

題目：結合電子學習與實作活動的教學策略——小二至小三「圖形與空間」範疇

講者：曾倫尊博士（教育局 小學校本課程發展組）

黃寶葭老師、梁嘉恩老師（聖公會李兆強小學）

引言

自香港小學數學修訂課程(2017)開展，對「圖形與空間」範疇的學習有了關鍵性的改變。當中特別關注學生運用工具繪畫圖像的能力，藉此強化學生的空間觀念，發展學生的空間感。隨著資訊科技的發展，課堂的學習加入了不同種類的資訊科技元素，協助學生解構、操作和製作平面圖形。然而，老師如何有效地運用資訊科技回應新課程的要求呢？在「圖形與空間」範疇的教學上，如何提升教學效能，讓學生逐步建立良好的空間感？以下，讓我們首先從文獻中闡述有關空間智能和空間概念的認知發展，加深對學生培養空間智能的理解，然後深入了解課程的改變，最後探討課堂上運用各種電子學習工具和實作活動的策略。

空間智能

在 Howard Gardner(1993)的多元智能理論中的視覺——空間智能(Visual-spatial intelligence)，是指學生能準確地接收和解構視覺圖像，保留記憶的圖像，並能製作、加工、轉換、改造和回復圖像。空間智能強的學生對線條、形狀及它們之間的關係較為敏感，能準確地感覺視覺空間，並能把所知覺的通過平面圖像表現出來，所以空間智能對「圖形與空間」範疇的學習特別重要。

空間概念的認知發展

早在 60 年代，皮亞傑與其他學者(Piaget, Inhelder, & Szeminska, 1960)提出學童分類幾何圖形能力的三個階段：首階段為形象聚集階段，學童透過視覺將幾何圖形按照形狀分類。第二階段是非形象聚集的階段，學童已經掌握平面圖形的屬性，能夠透過圖形的構成要素，將同一屬性的平面圖形歸成一類，然而並不理解集合間的包含關係。第三階段為真正擁有分類能力的階段，學童充分掌握部份與全體的關係，能夠理解幾何圖形所成集合之間的包含關係，可以從不同觀點處理不同種類平面圖形之間包含的關係。

皮亞傑的研究重點在探究學童形成幾何概念的過程，而荷蘭數學教育家 Dina van Hiele-Geldof 和 Pierre M. van Hiele 夫婦提出的 van Hiele 幾何發展理論模式(van Hiele, 1986)，研究學童建構幾何系統的邏輯順序，理論偏向幾何知識內容，認為學童幾何思考的發展，不受學童年齡因素影響，而與教學因素有關。相較之下(如表一)，首階段為形象聚集階段，大約是 van Hiele(1986)幾何發展理論的第零層次。第二階段是非形象聚集的階段，約是 van Hiele(1986)幾何發展理論

的第一層次。第三階段為真正擁有分類能力的階段，大約是 van Hiele(1986)幾何發展理論的第一到第二層次[非形式化的演繹(informal deduction)]之間。

<p style="text-align: center;">皮亞傑 學童分類幾何圖形能力的三個階段</p>	<p style="text-align: center;">van Hiele 幾何發展理論模式</p>
<p>首階段為形象聚集階段： 學童透過視覺將幾何圖形按照形狀分類。</p>	<p>第零層次: 視覺 (Visuality) 學童透過直觀平面圖形的外形來辨認，亦能夠複製指定的圖形，但不能利用圖形的特徵來分析。</p>
<p>第二階段為非形象聚集的階段： 學童已經掌握平面圖形的屬性，能夠透過圖形的構成要素，將同一屬性的平面圖形歸成一類，然而並不理解集合間的包含關係。</p>	<p>第一層次: 分析 (Analysis) 學童能分析平面圖形的特徵，但不能解釋特徵之間的關係。</p>
<p>第三階段為真正擁有分類能力的階段： 學童充分掌握部份與全體的關係，能夠理解幾何圖形所成集合之間的包含關係，可以從不同觀點處理不同種類平面圖形之間包含的關係。</p>	<p>第二層次: 非形式化的演繹 (Informal deduction) 學童能建立平面圖形特徵之間的網絡關係，理解非正式的定義，但不能證明定理。</p>

表一: 皮亞傑與 van Hiele 有關幾何能力發展對照表

課程改革與空間概念認知的發展

基本上，修訂課程特別加入運用工具繪畫圖像的部分，更符合 van Hiele (1986)的兒童幾何發展理論。根據理論，van Hiele (1986)認為學生空間概念的發展，除了隨年齡而提升外，主要是老師配合學生的發展層級，有效的帶領指導，因此教學的選材、組織和建構概念的方法非常重要。老師還要留意學生每一階段學習的準確性及次序性，確保學生掌握準確的基礎知識概念，再建構下一層的學習。

運用電子學習平台促進學生空間觀念的培養

空間觀念的培養比較抽象，學生在學習幾何時，不能單憑想像來理解，老師必須提供具體的實作活動，讓學生在抽象的空間，透過觀察和量度的比較過程，探究圖形在不同位置的關係，培養學生的空間感，加強學生對平面圖形的認識，以致提升學生的思考能力。綜合上述有關學生幾何抽象概念的認知發展情況，雖然老師可以順應學生的認知發展階段協助學生學習，然而空間概念的基礎，亦能透過有效、多元的跨領域教學活動，成功提升學生的相關能力。Newcombe 與 Frick (2010) 提及，老師可以經由多樣化的學習活動，例如電子學習課業活動、實作任務及電腦遊戲等，增進學生的空間觀念。

聖公會李兆強小學老師認同運用電子學習課業及實作任務，能夠有效引起學生學習的興趣，提升學生的專注力。老師可以透過電子學習平台給予學生即時的提示或回饋，迅速地協助和糾正學生錯誤的觀念，照顧學生的學習差異，促進學生的學習。學者 (Lohman, 1994) 建議老師在教學過程中，首先以實物讓學生從直觀掌握表面特徵，再以電子課件提供的動態幾何，多角度展示物件的豐富形象，配合動手操作學習工具來檢視實物的特徵，直至學生能夠複製圖形，甚至進一步製作圖形、轉換圖形位置或回復原貌，積累在抽象空間思維的經驗，藉此培養學生空間思維的能力。

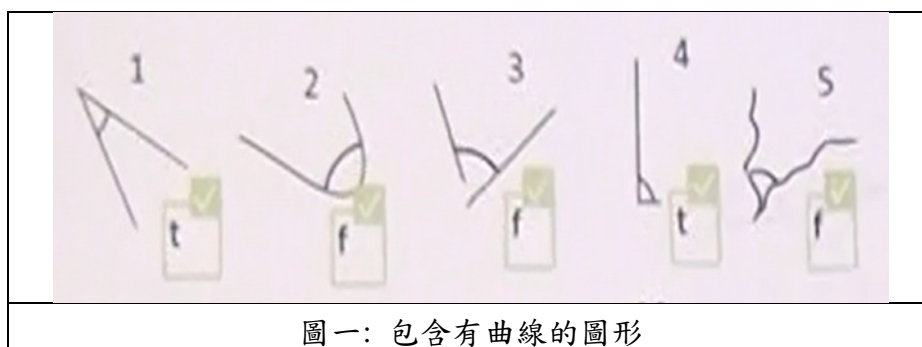
教學理念的實踐

老師基於上述文獻探討，歸納空間概念發展的特性，希望按學生的認知發展和學習特點，配合運用電子學習平台和實物操作之教學設計，提出有關在小二和小三的「角和直角」課題和「平面圖形(二)垂直和平行」課題的學習中，透過教學設計，與學生的生活經驗聯結，給與學生更多操作平板電腦和學習工具的活動經驗，提供學生接觸多種變化圖形的機會，並鼓勵觀察、預測、檢測和驗證等探索行為，讓學生從不同的操作活動中建構概念，促進空間概念的發展，令學生豐富實作活動的經驗，鼓勵學生運用流利的數學語言表達，培養學生的空間感，增進學生空間概念的學習與認知發展。

教學設計主要依據校本小學數學課程(課程發展議會，2000)，但亦嘗試加入部份小學數學修訂課程(課程發展議會，2017)。針對學生學習「圖形與空間」範疇的難點：如缺乏空間感、單純運用直觀判斷、不懂得運用工具(三角尺)檢測驗證和態度輕率來設計課業教學。老師運用不同的電子教學平台，例如：Classkick、GeoGebra、Geoboard 等，協助學生運用工具來學習，效果明顯。我們相信應從小二引入各種電子學習平台輔助實作活動教學，令學生掌握正確的概念、數學語言及符號、運用工具的方法，以及培養認真的學習，好好裝備自己。

二年級「角、直角、銳角及鈍角」的教學過程

在第一學習階段，學生學習「角」課題時，主要先從觀察中辨認角的特徵。這些特徵幫助學生分類直角、銳角及鈍角的概念。過程中，學生透過觀察角的圖形，從不同的例子及非例子中建構角的概念，然後在生活中搜集各種平面角的圖形，再從大小不同的角的圖形來命名，如：直角、銳角及鈍角等。當同學掌握角的基礎概念後，老師會以非例子圖形，如(圖一)包含有曲線的圖形來挑戰同學，考查學生對概念的清晰程度。



圖一：包含有曲線的圖形

在建構角的基礎概念時，發現教科書內的例子比較少，學生未必能夠分辨不同類型的角。於是，老師額外設計一張工作紙，運用 Classkick 電子學習平台，將工作紙由文字檔 (word) 轉為便攜式文檔格式 (pdf) 再上載至平台，讓學生在平板電腦內回答工作紙問題，老師可以在電腦內即時觀察同學的學習表現，更可預先估計學生難點，設計合用的電子貼紙。當學生正在進行電子課業時，老師一邊檢查學生作答情況，一邊利用電子貼紙給予即時回饋，協助不同能力的同學，並可以揀選學生錯誤答案，與學生加以討論及解釋，促進師生及生生互動學習。

老師設計的教學活動對應學生的學習難點

學習重點	難點分析	教學活動
I. 認識角的概念	由於教科書或老師展示角的時候，角的兩邊經常都是相同長度的，以致同學會誤認為角的兩邊必須長度相等。	老師運用實作活動澄清概念。老師先將兩條紙條相交形成角，並貼在白板上，然後將其中一條紙條撕去一半，再提問學生角的大小有沒有改變，學生都能夠指出角的大小並沒有改變。
	學生誤認為角的大小與角兩邊的長度有關：兩邊越長角度越大。	老師運用 GeoGebra 網頁，將兩個相同大小但兩邊長度不同的角，讓學生透過重疊比較，明白角的大小與角兩邊長度並無關係。
	由於課本會將角的符號著色，學生錯誤地理解角的符號著色部份越大角度便越大。	老師運用 GeoGebra 網頁，將兩個大小相同但當中角符號大小不同的角，運用重疊來比較，讓學生透過網頁的操作功能，明白角的大小與角符號大小並無關係。
II. 認識銳角	學生不懂得運用三角尺內的直角來比較銳角或鈍角，純粹以直觀比較。	老師選擇操作三角尺來教授學生分辨不同種類的角，帶出運用三角尺的步驟，並引入相關的數學語言，如： <ol style="list-style-type: none"> 1. 將三角尺的直角放在角的頂點 2. 移動三角尺，使三角尺的邊緊貼圖形上角的底邊

和 鈍 角 的 概 念		3. 觀察角的另一條直線位置，如果直線在直角內，表示該角是銳角；如直線在直角外，便是鈍角。
III. 比 較 角 的 大 小	學生不懂得比較兩個或以上的銳角或鈍角的大小。	當學生比較兩個或以上的銳角或鈍角，學生提出運用剪紙、摺角來做比較，而老師利用透明的便利貼去比較角的大小，步驟如：先將透明的便利貼，貼上其中一隻角，拓印出整個角，然後撕下透明便利貼，再放在另一隻角上作比較。 在比較時，老師重複運用三角尺的步驟——頂點對頂點、底邊對底邊，學生會較容易掌握比較的過程。
IV. 繪 畫 和 製 作 不 同 大 小 的 角	學生在繪畫角時，不能夠準確地在釘點紙或方格紙上繪畫不同大小的角。	老師引入電子學習網頁 Geoboard，網頁內顯示電子模擬釘板。學生在電子學習網頁 Geoboard，需要選取電子橡筋，由釘點開始，固定在釘板上，才能製作不同大小的角，跟真實的釘板相同。
	學生不理會釘點或格線，任意地畫出所要求的角。	老師運用 Geoboard 網頁，可以將釘點與釘點之間用線連起來成為格線，讓學生理解釘點紙與方格紙之間的關係，從而明白每一條線的起點及終點都應該落在釘點或方格的交點上。
	學生要在一條指定的斜線上畫出直角感到特別困難。	老師會鼓勵學生可運用三角尺在平板電腦上，在一條指定的斜線上畫出直角，然後進行檢測量度，提高成功率。運用平板電腦，不會像真實的釘板有很多突出的釘，阻礙學生運用三角尺驗證角度。

三年級 垂直和平行的教學過程

老師們選取了小學數學課程(課程發展議會，2000)的「垂直和平行」，來銜接二年級「角和直角」的課題，我們沿用二年級嘗試過的各種電子教學的平台，配合實作活動，讓學生更容易掌握垂直線和平行線的概念、驗證和繪畫的方法。在這個單元，學生慣常以直觀判斷垂直和平行，對概念理解含糊不清。於是，老師著學生運用三角尺檢測垂直和平行，並以平板電腦輔助教學，讓同學運用 Classkick 電子學習平台和電子釘板 Geoboard，學習如何運用三角尺及直尺準確地檢測及繪畫垂直線或平行線，然後在指定線段上繪畫垂直線，最後老師還進一步要求學生自主

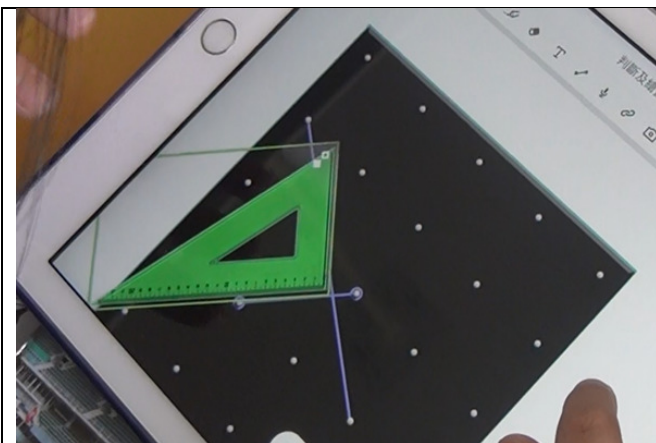
地探究小學數學修訂課程(2017)在指定的點上繪畫垂直線的技巧，從而加強垂直和平行的概念。

垂直線教學過程

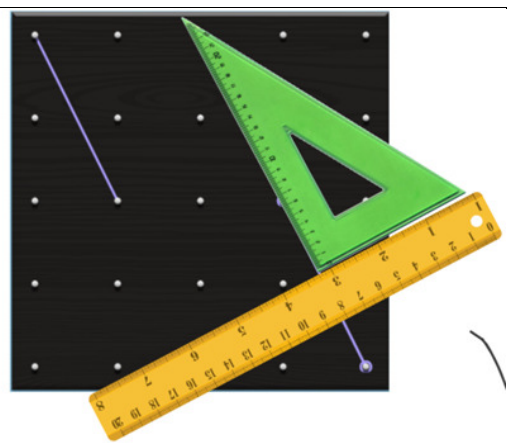
老師先由直角開始，重溫二年級直角的基本概念，然後引入垂直線，讓學生先由直觀判斷，當兩條直線相交時是否互相垂直，再用三角尺驗證。老師發現如果運用以往傳統的教學方式，學生較難掌握運用三角尺的方法，因此嘗試運用 Classkick 電子教學課件(在此特別鳴謝：丹拿山循道小學蘇老師分享垂直和平行的教學課件)，著學生在電子課件內，把虛擬的三角尺的直角，適當地放在兩線相交的位置(如圖二)，然後判斷，老師便可以在電腦內即時觀察每位同學放置三角尺的情況，並立刻給予適當的回饋及加以糾正。這樣一來，同學較容易熟習使用真正的三角尺來判斷垂直線的方法。到繪畫垂直線時，老師刻意運用相同的方法，同學很快掌握當中的技巧，及後對於在一條指定的斜線上畫出垂直線，以往同學感到特別困難，但現在同學能夠自行探究繪畫的方法。

平行線教學過程

在教授平行線時，老師同樣運用丹拿山循道小學蘇老師分享的 Classkick 電子學習課件，著學生在電子課件內，把虛擬的三角尺和直尺，適當地放在兩線的一端，移動三角尺，來判斷平行線(如圖三)，然後判斷，老師可以在電腦內即時觀察每位同學放置三角尺和直尺的情況，並加以糾正。緊接下來，老師讓學生在工作紙上操作真正的三角尺和直尺，還著學生在檢測平行線後，加上平行符號，以表達多於一組的平行線。到製作平行線，學生同樣地運用驗證的方法來進行，同學都顯得駕輕就熟，根據老師循序漸進的設計——先在釘點紙畫出平行線，再在方格紙上製作長度不一的平行線，效果甚佳。



圖二：學生在電子課件內，把虛擬的三角尺的直角，適當地放在兩線相交的位置。



圖三：學生在電子課件內，把虛擬的三角尺和直尺，適當地放在兩線的一端，移動三角尺，來判斷平行線。

縱向課程的銜接

在縱向課程銜接方面，老師刻意地在知識、技能、態度三方面，連貫二年級及三年級「圖形與空間」範疇的學習。在知識方面，老師在二年級嘗試運用準確的數學語言及符號，來表達角、直角、邊、線段和平行，並且沿用至三年級。在技能方面，老師大膽地在二年級引入各種電子學習平台(如：Classkick、Geoboard、GeoGebra)，讓學生能夠熟習在平板電腦使用各個電子學習平台學習。另外，老師要求學生正確地使用量度工具(如：三角尺及直尺)來檢測、驗證和製作。在態度方面，整個科組老師都認同，學生需要認真地處理「圖形與空間」範疇內的題目，學生可以運用直觀方法判斷垂直或平行，然而老師會鼓勵學生進一步運用工具檢測驗證，確保其真確性，藉此培養學生的空間感。就以上三方面的課程設計，緊緊地連貫兩級的教學，讓學生能夠將所學，從二年級帶到三年級，確保學生有穩固的基礎概念，再建構更高層次的學習，達致更佳的教學效果。

兩級的縱向課程大約實施了兩年，老師就各有關課題內的不同難點深入探討，在教學中加強電子學習以及實作活動的連繫，嘗試運用 van Hiele(1986)提出的教學階段：首先開放地讓同學直接觀察平面圖像，掌握圖像的表面特徵，再透過電子學習平台課件內動態的展示，呈現不同角度的圖像，以加強學生對圖像在不同位置的空間感，才動手操作虛擬的三角尺及直尺，然後進一步實際操作學習工具，進行檢測驗證，最後運用檢測的方法製作圖像，鞏固學生的空間觀念。過程中，老師會引導同學總結定義或概念，從而讓同學運用數學語言及符號解釋及說明所學，並整合學習重點，貫通兩級學習活動的設計。

總結

老師經過多次研課及觀課，對於運用電子學習課件及實施操作活動略有經驗，認為應盡可能提前讓學生操作平板電腦及學習工具，以增加學生學習興趣及提高學習動機，再緊扣適當的數學語言與符號，加強學生對數學語言及符號的記憶，也可以增加學生學習的興趣，提高學習動機。老師希望透過是次交流校本的教學經驗，包括兩級縱向課程設計到課堂的實踐，並提供具體明確的程序與策略，分享在教學實踐中累積的智慧，讓老師可以更順利地作出新的嘗試。

參考文獻

1. Gardner, H. (1993). *Multiple intelligences: The theory in practice*. New York, NY: Basic Books.
- Lohman, D. F. (1994). Spatial ability. In Sternberg, R.J. (Ed.), *Encyclopedia of intelligence (Vol.2)* (pp. 1000-1007). New York, NY: Macmillan.
2. Newcombe, N.S., & Frick, A. (2010). Early education for spatial intelligence: Why, what, and how. *Mind, Brain, and Education*, 4(3), 102–111.
3. Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London : Routledge and Kegan Paul.
4. van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.
5. 課程發展議會 (2000)。數學教育學習領域數學課程指引 (小一至小六)。香港：課程發展議會。
6. 課程發展議會 (2017)。數學教育學習領域課程指引補充文件：小學數學科學習內容 (小一至小六)，香港：課程發展議會。