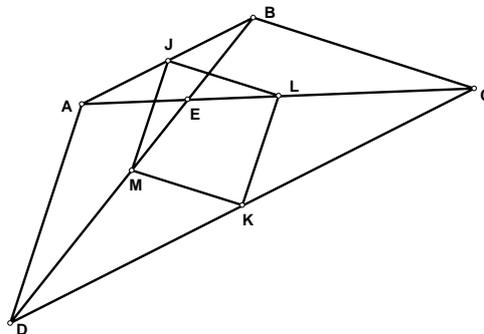
JL = 2.53 cm  
 LK = 2.53 cm  
 KM = 2.53 cm  
 MJ = 2.53 cm  
 $\angle JMK = 121^\circ$



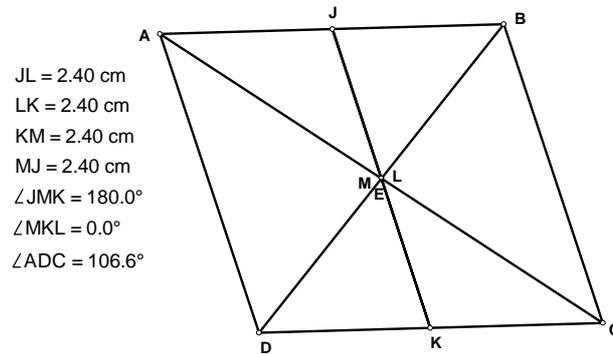
教師可要求學生作進一步探究。例如，何時四邊形 JLKM 會變成一個正方形？在什麼情形下不能形成一個四邊形？

當等腰梯形的底角為  $45^\circ$  時，四邊形 JLKM 會變成一個正方形。

JL = 2.17 cm  
 LK = 2.17 cm  
 KM = 2.17 cm  
 MJ = 2.17 cm  
 $\angle JMK = 90.0^\circ$   
 $\angle MKL = 90.0^\circ$   
 $\angle ADC = 45.0^\circ$



當梯形變成一個平行四邊形、長方形或正方形時，就不能產生四邊形 JLKM。



將任意選取的三個中點連起來所形成的圖形會是等腰三角形或等邊三角形。如果梯形不是等腰，四個中點 J、K、L 和 M 連起來所形成的圖形會是一個平行四邊形或是一個長方形。將任意選取的三個中點連起來所形成的圖形可以是一個銳角三角形、鈍角三角形或是直角三角形。