

題目： 小一加減大作戰 — 運用多元化策略提升學生的心算能力

講者： 李潤強先生（教育局 小學校本課程發展組）
李家陽老師、陳兆偉老師、袁巧兒老師、李嘉慧老師
（香港教育大學賽馬會小學）

引言

「18 以內基本加減組合」是小一「數」範疇學習重點之一，也是學生認識加法及減法的基礎知識，對他們將來計算二位數至四位數的加法及減法起着關鍵性的作用。例如：題目屬兩個四位數相加，學生在計算每一位值的加法過程中，都屬「18 以內基本加法組合」；又如題目屬兩個四位數相減，每一位值的減法都屬「18 以內基本減法組合」。學生如能熟練「18 以內基本加減組合」，能提升他們將來學習整數及小數加法及減法的速度與準確性。相反，如學生計算緩慢，或需要利用手指或畫圖數算，當他們計算三、四位數的加減時，會否感到困難、麻煩或厭倦，從而使他們失去學習興趣呢？

普遍學生的學習情況

在多年支援學校發展數學科校本課程的經驗，很多學校的老師都表示普遍小二學生在運算加法及減法時，需依靠手指或畫圖計算，甚至部分小三及小四學生，仍需依靠手指計算。

為進一步了解學生對「18 以內基本加減組合」的掌握，我們曾與不同學校的老師合作，推展「一分鐘大比併」課堂比賽活動，目的是透過比賽活動，提升學生的學習動機，以及測試他們在限時一分鐘內能答對多少題—18 以內基本加法或減法的算式題。經測試後，普遍結果都令我們感到實際的情況與預期相差很遠，我們曾經在初小不同的年級及階段進行測試，以小一全年學期終結前的測試結果為例子，大部分學生在一分鐘內只能答對少於十題，部分學校約半數學生只能答對少於五題。普遍測試的結果都令老師感到失望，他們希望能盡快提升學生對「18 以內基本加減組合」的掌握，認同需要發展學生的心算技巧。

老師常用的教學策略

就過往支援學校的經驗中，了解到普遍老師在教授「18 以內基本加減組合」時，會先讓學生透過認識書本內容的「18 以內的基本組合」，進而認識加法及減法，然後再利用數粒、畫圖及數手指的策略，幫助計算結果。他們主要依據教科書的學習內容施教，在上學期完成此課題後，會按照書本的學習單元施教，教授其他範疇的知識，待下學期教授「兩位數」加法及減法時，再重溫「18 以內基本加減組合」。大部分學生主要以數手指方法計算加法及減法，能力較高的學生能運用對組合的記憶或心算技巧計算。大部分老師表示未有在小一階段引入心算技巧，部分原因是教科書缺乏教授心算技巧的內容，亦有老師表示過往曾自行設計教材，

引入「湊十法」心算技巧，然而只有小部分能力較高的學生才能掌握，對整體學生未有顯著成效。

「湊十法」能協助學生計算「18 以內基本加法組合」內兩數之和大於 10 的加法，例如：「 $8+7=?$ 」，學生可思考「 $8+2=10$ 」，然後把 7 拆成 2 和 5，所以「 $8+7=8+2+5=10+5=15$ 」。在這題目中，學生需熟練 10 與 7 的組合，才能有效地運用「湊十法」幫助計算。整體而言，學生熟練 2 至 10 的組合（共有 45 個組合），可說是認識「湊十法」的先備知識，然而普遍學生難以在短時間內熟練 45 個組合，對運用「湊十法」感到困難。除了「湊十法」心算技巧外，還有其他心算技巧嗎？這些心算技巧會比「湊十法」較為簡單，適合不同能力的學生，照顧學生的學習多樣性。

學者建議

Fuson、Kalchman 和 Bransford (2005) 就世界各地的兒童學習數學做了很多廣泛又深入的研究，他們發現很多國家的兒童在學習基礎的加法及減法過程中，都是透過三個層次階段學習的（數全部、往上數及心算技巧）。例如：學生在認識兩個一位數加法時，首階段先利用「數全部」的方法計算結果，例如：「 $2+3=?$ 」，學生可利用實物，數出「5」來。他們之後會進入第二階段的「往上數」方法，例如：「 $5+3=?$ 」，學生從「5」開始數，數出「8」。第三階段是認識心算技巧「湊十法」及“Doubles Strategy”（學生先熟練「 $1+1=2$ 」、「 $2+2=4$ 」、「 $3+3=6$ 」……然後計算兩個相差一的一位數之和，例如：「 $6+7=?$ 」可利用「 $6+7=6+6+1=12+1=13$ 」）。

Fuson、Kalchman 和 Bransford (2005) 提出的三個層次階段明顯較本地教科書的策略變化較多，清晰地描述兒童認識加法及減法的學習過程，從最基礎的策略，分三個階段逐步提升兒童的能力，最後掌握心算技巧。

分享會目的及內容

本分享會主要分享與香港教育大學賽馬會小學老師共同發展的經驗，探討如何在小一加強學生的加、減概念與運算技巧。我們除了應用 Fuson、Kalchman 和 Bransford (2005) 提出的三個層次的學習方案外，亦嘗試引入不同的心算技巧以促進學生的學習。學生具體的學習經歷如下：

我們先讓學生在上學期經歷具體運算階段，先利用數粒進行操作活動，讓學生具體地認識加法是合起來的意思，以及減法是從整體取去部分後，餘下多少的意思。早期的操作活動都以「數全部」的方法，數出結果。例如：「 $3+2=?$ 」，學生先拿出三粒數粒，再拿出兩粒，然後數出合共的結果。在加法活動中，我們隨後便利用數手指的協助，引入「往上數」的策略，加快數出結果。例如：「 $3+2=?$ 」，學生先舉起兩隻手指，再數「3, 4, 5」，這樣便能較快捷地數出兩數之和。

「18 以內基本加減組合」的課題集中在小一の上學期，在下學期的教學內容中，我們定期引入一系列的心算策略、遊戲、比賽等，以及利用電子學習工具讓學生進行自主學習，逐步發展他們的心算能力。我們最先引入最淺易的心算技巧「10 的加法」及「9 的加法」，相隔數天後，再引入「同數相加」、「兩數相差 1 的加法」。當學生熟練這些心算技巧後，我們才引入較艱深的「湊十法」及「利用加法計算減法」，逐步提升學生的心算能力。

一、「10 的加法」及「9 的加法」

「10 的加法」是指 10 加一個一位數的加法，例如：「 $10+1=11$ 」，「 $10+2=12$ 」……等。這些組合不屬「18 以內基本加法組合」，因此小一上學期的教科書不會包含「10 的加法」這類題目。習慣數手指的學生在首次計算這類題目時也會利用手指計算，而要讓學生發現計算的規律並不困難，老師著學生數算三至四題後，很多學生已能說出加法的規律，無需使用手指數算。

「9 的加法」是指 9 加一個一位數的加法，例如：「 $9+1=10$ 」，「 $9+2=11$ 」……等。然而當兩個較大的一位數相加時，例如：「 $9+8=?$ 」，利用手指數算的學生會感到費時或擔心容易數錯。教授「10 的加法」目的是協助學生計算「9 的加法」，他們先把「 $9+8$ 」看成「 $10+8$ 」，然後很快就得出結果是「18」，再把結果減 1，就得出「 $18-1=17$ 」，所以「 $9+8=17$ 」。在課堂工作紙設計中，我們把「10 的加法」與「9 的加法」並排放在一起（圖一），老師先讓學生用自己的方法完成計算後，引導他們比較「 $10+1=11$ 」及「 $9+1=10$ 」、再比較「 $10+2=12$ 」及「 $9+2=11$ 」……等，從而發現每行兩道算式的相同與不相同之處，然後思考如何利用「10 的加法」幫助計算「9 的加法」。大部分學生在觀察了三至五題後，便能說出：「9 加 3 是 10 加 3 等於 13，再減 1，等於 12，所以 9 加 3 等於 12。」

思考題：

- 小朋友，你能說出以下左、右方題目**相同**和**不相同**之處嗎？
- 你能利用左方題目的結果計算右方的題目嗎？

10 的加法			9 的加法	
1(a).	$10 + 1 = 11$	→	1(b).	$9 + 1 = 10$
2(a).	$10 + 2 = 12$	→	2(b).	$9 + 2 = 11$
3(a).	$10 + 3 = 13$	→	3(b).	$9 + 3 = 12$
4(a).	$10 + 4 = 14$	→	4(b).	$9 + 4 = 13$
5(a).	$10 + 5 = 15$	→	5(b).	$9 + 5 = 14$
6(a).	$10 + 6 = 16$	→	6(b).	$9 + 6 = 15$
7(a).	$10 + 7 = 17$	→	7(b).	$9 + 7 = 16$
8(a).	$10 + 8 = 18$	→	8(b).	$9 + 8 = 17$
9(a).	$10 + 9 = 19$	→	9(b).	$9 + 9 = 18$

圖一：「10 的加法」及「9 的加法」

二、「同數相加」及「兩數相差 1 的加法」

「同數相加」是指兩個相同的一位數加法，例如：「 $1+1=2$ 」，「 $2+2=4$ 」……等，共有九道算式（圖二），老師先著學生利用自己的方法完成計算，然後一起誦讀算式兩次，著他們緊記這類算式的結果，這有助學生計算「兩數相差 1 的加法」。普遍學生很快便能掌握「同數相加」，原因可能是答案全是雙數（2，4，6，……18），再加上最初的幾道算式數值小（「 $1+1=2$ 」，「 $2+2=4$ 」，「 $3+3=6$ 」），學生一看便想出答案，無需用手指數算，所以實際需要記的算式，只有大約六道。

(一) 計算下列各題：

相同數加法	
1(a).	$1 + 1 = 2$
2(a).	$2 + 2 = 4$
3(a).	$3 + 3 = 6$
4(a).	$4 + 4 = 8$
5(a).	$5 + 5 = 10$
6(a).	$6 + 6 = 12$
7(a).	$7 + 7 = 14$
8(a).	$8 + 8 = 16$
9(a).	$9 + 9 = 18$

圖二：「同數相加」

「兩數相差 1 的加法」是指兩個相差 1 的一位數相加的加法，例如：「 $1+2=3$ 」，「 $2+3=5$ 」……等。教授「同數相加」目的是協助學生計算「兩數相差 1 的加法」，例如「 $2+3=?$ 」，因為「 $2+2=4$ 」，而「 $2+3$ 」比「 $2+2$ 」多 1，所以「 $2+3=4+1=5$ 」。在課堂工作紙中（圖三），我們利用數粒協助學生比較「 $1+1=2$ 」與「 $1+2=3$ 」；「 $2+2=4$ 」與「 $2+3=5$ 」；「 $3+3=6$ 」與「 $3+4=7$ 」等，讓學生發現每兩道算式的相同與不相同之處，然後思考如何利用「同數相加」幫助計算「兩數相差 1 的加法」。透過數粒配合算式的比較，學生就較容易理解右方算式的結果比左方算式的結果多 1。

$1 + 1 = 2$ 	→	$1 + 2 = 3$
$2 + 2 = 4$ 	→	$2 + 3 = 5$
$3 + 3 = 6$ 	→	$3 + 4 = 7$

思考題：

- 小朋友，你能說出以上左、右方題目相同和不相同之處嗎？
- 你能利用左方題目的結果計算右方的題目嗎？

挑戰題（一）：

相同數加法		兩數相差 1 加法	
1(a). $1 + 1 = 2$ ✓		1(b). $1 + 2 = 3$ ✓	1(c). $2 + 1 = 3$ ✓
2(a). $2 + 2 = 4$ ✓		2(b). $2 + 3 = 5$ ✓	2(c). $3 + 2 = 5$ ✓
3(a). $3 + 3 = 6$ ✓		3(b). $3 + 4 = 7$ ✓	3(c). $4 + 3 = 7$ ✓
4(a). $4 + 4 = 8$ ✓		4(b). $4 + 5 = 9$ ✓	4(c). $5 + 4 = 9$ ✓
5(a). $5 + 5 = 10$ ✓		5(b). $5 + 6 = 11$ ✓	5(c). $6 + 5 = 11$ ✓
6(a). $6 + 6 = 12$ ✓		6(b). $6 + 7 = 13$ ✓	6(c). $7 + 6 = 13$ ✓
7(a). $7 + 7 = 14$ ✓		7(b). $7 + 8 = 15$ ✓	7(c). $8 + 7 = 15$ ✓
8(a). $8 + 8 = 16$ ✓		8(b). $8 + 9 = 17$ ✓	8(c). $9 + 8 = 17$ ✓
9(a). $9 + 9 = 18$ ✓		9(b). $9 + 10 = 19$ ✓	9(c). $10 + 9 = 19$ ✓

圖三：「兩數相差 1 的加法」

三、「湊十法」

「湊十法」是較普遍使用的心算技巧，有助計算兩個一位數之和大於 10 的加法。在使用「湊十法」時，學生需思考把哪個數湊成 10，然後把另一個數拆成兩數。我們可從兩個方法分析「 $8+5=?$ 」的步驟，見圖四，與學生討論「方法一」與「方法二」的不同之處，讓他們選擇自己認為較容易的方法。

湊十法

1. $8 + 5 = ?$

<p>方法一：</p> <p>可以把 8 湊成 10</p>	<p>方法二：</p> <p>也可以把 5 湊成 10</p>
--------------------------------	---------------------------------

圖四：「湊十法」

四、「利用加法計算減法」

在計算「18以內基本加減組合」時，普遍學生對減法感到較為困難，他們在加減綜合的測試表現中，加法的表現往往較佳。在小一上學期的課程中，學生已認識了加減的關係，例如：在5的組合中，「 $2+3=5$ 」、「 $3+2=5$ 」、「 $5-3=2$ 」及「 $5-2=3$ 」，學生如能靈活運用此關係，就能運用計算加法的能力，協助找出減法的結果。在商議教授此策略時，我們擔心學生混淆加法及減法的概念，因此我們計劃此心算技巧安排在下學期的中段教授，待學生認識減法的概念後，經過約半年的鞏固期，當他們對減法概念有較紮實的根基後，才引入「利用加法計算減法」的策略。另一方面，學生先掌握加法心算技巧後，才能有效地運用此策略，達事半功倍之效。

學生在上學期認識加減的關係時，常利用三個圓形圖，表示三個數的加減關係。因此，學生在認識如何利用加法計算減法時，會先因應減法題目的兩個數字繪圖，再利用加法計算出第三個數，這就能找出減法的答案（圖五）。

小朋友，你們在計算減法時感到困難嗎？
如感到困難，嘗試利用「加法」去計算「減法」的問題。

	利用加法幫助思考
例1. $5 - 3 = 2$	$3 + 2 = 5$
例2. $5 - 2 = 3$	$2 + 3 = 5$
例3. $6 - 2 = 4$	$4 + 2 = 6$
1. $6 - 3 = 3$	$3 + 3 = 6$
2. $7 - 4 = 3$	$3 + 4 = 7$
3. $8 - 5 = 3$	$3 + 5 = 8$
	$3 = 9$

圖五：「利用加法計算減法」

成效及反思

經過課堂的實踐，老師發現大部分學生能逐漸掌握不同的心算技巧，我們理解到要照顧學生的學習多樣性，引入不同的心算技巧，包括「10 的加法」、「9 的加法」、「同數相加」、「兩數相差 1 的加法」、「湊十法」及「利用加法計算減法」等，讓學生選擇使用，學生會因應自己的能力或喜好，選擇合適的策略運算。能力稍遜的學生需要較長時間練習，才能掌握及熟練，因此平日恆常性的 5 分鐘心算技巧練習是照顧他們學習需要的關鍵，也是掌握心算技巧的要訣。我們察覺到大部分學生對掌握「18 以內基本加減組合」漸有進步，在「一分鐘大比併」課堂比賽活動中，不少學生在下學期的成績比上學期有明顯的進步。

總結整個學習過程，老師認同逐步引入不同的心算技巧有助提升學生運算「18 以內基本加減組合」的能力，亦能提升他們的學習動機及建立自信心。不同的心算技巧需要不同的先備知識，能讓不同能力的學生選擇使用，照顧學生學習的多樣性。另一方面，這些心算技巧能互相輔助，學生掌握了較淺易的心算技巧，能有助他們運用較艱深的心算技巧。我們希望藉著是次分享會與各校老師交流教學的經驗，亦歡迎與會者提出意見，促進彼此的專業成長。

參考文獻

1. Fuson, K.C.; Kalchman, M.; & Bransford, J.D. (2005). Mathematical Understanding: An Introduction. In Donovan, S. and Bransford, J.D. (Eds.), *How Students Learn: History, Mathematics, and Science in the Classroom* (pp. 234-235). National Academies Press.