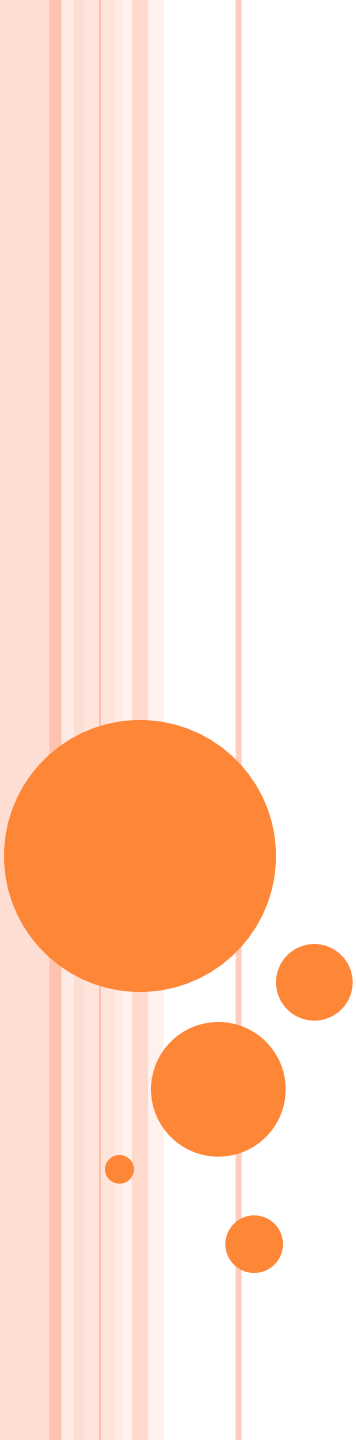


探究圓周率和圓弧圖形的周界



仁德天主教小學
羅惠儀副校長
關家暉老師
陳錦權老師

小學校本課程發展組
蕭霞萍小姐

2013年4月13日

分享內容

○活動(一)

- 分析評估數據

○校本分享(一)

- 探究圓周率

○活動(二)

- 解構圓弧圖形的組合

○校本分享(二)

- 探究圓弧圖形的周界

圓周的學習重點

- 認識圓周；
- 探究圓周與直徑和半徑的關係；
- 認識圓周率；
- 認識古代中國數學家找出圓周率的故事；
- 應用圓周的公式。

圓周的學習難點

- 圓周率的推算，背後牽涉複雜的數學概念和方法，如何將它們串連起來，令學生融會貫通，以及引起他們主動探求的意欲？
- 如何幫助學生理解圓周率的意義，以及明白3.14和 $\frac{22}{7}$ 只是近似值？
- 求與圓有關的複雜圖形的周界時，如何幫助學生掌握把圖形的周界分割及重組的基本概念？

活動(一) – 分析評估數據

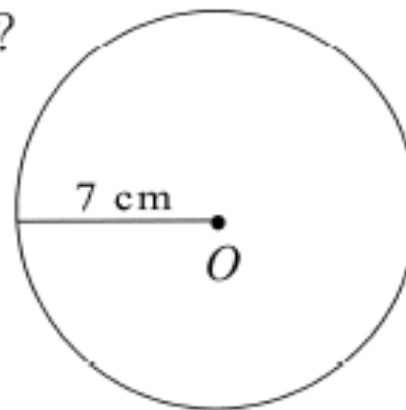
- 分組討論TSA數據（2 – 3人一組）。
- 檢視學生在「圓周」的表現。
- 分析學生的強項和弱點，並舉例說明。
- 時間：
 - 5分鐘討論
 - 10分鐘匯報及總結

強項：能利用公式找出圓周

32. 右圖中， O 點是圓心，圓周是多少？

(π 以 $\frac{22}{7}$ 計算)

答案：圓周是 44 cm。



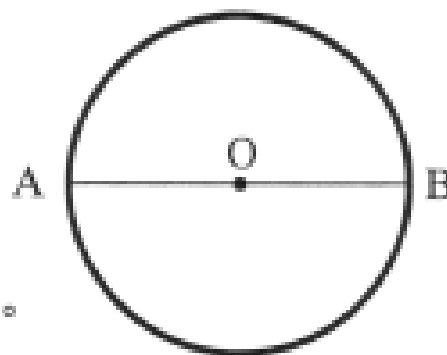
2005 M3

73.2%

26. 右圖中， O 是圓心。

(a) 若 AO 長 5 厘米，直徑 AB
長 10 厘米。

(b) 圓形的圓周是 31.4 厘米。
(π 以 3.14 計算)



2006 M3

(a) 93.9%

(b) 86.8%

強項：能利用公式找出圓周

26. 一個直徑 50 cm 的車輪，在地面滾動了 3 周，它移動了的距離是多少？（ π 以 3.14 計算。）

☐ A. 157 cm

☐ B. 314 cm

☒ C. 471 cm

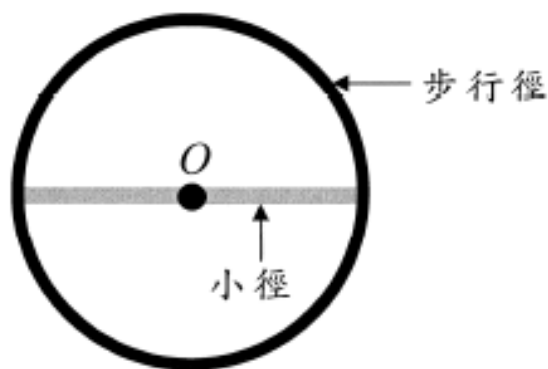
☐ D. 942 cm

2007 M1

78.5%

弱點：未掌握 π 的意義

26.



左圖中， O 點是圓形步行徑的圓心。步行徑的長度約是小徑的多少倍？

☐ A. 1

☒ C. 3

☐ B. 2

☐ D. 6

2005 M1

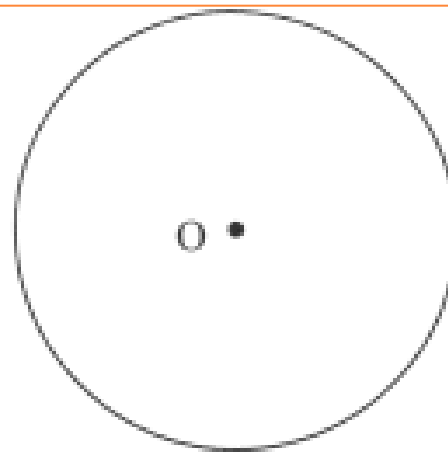
59.2%

弱點：未掌握 π 的意義

34. (a) 右圖中，O 是圓心。為圓畫上一條直徑。

(b) 用尺子量度這直徑的長度。
它的長度是 5 cm。

(c) 這圓的圓周約是 _____ cm (以整數作答)，
因為 15，因為圓周約是直徑的 3 倍，即 15 cm _____
或 _____
16，因為圓周是 $5 \times 3.14 = 15.7 \approx 16$ _____。



2006 M4

(a) 75.7%

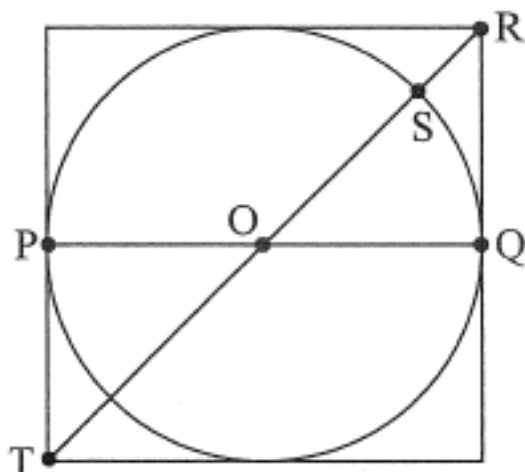
(b) 84.2%

(c) 50.7%

25. 右圖中，正方形內有一個圓，
O 點是圓心。

(a) 哪條直線是直徑？

- ☒ A. PQ
☐ B. OS
☐ C. OR
☐ D. RT



(b) 哪條直線的長度與正方形的邊長相等？

- ☐ A. RT ☐ B. OR
☐ C. OS ☒ D. PQ

(c) 正方形的周界是否比圓的圓周長？為什麼？

答案：* 是 / 否 (*圈出答案)。這是因為_____

正方形的周界

_____ 是正方形邊長的四倍，而圓的圓周_____
 _____ 周只是略大於正方形邊長的三 _____。
 倍。

2007 M2

(a) 93.8%

(b) 78.0%

(c) 14.7%

弱點：未能利用已知的圓周求出半徑

30. 一個圓的圓周是 50.24 cm，它的半徑是多少？
(π 以 3.14 計算)

答案：它的半徑是 8 cm。

2005 M2

68.4%

26. 一個圓的圓周長 110 厘米，求它的半徑。
(π 以 $\frac{22}{7}$ 計算。)

答案：它的半徑是 17.5 厘米。

2007 M2

64.8%

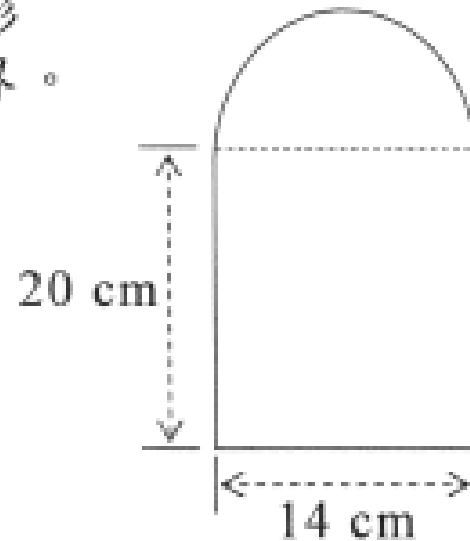
逆向思維，可透過練習跟進問題。

弱點：未能解答涉及弧形的周界

22. 右面的平面圖形是由一個半圓形和一個長方形組成，求它的周界。

(π 以 $\frac{22}{7}$ 計算)

- ☐ A. 62 cm
- ☒ B. 76 cm
- ☐ C. 90 cm
- ☐ D. 98 cm



2006 M1

56%

需要跟進的問題

- π 的意義
- 解答涉及弧形的周界

探究圓周率

以問促思，激發求知

○ 課堂實況

- 不少學生已經知道圓周率表示圓周和直徑之間的倍數，也初步知道如何運用圓周率計算圓周。

○ 反問學生

- 你怎樣證明圓周和直徑的比值是3.14？
- 圓周和直徑的比值是否恰好是3.14？

合作探究，照顧差異

- 對能力較佳的學生，著重培養高層次思維能力
 - 老師提供不同的物件(廁紙筒、汽水罐和隔熱墊)及量度工具(紙條、軟尺和繩)
 - 學生商討怎樣量度物件的圓周及直徑
 - 選擇量度工具
 - 向全班演示量度方法、所得結果及造成誤差的原因

合作探究，照顧差異

- 對能力稍遜的學生，著重動手實踐，合作探求知識。
 - 老師示範量度圓周及直徑的方法
 - 指導學生合作完成探究活動
 - 學生演示結果及歸納結論

量度圓周



利用紙條量度圓周



利用軟尺量度圓周

量度圓周



利用繩及軟尺量度圓周



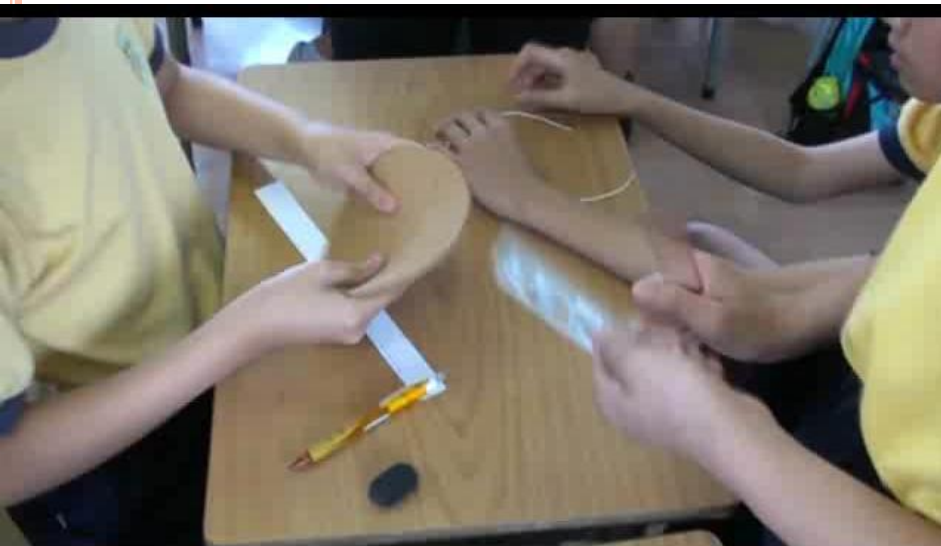
把圓形物件沿直尺滾動

量度直徑

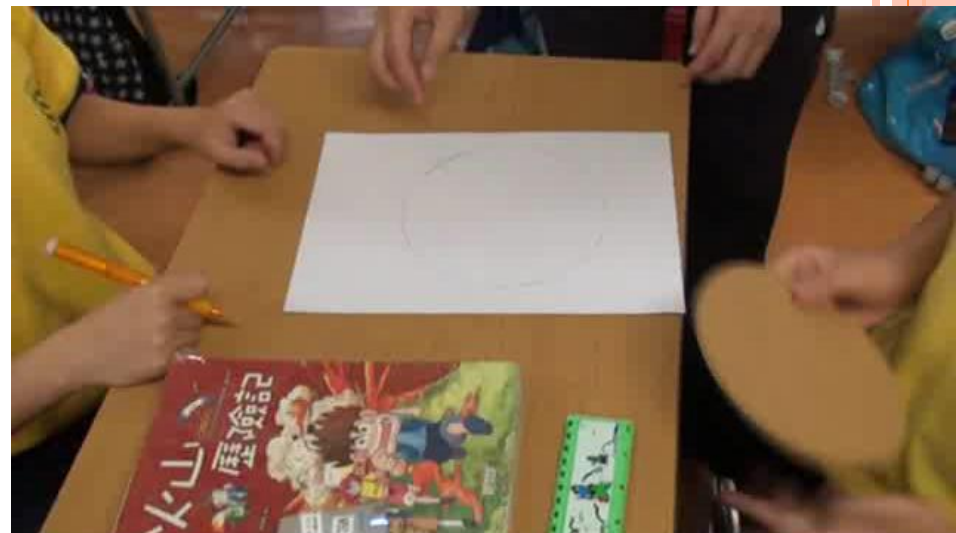


利用方柱量度直徑

量度直徑



以邊長與直徑相等的正
方正形出隔熱墊的直徑



印畫並剪出圓形，然後
對摺並量度直徑的長度

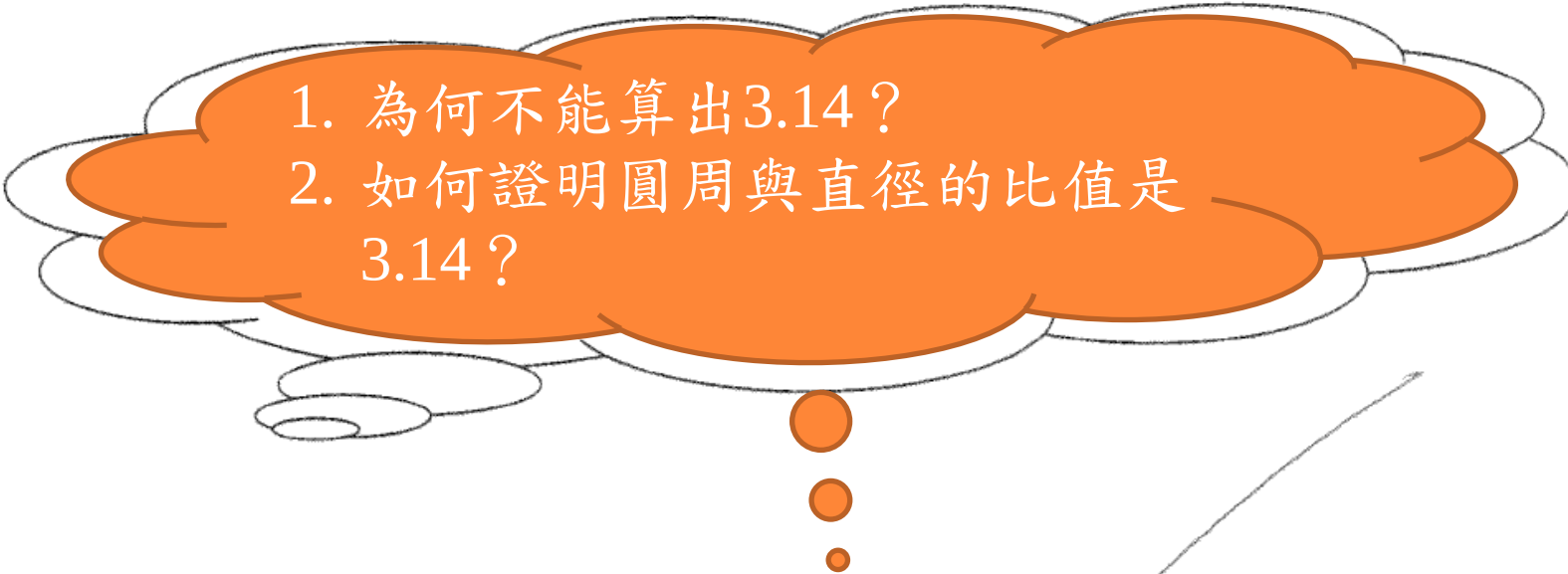
比較結果，加深疑問

物件名稱	圓周(cm) (取小數點後 1 位)	直徑(cm) (取小數點後 1 位)	圓周÷直徑 (取小數點後 2 位)
紙筒	27cm	8.4cm ✓	3.21
汽水罐	21cm	6.7cm ✓	3.13
隔熱鍋墊	53cm	16.8cm ✓	3.15
圓盒	42cm	12.5cm ✓	3.36

比較結果，加深疑問

物件名稱	圓周(cm) (取小數點後 1 位)	直徑(cm) (取小數點後 1 位)	圓周÷直徑 (取小數點後 2 位)
紙筒	26.6 cm	9 cm	2.96
汽水罐	21.5 cm	6.8 cm	3.16
隔熱鍋墊	53.4 cm	17.8 cm	3

比較結果，加深疑問

- 
1. 為何不能算出3.14？
 2. 如何證明圓周與直徑的比值是3.14？

圓周是直徑的 3 倍多些。

深入討論，理性認識

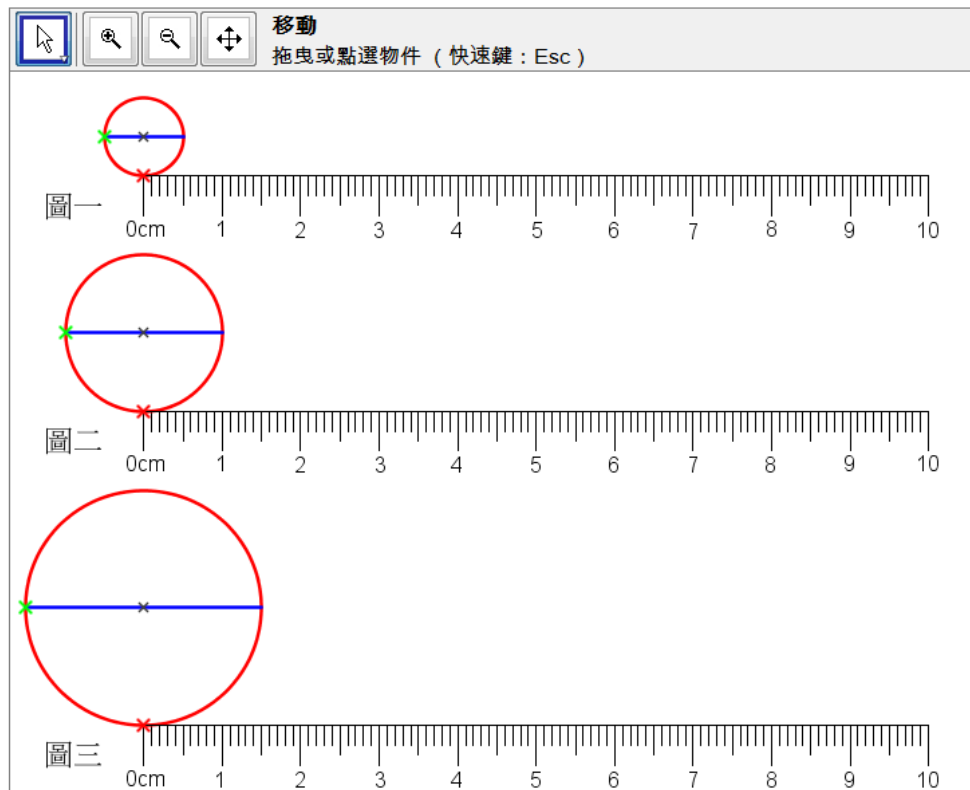
- 學生就答案的誤差進行討論及匯報
 - 造成誤差的原因：
 - 量度技巧欠精確
 - 建議：
 - 改善量度工具，如採用沒有彈力的繩
 - 改善量度技巧，如使用直尺量度繩長時要從刻度「0」開始
 - 使用電腦軟件輔件

深入討論，理性認識

- 透過電腦軟件找出較為準確的圓周率
- 引出3.14和只是近似值

(資源：3circles.html)

http://wlts.edb.hkedcity.net/tc/mathematics/ks2/measures/ks2_m6_3_f.html

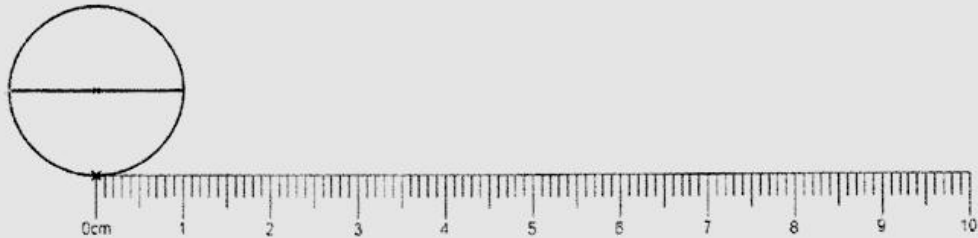


深入討論，理性認識

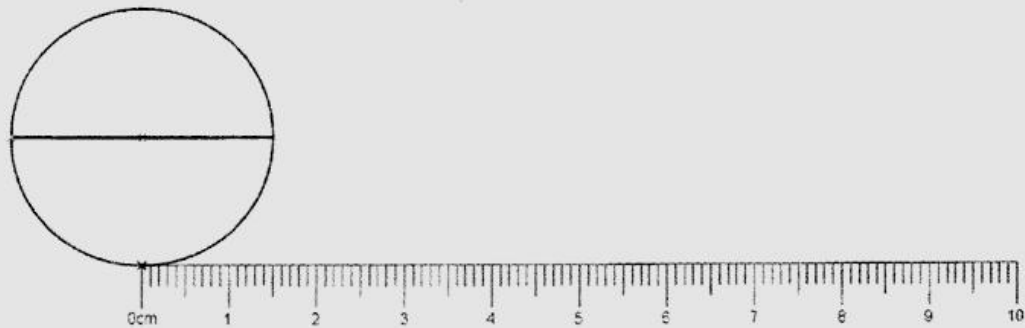
圖一



圖二



圖三



觀察電腦所展示的圖一至圖三的動態圖形，將結果填在下表裡。

深入討論，理性認識

圖	圓周(cm) (取小數點後2位)	直徑(cm) (取小數點後1位)	圓周÷直徑 (取小數點後2位)
一	3.14	1	3.14
二	6.28	2	3.14
三	9.42	3	3.14

從以上的結果，我們有什麼發現？

$$\frac{\text{圓周}}{\text{直徑}} = \underline{3.14} \quad (\text{取二位小數})$$

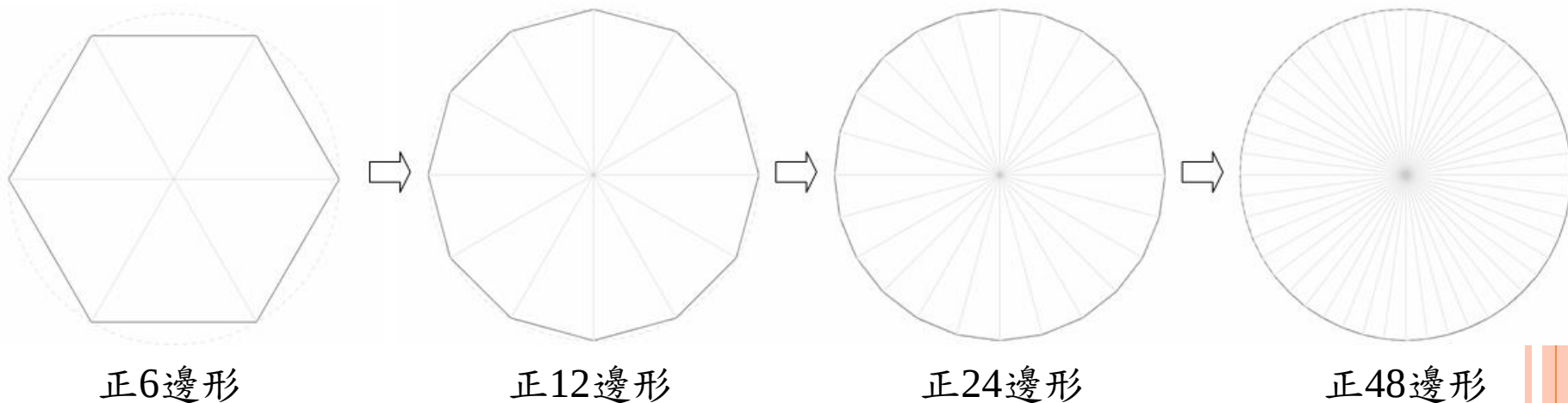
我們以符號 π 表示圓周率，即 $\pi = \text{圓周} \div \text{直徑}$ 。

從上表，我們知道 $\pi = \underline{3.14}$ (取至小數點後兩個位)

這個數值是否 π 的準確值？ 是 ☐ 不是 ☒

深入討論，理性認識

- 介紹劉徽的「割圓術」和祖沖之的測量計算結果，以及古今中外對圓周率的探究歷程。

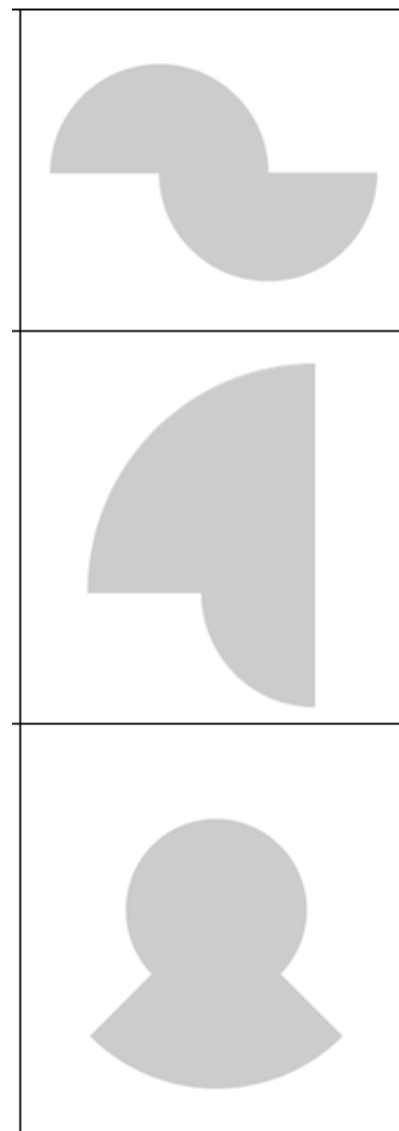


(資源：圓周率在中國)

http://wlts.edb.hkedcity.net/tc/mathematics/ks2/measures/ks2_m6_3_f.html

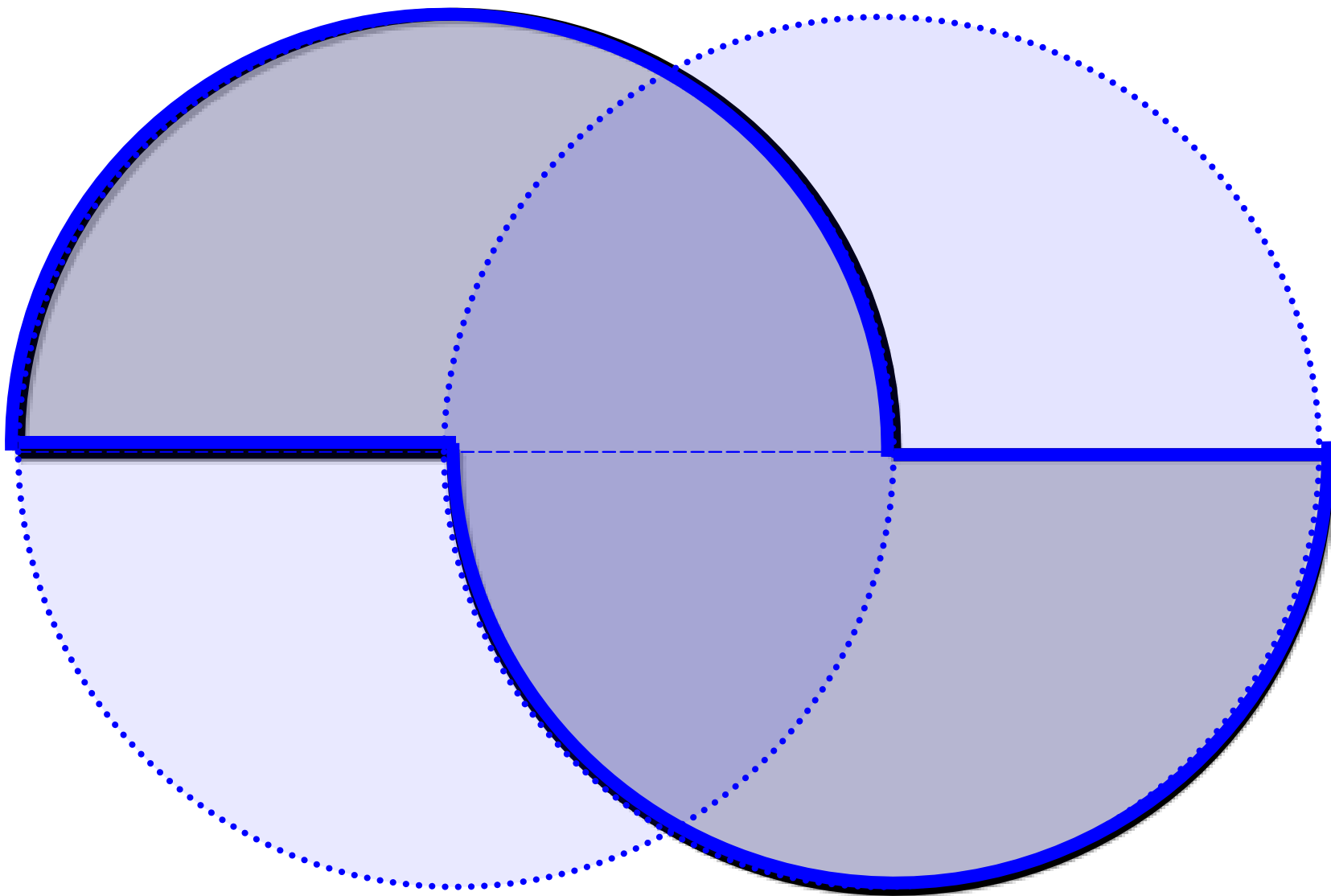
活動(二)：解構圓弧圖形的組合

- 2 - 3位老師一組
- 每組獲派一些複雜的圓弧圖形
- 分析各圖形的結構及求取周界的方法
- 歸納思考方法
- 時間：
 - 5分鐘討論
 - 5分鐘匯報

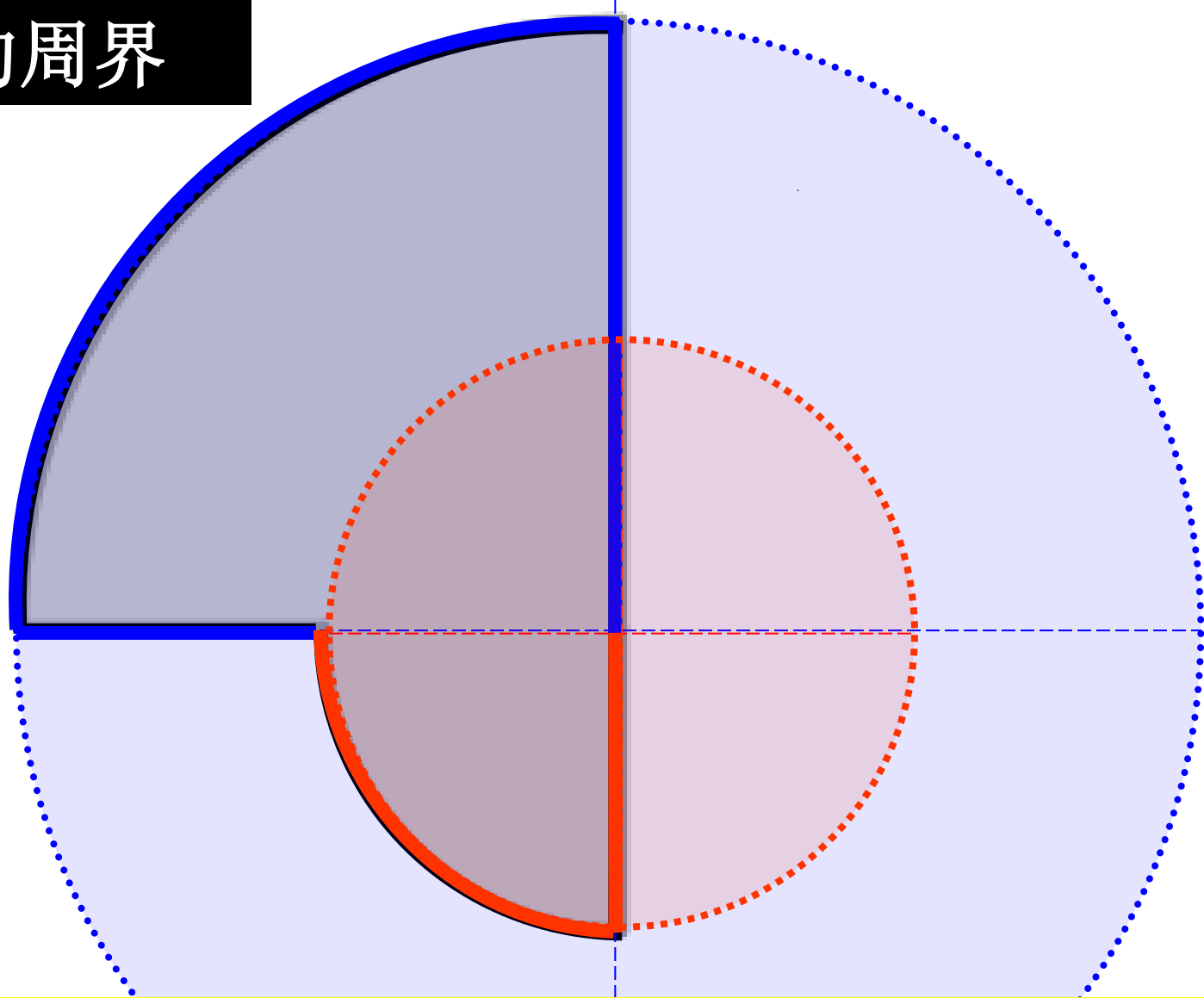


圖形F的周界

$$\text{周界} = \frac{1}{2} \text{個大圓圓周} + \text{大圓半徑} + \frac{1}{2} \text{個大圓圓周} + \text{大圓半徑}$$



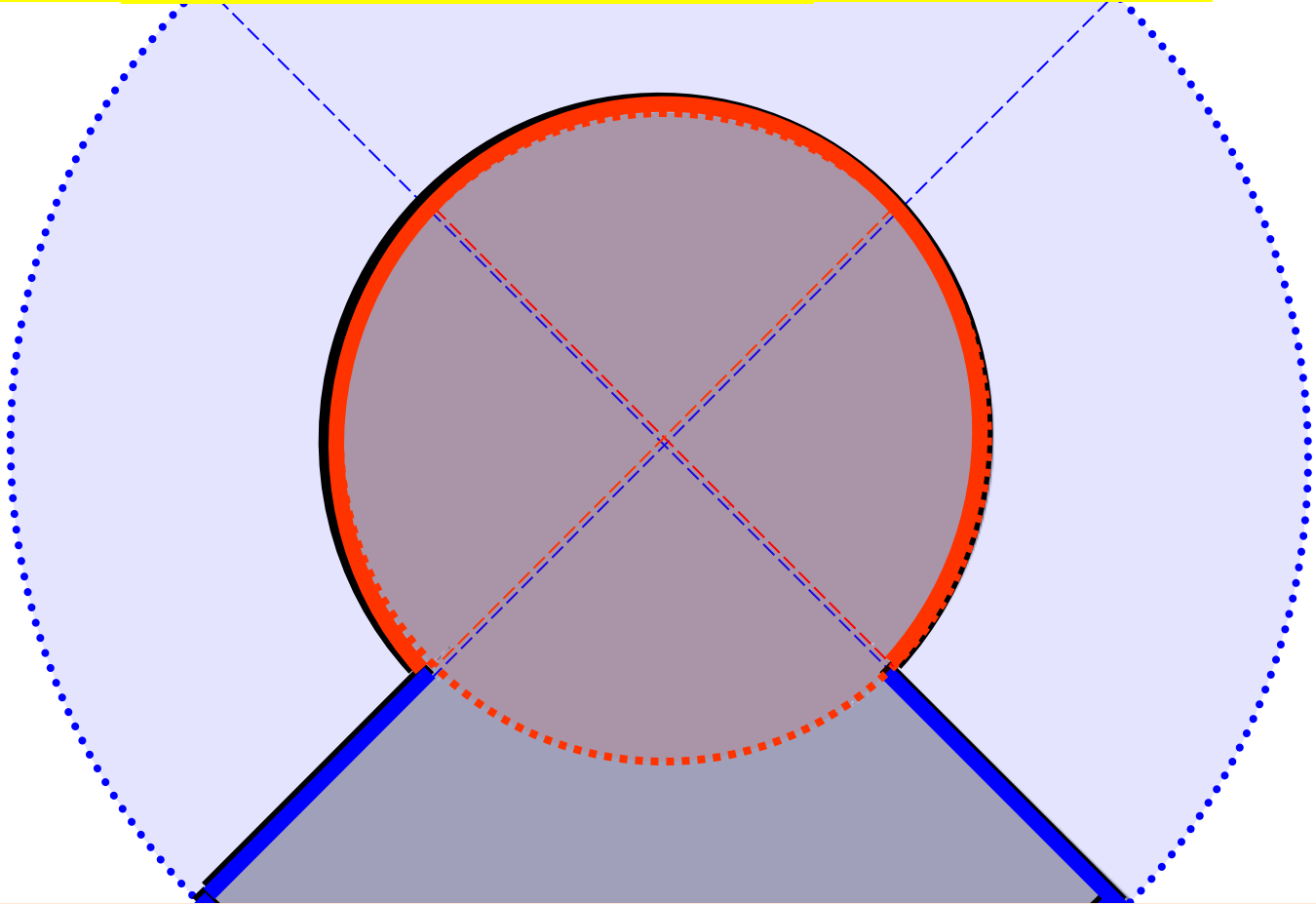
圖形G的周界



$$\text{周界} = \frac{1}{4} \text{個大圓圓周} + \text{大圓半徑} + \frac{1}{2} \text{大圓半徑} + \frac{1}{4} \text{個細圓圓周} + \text{細圓半徑}$$

圖形H的周界

$$\text{周界} = \frac{1}{4} \text{個大圓圓周} + \frac{1}{2} \text{大圓半徑} + \frac{1}{2} \text{大圓半徑} + \frac{3}{4} \text{個細圓圓周}$$



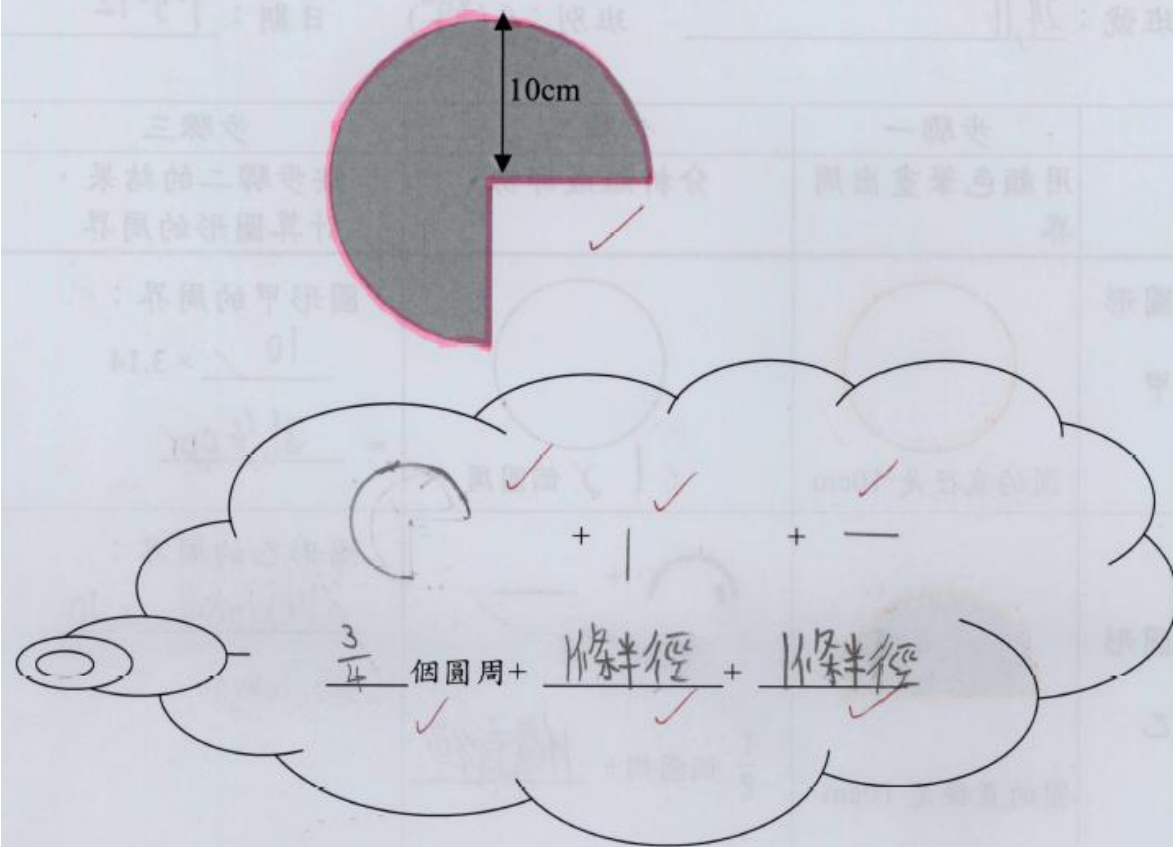
(資源：圓來如此)

http://wlts.edb.hkedcity.net/tc/mathematics/ks2/measures/ks2_m6_4_f.html

探究圓弧圖形的周界

	步驟一	步驟二	步驟三
	用顏色筆畫出周界	分析組成部份	按步驟二的結果，計算圖形的周界
圖形甲	 圓的直徑是 10cm	 (1) 個圓周	圖形甲的周界： $\frac{10}{2} \times 3.14$ $= 15.7 \text{ cm}$
圖形乙	 圓的直徑是 10cm	 +  $\frac{1}{2}$ 個圓周 + 1 條直徑	圖形乙的周界： $3.14 \times 10 \times \frac{1}{2} + 10$ $= 25.7 \text{ cm}$
圖形丙	 圓的直徑是 10cm	 +  +  $\frac{1}{4}$ 個圓周 + 2 條半徑 + 1 條半徑	圖形丙周界： $3.14 \times 10 \times \frac{1}{4} + 10$ $= 17.85 \text{ cm}$

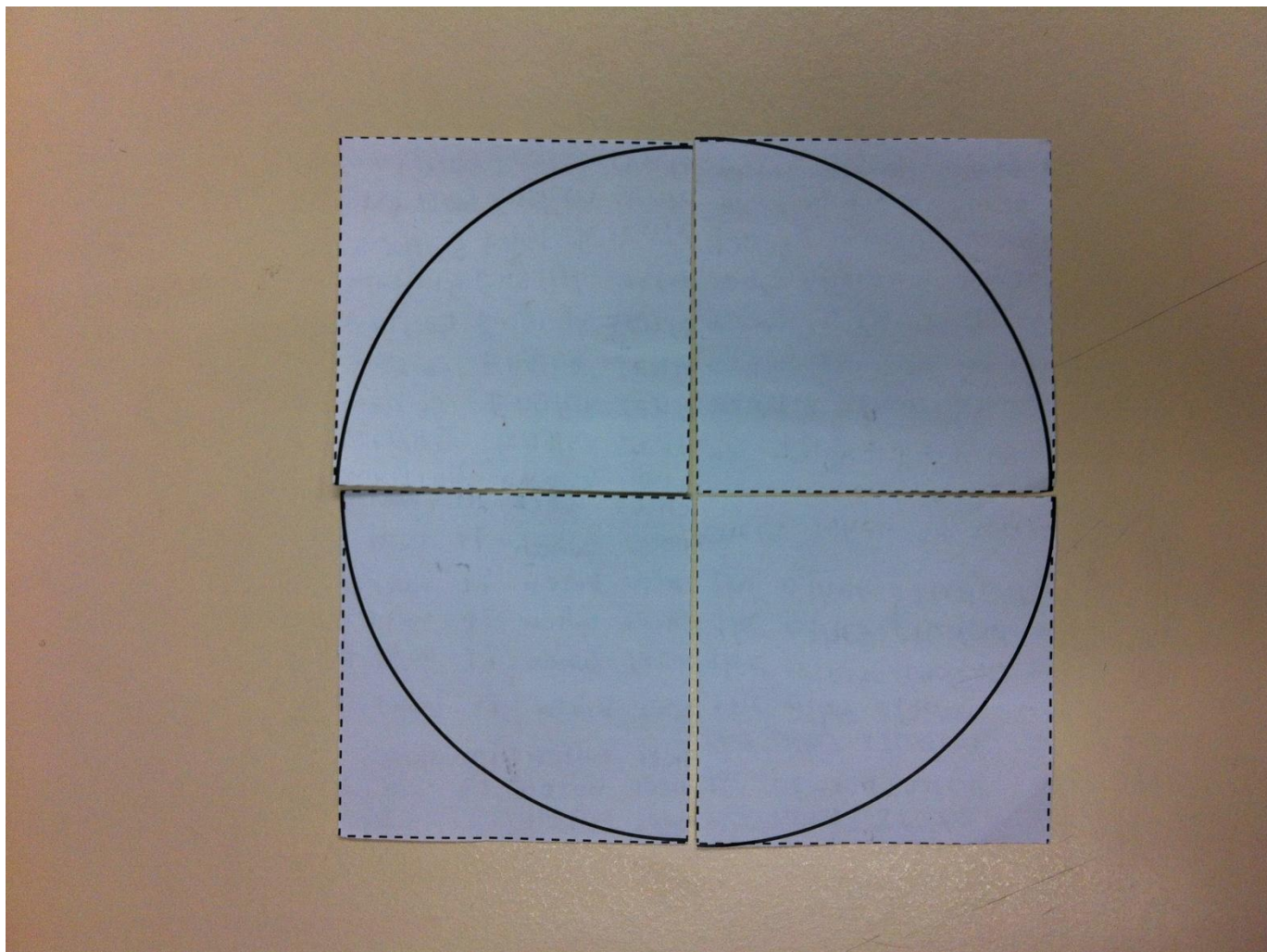
計算下圖的周界



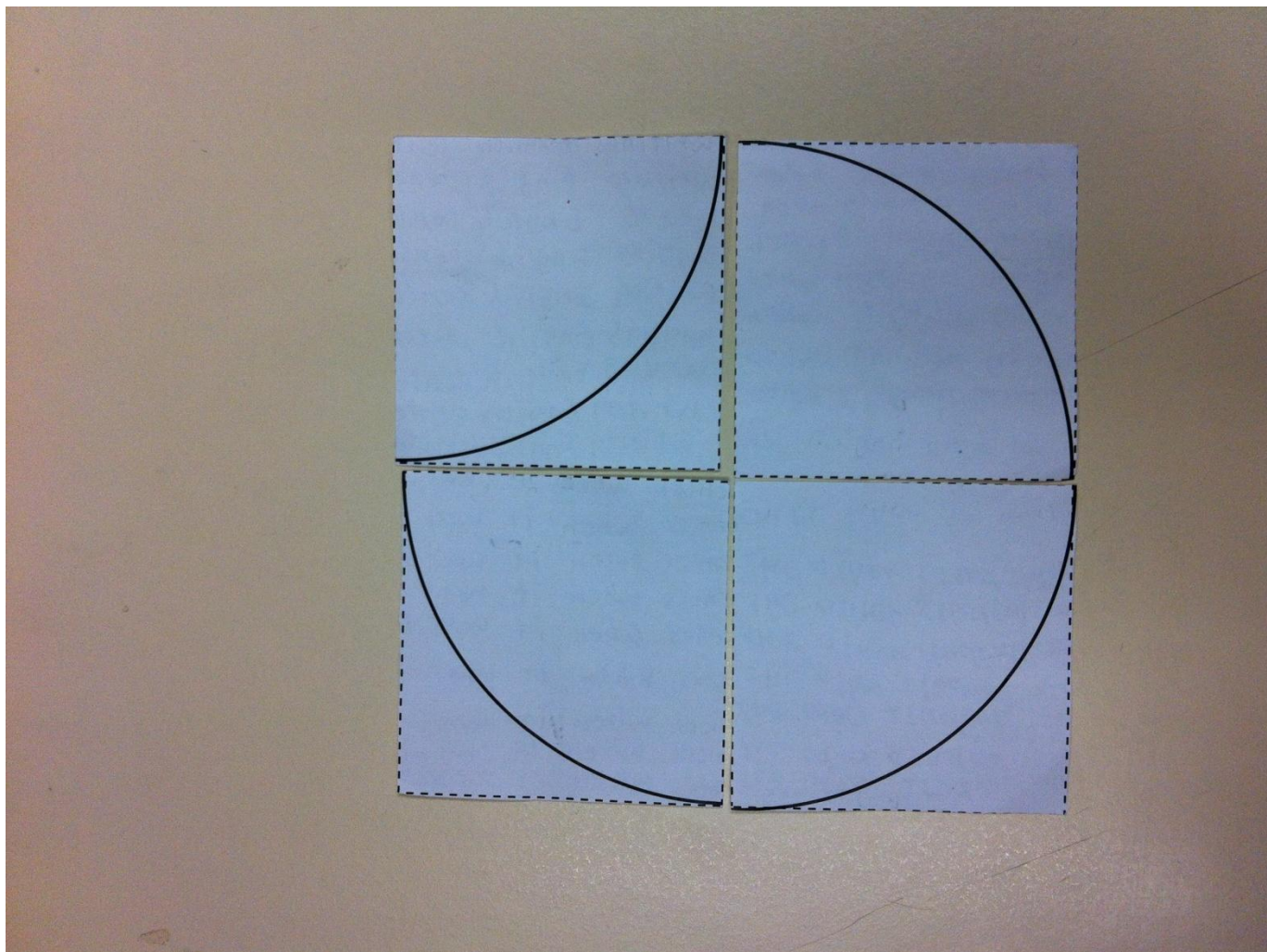
上圖的周界是：

$$\begin{aligned}
 & 10 \times 2 \times 3 \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} + 10 \times 2 \\
 & = 62.8 \times \frac{3}{4} + 20 \\
 & = 15.7 \times 3 + 20 \\
 & = 47.1 + 20 \\
 & = 67.1 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

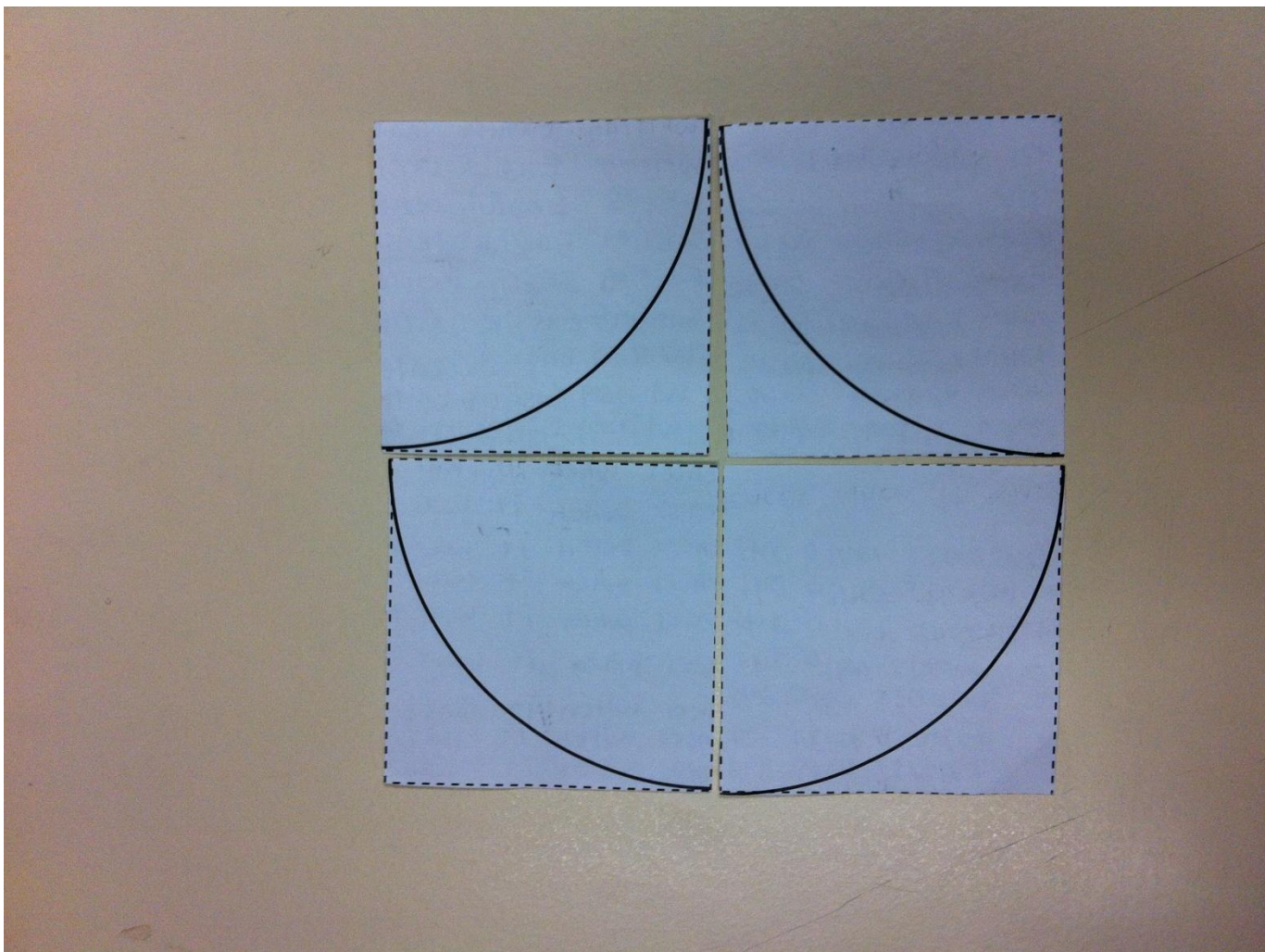
弧的長度與圓周的關係



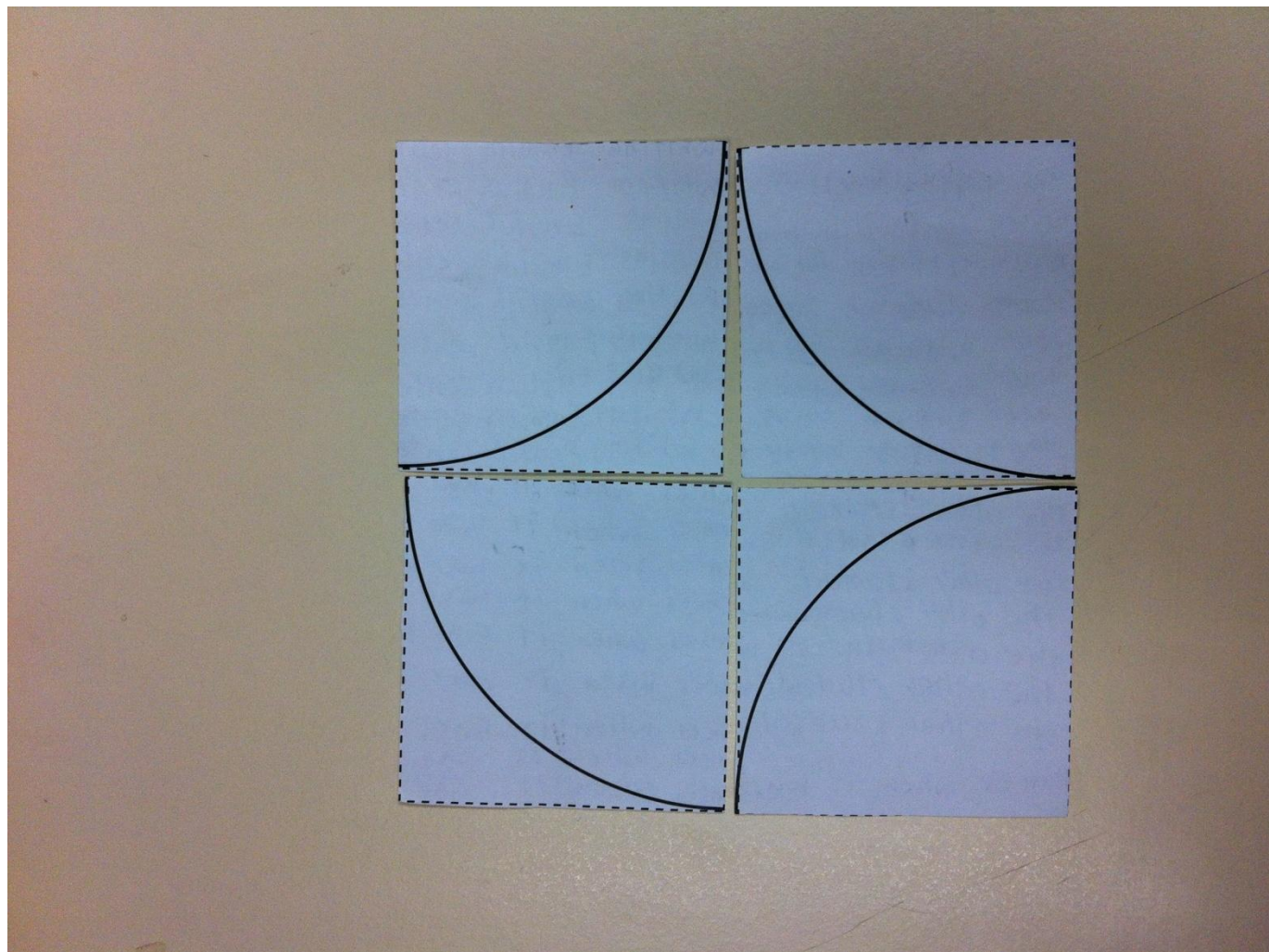
弧的長度與圓周的關係



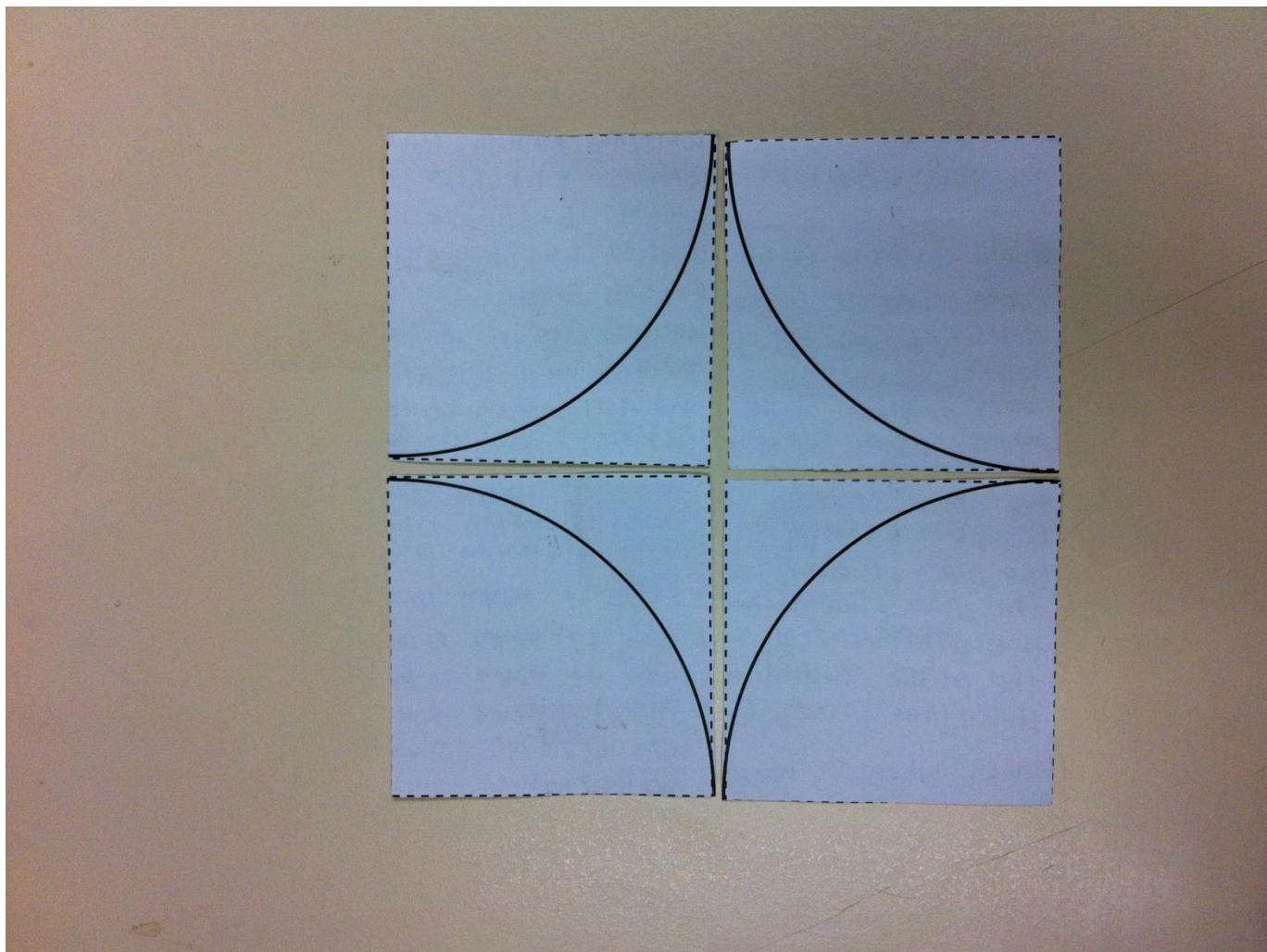
弧的長度與圓周的關係

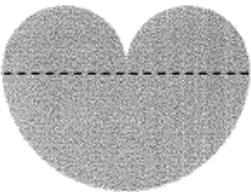
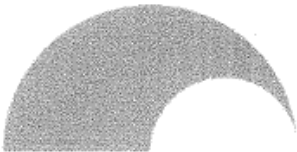
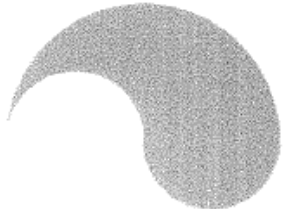


弧的長度與圓周的關係

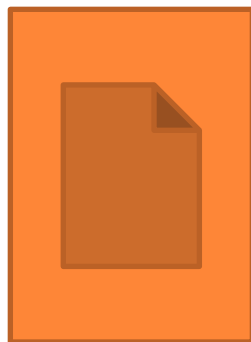


弧的長度與圓周的關係



步驟一	步驟二
用顏色筆畫出周界	分析組成部份
	$\frac{1}{2} \text{ 個細圓圓周} + \underline{\frac{1}{2} \text{ 個細圓圓周}} + \frac{1}{2} \text{ 個大圓圓周}$
	$\frac{1}{2} \text{ 個大圓圓周} + \frac{1}{2} \text{ 個細圓圓周} + \text{半徑}$
	$2 \times \frac{1}{2} \text{ 個細圓圓周} + \frac{1}{2} \text{ 個大圓圓周}$

進一步鞏固



答問時間

請填寫問卷

謝謝