

丙. 學習重點及教學建議 (第四學習階段)

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
觀察規律及表達通則			
續多項式	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <u>進一步運算多項式，包括只計算至簡單的二次除式的長除法</u></li> <li>● <u>理解除法算法的概念</u></li> <li>● <u>理解及運用餘式定理及因式定理(只計算至三次多項式)</u></li> <li>● <u>欣賞因式定理的功能，及知道其局限性</u></li> </ul>	<p>在本學習單元中，學生應能進一步利用代數技巧運算多項式。學生在第三學習階段學會多項式的加法、減法及乘法。學生在此階段應懂得計算至簡單的二次除式的多項式的長除法。學生應能以筆算計算簡單除法。學生可探究除數的冪與餘數的冪的關係。在代數軟件協助下，可在短時間內計算出不同之除數及被除數的商及餘數。學生可觀察到其中之冪及它們之間的關係。教師亦可介紹除法算法及餘式定理。因式定理可視為餘式定理的特殊情況。學生應能應用因式定理對多項式作因式分解。教師應引導學生欣賞因式定理在尋找因子的功能。學生亦可對十字相乘法和因式定理作比較。教師應提及因式定理只能尋找線性因子的限制。</p>	9
等差數列和等比數列及其求和法	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <u>進一步探究等差數列和等比數列的性質</u></li> <li>● <u>訂立及運用數列的通項</u></li> <li>● <u>探究及應用等差數列及等比數列的求和公式</u></li> <li>● <u>認識極限的意念，並演繹若干等比數列無限項的總和公式</u></li> <li>● <u>解答現實生活問題，例如利息、增長、折舊及幾何問題等</u></li> <li>● <u>**探究一些具有遞歸規律的數列</u></li> </ul>	<p>至於數字規律方面，學生在第三學習階段已做過不同的簡單數列規律的猜想練習。於目前階段，學生可深入研究數列的兩個特別例子：等差數列及等比數列。學生應可利用歸納的方法找出通項及求 <math>n</math> 項和的公式。學生亦應學習這兩項公式的證明。教師可介紹高斯的故事以引發學生尋找求和法的公式的興趣。就演繹 <math> r  &lt; 1</math> 的等比數列無限項總和公式方面，學生可利用計算機或試算表軟件，探究及比較不同數值的 <math>r</math> 對 <math>r^n</math> 數值的影響。學生應討論該等公式在現實生活上的應用，例如複利息、幾何問題等。至於能力較佳的學生，教師可向他們介紹其他類型的序列，例如遞推序列等。</p>	10

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
代數關係式與函數			
一元二次方程	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 利用因式法及公式解二次方程</li> <li>● 繪畫 <math>y=ax^2+bx+c</math> 之圖像及根據圖像之 <math>x</math>-截距解方程 <math>ax^2+bx+c=0</math></li> <li>● 注意圖解法的近似性質</li> <li>● 選用最合適的策略解二次方程</li> <li>● 認識根在不同條件下的性質</li> <li>● 理解實數系統，以及注意以小數表達有理數的特性</li> </ul> <p>(註：二次函數之圖像將在「函數及其圖像」單位中，作進一步探討)</p>	<p>學生於第三學習階段時已學會不同類型代數關係的意義。在第四學習階段，學生應能學習較複雜的代數關係。學生應該能夠以代數及圖解這兩種方法，解二次及更高次的方程。就不等式方面，學生會由一元不等式的認識，延伸至二元不等式。在已知的兩組數量，學生應該能夠探究及描述其可能存在的代數關係。由於學生已具備探究「輸入 - 處理 - 輸出」概念的經驗，故教師可以引導學生理解函數的基本概念，並探究不同類型的函數及其圖像。學生將深入研究二次函數、指數函數及對數函數，以比較不同類型的函數的特性。教師應引導學生欣賞利用代數方法解決現實生活的問題。</p> <p>教師應引導學生分解 <math>ax^2+bx+c</math> 的因式，然後計算出二次方程 <math>ax^2+bx+c=0</math> 的解。教師利用配方法演繹二次方程式的解的公式。學生明白公式後，就可利用計算機求根。教師應再次提及有理數及無理數，而學生對有理數的特點應有深入的了解。教師亦應介紹實數系統的架構。就較高次的方程而言，學生應利用因式定理解方程。課堂上亦應討論不能運用因式定理求解的方程。學生應探究及討論方程的圖解法的功能及局限。描繪 <math>y=ax^2+bx+c</math> 時，可使用繪圖軟件或圖像計算機。該等工具的放大功能，有助學生討論如何尋找圖像在 <math>x</math> 軸上的交點。學生將很容易理解到圖解法只能提供近似解，以及需要借助該等工具尋找更精確的解。在該等資訊科技工具輔助下，繁複的代數運算及繪圖工作會因而減省。如何選取最合適的解決問題方法及如何以代數語言構思問題，應作詳細討論。</p>	17
續方程	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <u>建立及解可變換為二次方程的方程</u></li> <li>● <u>建立及以代數方法解分別為一次及二次的聯立方程</u></li> <li>● 以圖解法觀察既定曲線的交點來解方程</li> <li>● 欣賞利用圖解法解方程的功能及理解其局限性</li> <li>● 選用最合適的策略解方程</li> <li>● **探究解三次或更高次方程的代數方法</li> </ul>	<p>教師應引導學生分解 <math>ax^2+bx+c</math> 的因式，然後計算出二次方程 <math>ax^2+bx+c=0</math> 的解。教師利用配方法演繹二次方程式的解的公式。學生明白公式後，就可利用計算機求根。教師應再次提及有理數及無理數，而學生對有理數的特點應有深入的了解。教師亦應介紹實數系統的架構。就較高次的方程而言，學生應利用因式定理解方程。課堂上亦應討論不能運用因式定理求解的方程。學生應探究及討論方程的圖解法的功能及局限。描繪 <math>y=ax^2+bx+c</math> 時，可使用繪圖軟件或圖像計算機。該等工具的放大功能，有助學生討論如何尋找圖像在 <math>x</math> 軸上的交點。學生將很容易理解到圖解法只能提供近似解，以及需要借助該等工具尋找更精確的解。在該等資訊科技工具輔助下，繁複的代數運算及繪圖工作會因而減省。如何選取最合適的解決問題方法及如何以代數語言構思問題，應作詳細討論。</p>	15
變分	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 討論兩個變化數量的關係</li> <li>● 繪畫正變和反變的圖像，以及認識數量關係的代數表達方式</li> <li>● 認識及欣賞變分的代數表達方式如 <math>V=\pi r^2 h</math>, <math>y=k_1+k_2x</math> 等</li> <li>● 把變分的關係應用於現實生活的問題上</li> </ul>	<p>於討論數量的關係時，學生應能觀察規律，並以代數語言歸納該等規律。正變及反變為學生於日常生活中會遇到的兩種基本及常見的變分。他們應該能夠以圖像及代數方式，表述該等關係。學生可就正變被描述成「當 <math>x</math> 越大，<math>y</math> 就越大」的含糊之處，作出探究。教師可展示闡釋上述陳述語句的不同圖表以助討論。經過變換後可用正變或反變予以描述的數量，亦應在討論之列。詳細討論過正變及反變後，可繼而表述合併正變及反變的關係。由該等關係模擬的現實生活問題亦應加以研究。</p>	13

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
二元一次不等式	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <u>在平面上繪畫二元一次不等式的圖像</u></li> <li>● <u>討論含有「及」的複合線性不等式的解法</u></li> <li>● <u>解聯立二元一次不等式</u></li> <li>● <u>解線性規劃問題</u></li> </ul>	<p>學生在第三學習階段已學會用數線表示一次不等式的解。在「二元一次不等式」單位中，教師應指出二元一次不等式的解有需要在平面上表示。學生可以運用代入數值的方法，探究如 <math>x+y&gt;2</math> 此等不等式的解。學生在圖像計算機及繪圖軟件協助下，可以把表列及解法的圖示並列，以促進討論。在該等工具協助下，學生亦可探究不等號轉變對解的影響。當學生對不等式已有基本認識，並且已具備對聯立方程的初步了解時，便能進而討論聯立不等式的解。學生可討論線性規劃在模擬現實生活問題上的應用。由於資訊科技工具可減輕學生在描繪可行解的過程，學習重點可集中於建立約束條件及目標函數的策略，以及在可行解中尋找最優解的方法。討論中可加入各式各樣的現實生活問題。</p>	15
函數及其圖像	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 聯繫「輸入 - 處理 - 輸出」的概念與應變數及獨立變數的關係</li> <li>● 從函數的表列、符號和圖像方面來理解函數的基本概念及 <math>x</math> 的假變數的性質</li> <li>● 學習使用函數的記法</li> <li>● 探究二次函數的各項性質，例如從圖像中找出極點、對稱軸、極值等</li> <li>● <u>欣賞阿拉伯人對配方法的貢獻，並利用該方法找出二次函數的性質</u></li> <li>● <u>欣賞能用配方法得出完全平方式的好處</u></li> <li>● 繪畫及比較各類函數的圖像</li> <li>● 從圖像 <math>f(x)</math> 中讀取 <math>f(x) &gt; k</math> , <math>f(x) &lt; k</math> , <math>f(x) \geq k</math> , <math>f(x) \leq k</math> 的解</li> <li>● <u>從表列、符號及圖像探討變換對函數的影響</u></li> <li>● <u>從給出的代數關係，將經變換後的函數圖像形象化</u></li> </ul>	<p>於第三學習階段，學生應知道「輸入 - 處理 - 輸出」的概念以進行公式、數列、多項式等的操作。在這個階段，應介紹應變數及獨立變數的概念，以及函數的直觀概念。然而，函數的嚴謹的定義以及涉及如映射、定義域等術語則不應包括在內。學生在「一元二次方程」的單位中，對於二次函數的形狀已有初步的認識。在「函數及其圖像」單位中，學生透過對不同二次函數圖像的探究，歸納二次函數的性質。教師應介紹尋找對稱軸及頂點的代數方法。學生對二次函數有認識後，即可進而討論其他類型的函數。教師可利用試算表軟件或圖像計算機，探究以數字、代數及圖像表示的不同函數。藉資訊科技工具，可以將獨立變數改變對應變數的影響呈現眼前。有關函數圖形之形狀、增長率、截距及變換影響的討論，可提高學生對代數符號的認識。由於不同函數的圖像可以同時及立即在同一螢幕上顯示，故可即時作出比較。</p>	16

學習單位	學習重點	教學建議	建議節數
指數函數及對數函數	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <u>理解及運用有理數指數定律</u></li> <li>● <u>理解對數函數的定義及知道常用對數非唯一對數函數</u></li> <li>● <u>認識對數及指數函數之圖像特性</u></li> <li>● <u>探究及研究對數函數和指數函數兩者在性質上的關係</u></li> <li>● <u>欣賞對數在各種現實生活的應用</u></li> </ul>	<p>在「指數函數及對數函數」的單位中，學生對指數定律的認識，應由整數指數伸延至有理數指數。學生須運算簡單數式，以明瞭有理數指數的意義，釐清諸如 <math>x^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x^3}</math> 等錯誤。於介紹指數函數及對數函數時，應進一步闡釋指數的概念。教師須介紹上述兩函數的關係，使學生對反函數有所認識，並對對數函數的性質有更清楚了解。然而，無須提及反函數的符號記法及嚴謹的定義。它們相關的性質可於比較圖像時作研究。課堂內亦可討論對數函數在各學科中的應用。例如：分貝（聲音強烈程度的單位）、黎克特制（辨別地震強度的比例），及將數據由指數形式轉為線性形式的技巧等。教師亦可提及過往對數在處理大型數字上的應用，惟無須對此加以強調。（附註：對數函數的定義不應僅限於常用對數。）</p>	18